Univerza v Ljubljani

Fakulteta za elektrotehniko

Martin Mavrič

Analiza magnetnih razmer v zračni reži električnega motorja s trajnimi magneti

Magistrsko delo

Mentor: prof. dr. Damijan Miljavec

Ljubljana, 2017

Zahvala

Zahvaljujem se mentorju prof. dr. Damijanu Miljavcu za pomoč, usmerjanje in spodbudo pri izdelavi magistrske naloge.

Hvala tudi doc. dr. Selmi Čorović za nasvete pri pisanju zaključnega dela.

Zahvalil bi se še sošolcu Luku Malovrhu in Mihu Šreklu za strokovno pomoč pri preverjanju pravilnosti algoritmov.

Hvala staršema ter bratu in sestri, ki so me podpirali v celotnem času mojega šolanja.

Posebna zahvala gre ženi Ani, ki mi je bila v pomoč v vseh trenutkih študija in pri izdelavi magistrske naloge.

Vsebina

1 Uvod **5**

2 Sinhronski stroj s trajnimi magneti **7**

2.1 Tipi rotacijskih sinhronskih storjev s trajnimi magneti 7

2.2 Tipi rotorjev 7

3 Sinhronski stroj s površinsko nameščenimi magneti **9**

3.1 Opis razmer v zračni reži 9

3.2 Metoda analitičnega izračuna razmer v zračni reži 9

3.2.1 Magnetno polje v zračni reži zaradi vpliva trajnih magnetov 10

3.2.2 Kompleksna permeančna funkcija 18

3.2.3 Magnetno polje v zračni reži zaradi vpliva statorskega navitja 23

3.2.4 Navidezno manjša zračna reža zaradi vpliva relativne permeabilnosti magneta 27

4 Izračuni in rezultati **33**

4.1 Elektromagnetni in samodržni navor 33

4.2 Inducirana napetost 38

5 Uporaba metode končnih elementov **43**

5.1 Lastnosti uporabe MKE 43
5.2 Model sinhronskega stroja s površinsko nameščenimi magneti v FEMM 44

6 Primerjava rezultatov 47

6.1 Magnetna polja v zračni reži 47
6.1.1 Magnetno polje magnetov 47
6.1.2 Magnetno polje statorskega navitja 47
6.2 Inducirana napetost 49
6.3 Elektromagnetni in samodržni navor 51
6.3.1 Elektromagnetni navor 51
6.3.2 Samodržni navor 52

7 Uporabnost analitičnega modela 55

7.1 Samodržni navor 55

8 Primerjava analitičnega modela z realnim modelom 59

8.1 Magnetna polja v zračni reži 59
8.2 Inducirana napetost 59
8.3 Elektromagnetni in samodržni navor 62

9 Zaključek 65

Literatura 67

Seznam slik

2.1 Tipi strojev s trajnimi magneti: zunanji rotor 2.1a, notranji rotor 2.1b, aksialno vzbujanje 2.1c 7

2.2 Različni tipi rotorjev stroja s trajnimi magneti 8

3.1 Prikaz razmer v zračni reži med statorjem in rotorjem 10

3.2 Prikaz tangencialne in radialne komponente gostote magnetnega pretoka v zračni reži 11

3.3 Prikaz dveh možnosti magnetizacije magnetov 12

3.4 Oznake v stroju za enačbi 3.5 in 3.6. 15

3.5 Radialna komponenta gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi vzbujanja magnetov in z gladkim statorjem 17

3.6 Tangencialna komponenta gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi vzbujanja magnetov in z gladkim statorjem 18

3.7 Poenostavljen prikaz dimenzij ene utorske delitve v polarnih koordinatah 19

3.8 Radialna komponenta permeančne funkcije za območje ene utorske delitve 22

3.9 Tangencialna komponenta permeančne funkcije za območje ene utorske delitve 22

3.10 Potek radialne in tangencialne komponente permeančne funkcije po enem polovem paru 23

3.11 Poenostavljen prikaz dimenzij ene utorske delitve v polarnih koordinatah 24

3.12 Potek radialne in tangencialne komponente gostote magnetnega pretoka za vodnik v utoru 26

3.13 Prikaz načina seštevanja prispevkov vodnikov s tokom 28

3.14 Potek radialne komponente gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi vpliva toka in utorjenja statorja ob nekem časovnem trenutku 29

3.15 Potek tangencialne komponente gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi vpliva toka in utorjenja statorja ob nekem časovnem trenutku 29

3.16 Potek permeančne funkcije rotorja 30

3.17 Razlike med gostoto magnetnega pretoka v zračni reži zaradi vpliva statorskega toka z in brez upoštevanja rotorske permeančne funkcije 31

3.18 Skupna gostota magnetnega pretoka v zračni reži, skupni vpliv magnetov in statorskega toka 32

4.1 Prikaz postopka izračuna navora za premik za en polov par 36

4.2 Prikaz oblike navora po enem polovem paru in primerjava vrednosti po E-I metodi 37

4.3 Prikaz oblike samodržnega navora 37

4.4 Prikaz postopka izračuna magnetnega sklepa ene faze 40

4.5 Prikaz oblike magnetnega sklepa ene faze za premik rotorja za en polov par 42

4.6 Prikaz oblike inducirane napetosti za obrat rotorja za en polov par 42

5.1 Uporabljena geometrija motorja v simulacijah z metodo končnih elementov 45

6.1 Radialna komponenta gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi magnetov 48

6.2 Tangencialna komponenta gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi magnetov 48

6.3 Primerjava radialne komponente gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi vpliva statorskega toka 49

6.4 Primerjava tangencialne komponente gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi vpliva statorskega toka 50

6.5 Primerjava oblike inducirane napetosti 50

6.6 Primerjava velikosti komponent hitre Fouriereve transformacije inducirane napetosti 51

6.7 Primerjava oblike navora 52

6.8 Primerjava velikosti komponent hitre Fouriereve transformacije navora 53

6.9 Primerjava oblike navora 53

7.1 Prikaz velikosti samodržnega navora pri različnih parametrih α_p in b_0 za $q = 1$ 56

7.2 Prikaz velikosti samodržnega navora pri različnih parametrih α_p in b_0 za $q = 2$ 56

7.3 Prikaz velikosti samodržnega navora pri različnih parametrih α_p in b_0 za $q = 3$ 57

7.4 Primerjava oblike samodržnega navora pri $\alpha_p = 0.85$ in $b_0 = 2\,\mathrm{mm}$ za $q = 2$ in $q = 3$ 58

7.5 Primerjava oblike elektromagnetnega navora pri $\alpha_p = 0.85$ in $b_0 = 2\,\mathrm{mm}$ za $q = 2$ in $q = 3$ 58

8.1 Radialna komponenta gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi magnetov 60

8.2 Radialna komponenta gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi magnetov 60

8.3 Radialna komponenta gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi magnetov 61

8.4 Radialna komponenta gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi magnetov 61

8.5 Primerjava oblike inducirane napetosti 62

8.6 Primerjava elektromagnetnih navorov 63

8.7 Primerjava samodržnih navorov 63

Seznam tabel

1 Veličine in simboli xiv

3.1 Tabelarični zapis navijalne sheme statorja za en polov par 26

5.1 Geometrijski in magnetni parametri izračunanega stroja 46

5.2 Tabelarični zapis navijalne sheme simuliranega modela motorja za en polov par 46

Seznam uporabljenih simbolov

V pričujočem zaključnem delu so uporabljeni naslednje veličine in simboli:

Veličina / oznaka		**Enota**	
Ime	Simbol	Ime	Simbol
čas	t	sekunda	s
frekvenca	f	hertz	Hz
gostota magnetnega pretoka	$\mathbf{B}$	tesla	T
.. v radialni smeri	$\mathbf{B}_r$	tesla	T
.. v tangencialni smeri	$\mathbf{B}_\theta$	tesla	T
.. trajnih magnetov v radialni smeri	$\mathbf{B}_{TMr}$	tesla	T
.. trajnih magnetov v tangencialni smeri	$\mathbf{B}_{TM\theta}$	tesla	T
.. statorskega navitja v radialni smeri	$\mathbf{B}_{ARMr}$	tesla	T
.. statorskega navitja v tangencialni smeri	$\mathbf{B}_{ARM\theta}$	tesla	T
remanenčna gostota magnetnega pretoka trajnih magnetov	B_{rem}	tesla	T
permeabilnost praznega prostora	μ_0	-	$\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}$
relativna permeabilnost	μ_r	-	$\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}$
magnetna poljska jakost	$\mathbf{H}$	-	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$
vektor magnetizacije	$\mathbf{M}$	-	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$
število pi	π	-	-
število polovih parov	p	-	-
kot zračne reže	θ	radian	rad
radij sredine zračne reže	r	meter	m
radij rotorja	R_r	meter	m

radij magnetov	R_m	meter	m
radij statorja	Rs	meter	m
kotna širina magneta	α	radian	rad
razmerje kotne širine magneta in kotne širine pola	α_p	-	-
kompleksna permeančna funkcija	λ_r	-	-
permeančna funkcija v radialni smeri	λ_r	-	-
permeančna funkcija v tangencialni smeri	λ_θ	-	-
permeančna funkcija rotorja	λ_{rotor}	-	-
kompleksna vrednost gostote magnetnega pretoka statorja	B_s	tesla	T
število ovojev faznega navitja	N_c	-	-
fazni tok	I	amper	A
višina zračne reže	δ	meter	m
višina magnetov	h_{mag}	meter	m
električna moč	P	watt	W
efektivna vrednost inducirane napetosti prve faze	E_1	volt	V
efektivna vrednost toka prve faze	I_1	amper	A
navor	M	-	Nm
električni navor	M_{EI}	-	Nm
mehanska frekvenca rotorja	f_{meh}	hertz	Hz
elektromagnetni navor	M_{em}	-	Nm
dolžina statorskega paketa	l	meter	m
samodržni navor	M_{SN}	-	Nm
magnetni pretok	Φ	webber	Wb
magnetni sklep	Ψ	webber	Wb
časovna odvsnost inducirane napetosti	e_1	volt	V

Tabela 1: Veličine in simboli

Vektorji in matrike so napisani s poudarjeno pisavo. Natančnejši pomen simbolov in njihovih indeksov je razviden iz ustreznih slik ali pa je pojasnjen v spremljajočem besedilu, kjer je simbol uporabljen.

Povzetek

V magistrski nalogi smo se posvetili realizaciji alternativne analitično-numerične metode izračuna magnetnih razmer v zračni reži motorja s površinsko nameščenimi magneti. Metoda opisuje algoritme za izračune gostote magnetnih pretokov v zračni reži zaradi vzbujanja magnetov in zaradi vpliva toka statorskega navitja. V nadaljevanju realiziramo in opišemo kompleksno permeančno funkcijo, dodamo vpliv relativne permeabilnosti magnetov h gostoti magnetnega pretoka. Iz vseh dobljenih vrednosti nato izračunamo inducirano napetost, elektromagnetni in samodržni navor. Analitično metodo primerjamo še z metodo končnih elementov, kjer upoštevamo linearno B-H karakteristiko železa. Ugotovimo ujemanje gostot magnetnih pretokov in inducirane napetosti, slabše pa je ujemanje navorov zaradi izbrane analitične metode izračuna navorov. Na koncu dodamo še nelinearno B-H karakteristiko feromagnetnega materiala k izračunu z metodo končnih elementov in ugotovimo, da se poteki gostot magnetnega pretoka v zračni reži in potek inducirane napetosti ujemajo. Vrednosti elektromagnetnega navora pa so nekoliko manjše v tako predstavljenem stroju. Prikazana je še uporaba analitično-numerične metode, kjer smo s poskusi iskali minimalno vrednost samodržnega navora. Metoda je uporabna, dovolj natančna za osnovno optimizacijo in hitrejša od metode končnih elementov. Za nadaljnjo optimizacijo električnega stroja se nato uporablja metodo končnih elementov.

Ključne besede: analitično-numerična metoda, gostota magnetnega pretoka, trajni magneti, sinhronski stroj, metoda končnih elementov, elektromagnetni na-

vor, samodržni navor, inducirana napetost, kompleksna permeančna funkcija, algoritem

Abstract

The primary objective of the master thesis was to calculate and analyse magnetic conditions within the surface mounted permanent magnet electric motors. More precisely, the distribution of magnetic flux density within the air-gap and the resulting physical quantities such as the induced voltage, the electromagnetic torque and the cogging torque were calculated and analysed. The analysis was based on an analytical-numerical model of the surface mounted permanent magnet electric motor. First, the algorithms for calculation of magnetic flux density in the air gap were developed. Second, the complex permeance function for stator slotting is defined and calculated and the relative peremeance of the rotor magnets is added into the algorithm. The developed algorithm enables calculation of radial and tangential components of magnetic flux densities produced by both the rotor permanent magnets and stator current. Based on the resulting magnetic flux densities the algorithm enables the calculation of the induced voltage, electromagnetic and cogging torque. The results obtained with the analytical-numerical model were compared with a finite element based numerical model with linear B-H characteristic of feromagnetic material. A good agreement for the magnetic flux density and the induced voltage was obtained between the two models. However, the electromagnetic and cogging torque differs due to the chosen analytical method. Therefore, the finite element model was improved with the nonlinear B-H characteristic of the feromagnetic material. The new comparison showed a difference only in electromagnetic torques due to magnetic saturation of the motor core. Finally, the applicability of the developed algorithm was tested and demonstrated for different geometries of the surface

mounted permanent magnet electric motors.

Key words: analytic-numerical method, magnetic flux density, permanent magnet, synchronous machine, finite element method, electromagnetic torque, cogging torque, induced voltage, complex permeance function, algorithm

1 Uvod

Uspešno načrtovanje električnih strojev zahteva znanje na različnih področjih fizikalnega sveta. Eno teh znanj je tudi znanje elektromagnetike in poznavanja pojavov in razmer v električnem stroju. V pomoč za boljše razumevanje teh razmer in lastnosti električnih strojev se pri načrtovanju uporablja različne metode.

Prva izmed metod je uporaba osnovnih analitičnih enačb [1]. Postopek načrtovanja s pomočjo teh enačb zahteva sosledje postopkov, ki na začetku temeljijo na dosedanjih izkušnjah, kar omogoča boljše rezultate pri načrtovanju električnega stroja. Skupaj z izkušenim inženirjem je ta metoda hitra in relativno natančna. Za rezultat lahko dobimo stroj, ki zelo dobro ustreza zahtevam. S to metodo dobimo osnoven vpogled v lastnosti želenega stroja, vsekakor pa na ta način stroj ni dovolj natančno opisan za doseganje današnjih stroškovnih, energijskih in okoljskih zahtev.

Za dosego boljše natančnosti izračunov lastnosti stroja se danes povečini poslužujemo simulacij z uporabo metode končnih elementov (MKE) [2]. Ta metoda je ob pravilnih začetnih in robnih pogojih najbolj natančna poznana metoda. S tem, ko pridobimo na natančnosti, izgubimo na hitrosti izračuna, saj realen prikaz razmer zahteva veliko število točk izračuna in iteracij.

V pričujočem delu smo opisali uporabo in realizacijo analitično-numerične metode izračuna lastnosti električnega stroja [3], ki temelji na uporabi linearnega statorskega železa z neskončno permeabilnostjo. Ta metoda vpelje definicijo kompleksne permeančne funkcije, s katero lahko izračunamo razmere v zračni reži. Metoda upošteva vzbujanje s strani trajnih magnetov in statorskega toka

in izračuna potek gostote magnetnega pretoka. S poznanimi vrednostmi gostote magnetnega pretoka lahko nato izračunamo potek elektromagnetnega navora, samodržnega navora in inducirane napetost. Ravno tako lahko hitro izpeljemo enostavno optimizacijo osnovnih dimenzij električnega stroja, s katerimi lahko optimizacijo nadaljujemo z uporabo natančnejše metode končnih elementov. Vsi omenjeni izračuni in primer osnovne optimizacije so prikazani v nadaljevanju.

V magistrski nalogi smo najprej predstavili osnovne sinhronske stroje s trajnimi magneti in se nato osredotočili na stroj s površinsko nameščenimi magneti. Kasneje smo opisali izračune gostot magnetnega pretoka v zračni reži zaradi vzbujanja magnetov in statorskega toka. Nato smo izračunali inducirano napetost, elektromagnetni in samodržni navor in primerjali dobljene rezultate z izračuni iz simulacije z metodo končnih elementov. V nadaljevanju je prikazan primer hitre optimizacije. Na koncu pa so rezultati analitične metode primerjani še z realnim modelom stroja v programu z MKE, kjer smo upoštevali še nelinearno B-H karakteristiko železa.

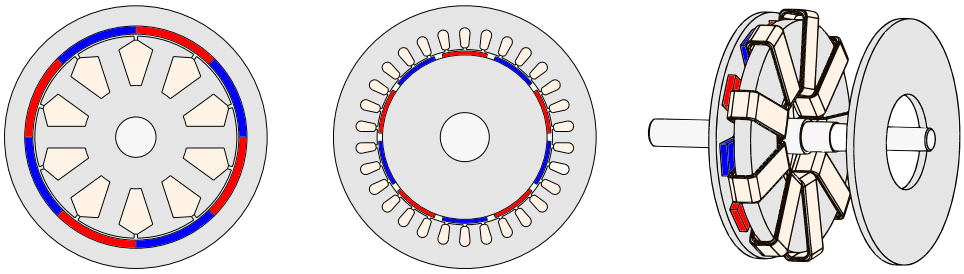
2 Sinhronski stroj s trajnimi magneti

2.1 Tipi rotacijskih sinhronskih storjev s trajnimi magneti

V tem poglavju so predstavljene osnovne oblike rotacijskih strojev s trajnimi magneti. Na sliki 2.1 je prikazan motor s trajnimi magneti z zunanjim rotorjem (2.1a), motor z notranjim rotorjem (2.1b) in motor z aksialnim vzbujanjem (2.1c).

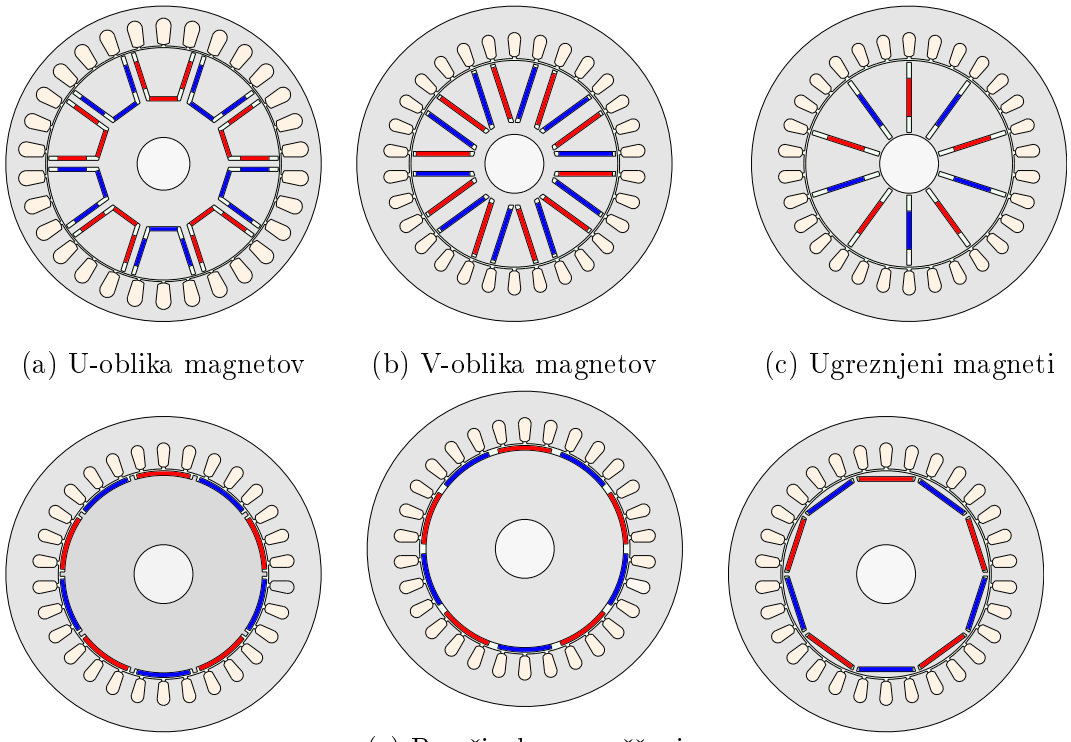
2.2 Tipi rotorjev

Pri sinhronskih strojih s trajnimi magneti z notranjim rotorjem poznamo več različnih tipov rotorjev. Izbor tipa rotorja je odvisen od različnih parametrov in zahtev. Zaradi lastnih značilnosti posameznih rotorjev niso vsi primerni za vse



(a) (b) (c)

Slika 2.1: Tipi strojev s trajnimi magneti: zunanji rotor 2.1a, notranji rotor 2.1b, aksialno vzbujanje 2.1c



(a) U-oblika magnetov (b) V-oblika magnetov (c) Ugreznjeni magneti

(d) Vloženi magneti (e) Površinsko nameščeni magneti (f) Potopljeni magneti

Slika 2.2: Različni tipi rotorjev stroja s trajnimi magneti

aplikacije. Na sliki 2.2 so prikazani poenostavljeni osnovni tipi rotorjev stroja s trajnimi magneti.

V nadaljevanju smo se pri izračunih osredotočili na sinhronski motor s površinsko nameščenimi trajnimi magneti.

3 Sinhronski stroj s površinsko nameščenimi magneti

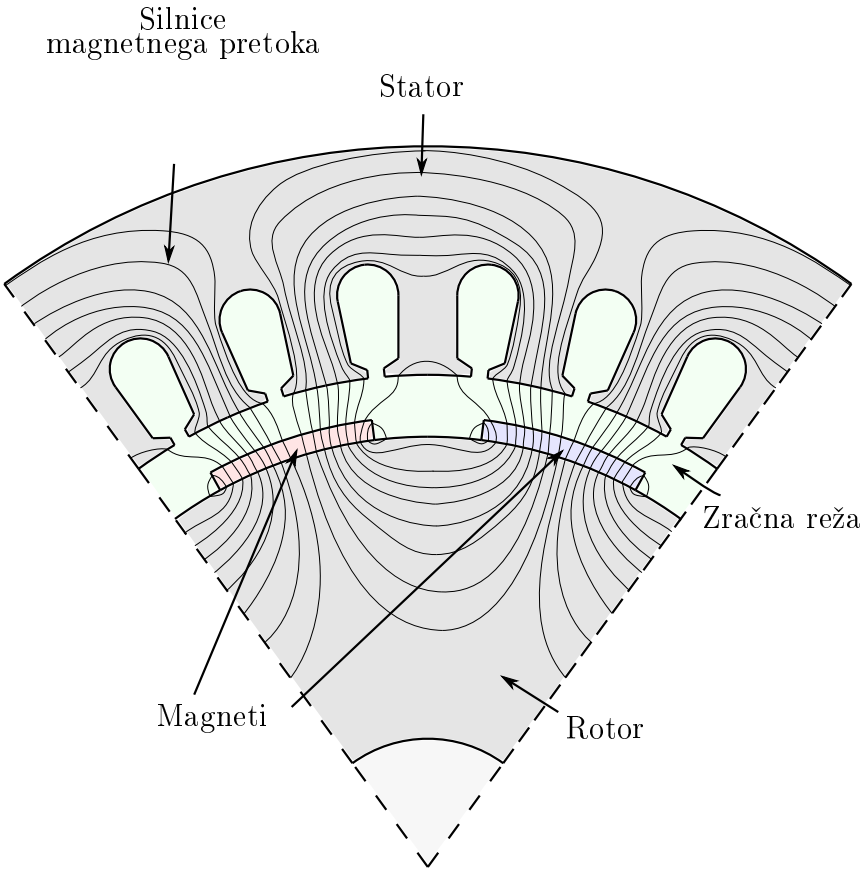
3.1 Opis razmer v zračni reži

Slika 3.1 prikazuje del rotacijskega stroja s silnicami magnetnega polja med statorjem in rotorjem z neskončno relativno permeabilnostjo. Na rotorju so nameščeni magneti z izmenjujočo polarizacijo magnetizacije. Na statorju vidimo statorske zobe, ki vplivajo na potek silnic magnetnega pretoka v stroju. To je poenostavitev električnega stroja, ki ga opisujejo analitični izračuni v nadaljevanju.

Na sliki 3.2 je prikazan del silnice gostote magnetnega pretoka v zračni reži. Razvidno je, da sta prisotni tako radialna kot tangencialna komponenta. Tangencialne smeri silnic gostote magnetnega pretoka povzročijo tako nehomogena magnetizacija magnetov kot tudi statorski zobje. Podobne lastnosti, kot za magnetno polje vzbujeno s strani magnetov, velja tudi za gostoto magnetnega pretoka, ki je rezultat toka v statorskem navitju.

3.2 Metoda analitičnega izračuna razmer v zračni reži

Porazdelitev gostote magnetnega pretoka v zračni reži je odvisna od različnih vplivov. Najprej je potrebno izračunati vpliv magnetov, temu je potrebno dodati vpliv statorskih zob, ki ga opišemo s kompleksno permeančno funkcijo. Statorski tok preko statorskih zob ravno tako ustvarja svojo gostoto magnetnega pretoka



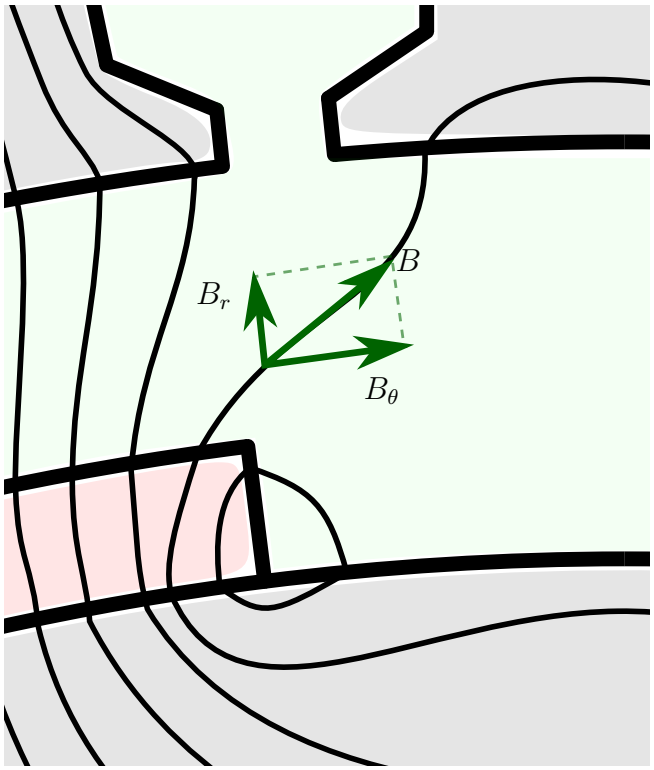
Slika 3.1: Prikaz razmer v zračni reži med statorjem in rotorjem

v zračni reži. Radialni in tangencialni porazdelitvi gostot magnetnega pretoka zaradi vzbujanja s statorskim navitjem je potrebno dodati še vpliv navideznega zmanjšanja zračne reže zaradi vpliva oblike rotorja.

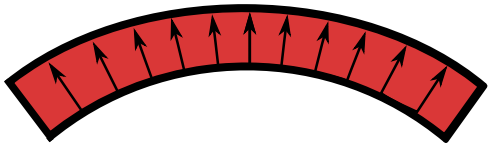
3.2.1 Magnetno polje v zračni reži zaradi vpliva trajnih magnetov

Zaradi narave rotacijskih strojev je smiseln izračun gostote magnetnega pretoka v polarnih koordinatah [4]. Na sliki 3.3 je prikazana magnetizacija magnetov v odvisnosti od kota za en polov par v primeru, ko ni celoten obod rotorja prekrit z magneti (slika 3.1). Takšen opis magnetizacije se tudi bolj približa realnosti, saj je teoretično nemogoče zgraditi stroj, kjer bi se magneta povsem stikala. Zaradi lastnega stresanja magnetnega polja magnetov je aktivna širina vedno manjša od dejanske širine magnetov.

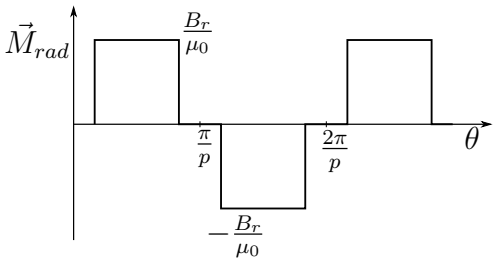
Izračun gostote magnetnega pretoka trajnih magnetov je za rotorje s povr-



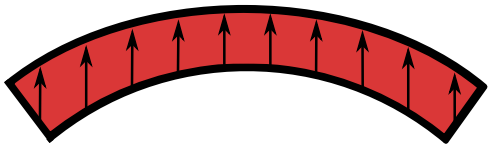
Slika 3.2: Prikaz tangencialne in radialne komponente gostote magnetnega pretoka v zračni reži



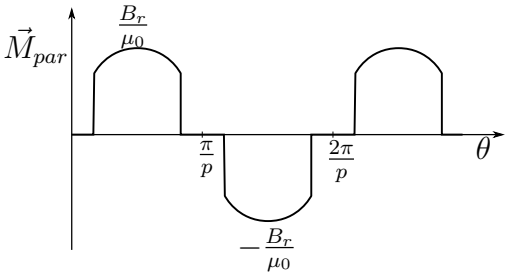
(a) Prikaz silnic magnetnega polja v magnetu z radialno magnetizacijo



(b) Potek magnetizacije radialno namagnetenega magneta



(c) Prikaz silnic magnetnega polja v magnetu s paralelno magnetizacijo



(d) Potek magnetizacije radialno namagnetenega magneta

Slika 3.3: Prikaz dveh možnosti magnetizacije magnetov

šinsko nameščenimi magneti možen za dva tipa magnetizacij, radialno in paralelno. Radialna magnetizacija (sliki 3.3a in 3.3b) ima silnice magnetnega pretoka usmerjene radialno navzven. Kot med dvema silnicama je pri homogeni paralelni magnetizaciji vedno enak. Paralelna magnetizacija (sliki 3.3c in 3.3d) ima silnice magnetnega pretoka vzporedne po celotni širini magneta. S povečevanjem radija rotorja se razlika med radialno in paralelno magnetizacijo zmanjšuje. V modelu smo uporabili radialno magnetizacijo zaradi enostavnejšega prikaza postopka in izračuna.

Poljska vektorja $\vec{B}$ in $\vec{H}$ sta povezana z enačbama za gostoto magnetnega pretoka v zraku (enačba 3.1) in v magnetih (enačba 3.2), kjer je μ_m permeabilnost magnetov, ki je določena z relativno permeabilnostjo magnetov (μ_r) in permeabilnostjo praznega prostora μ_0 ($\mu_m = \mu_0\mu_r$). Velikost magnetizacije M je v posamezni točki magneta določena z remanenčno gostoto magnetnega pretoka magnetov $M = \frac{B_r}{\mu_0}$, ker je predpostavljena homogena porazdelitev po celotnem magnetu. V spodnjih enačbah indeks I opisuje razmere v zračni reži, medtem ko indeks II opisuje razmere v magnetih. Po tem poglavju smo označevanje s tovrstnimi indeksi opustili, ker nas zanimajo le razmere v zračni reži.

$$\vec{B_I} = \mu_0 \vec{H_I} \tag{3.1}$$

$$\vec{B_{II}} = \mu_m \vec{H_{II}} + \mu_0 \vec{M} \tag{3.2}$$

Z vpeljavo skalarnega magnetnega potenciala φ [4] lahko zapišemo Laplaceovo enačbo 3.3 za razmere v zračni reži.

$$\frac{\partial^2 \varphi_I}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \varphi_I}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial \varphi_I^2}{\partial \theta^2} = 0 \tag{3.3}$$

Za opis razmer v magnetih pa lahko zapišemo Poissonovo enačbo 3.4.

$$\frac{\partial^2 \varphi_{II}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \varphi_{II}}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial \varphi_{II}^2}{\partial \theta^2} = \frac{M_r}{r\mu_r} \tag{3.4}$$

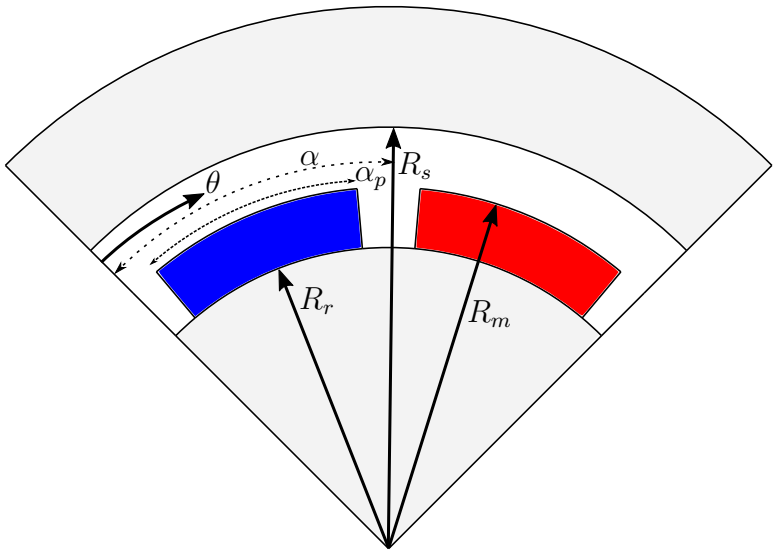
Opisana analitična metoda uporablja le opis razmer v zračni reži, ki so po izpeljavi v [4] zapisane v obliki Fourierove vrste. Ta oblika je že uporabna za implementacijo v računalniškem orodju (i.e. MATLAB), saj je potrebno implementirati le seštevanje pravilnih členov vsote in izračun ponavljati do želene natančnosti. Enačba 3.5 opisuje Fourierovo vrsto radialne komponenete gostote magnetnega pretoka, enačba 3.6 pa tangencialno komponento. V obeh enačbah je p število polovih parov, R_r radij rotorja, R_m radij magnetov, R_s radij statorja. M_n je v Fourierovo vrsto razvita magnetizacija s slike 3.3b, zapisana z enačbo 3.7. Oznake so razvidne s slike 3.4.

$$B_{rI}(r,\theta) = \sum_{n=1,3,..}^{\infty} \frac{\mu_0 M_n}{\mu_r} \frac{np}{(np)^2-1} \cdot \left\{ \frac{np-1+2\left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{np+1} - (np+1)\left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{2np}}{\frac{\mu_r+1}{\mu_r}\left[1-\left(\frac{R_r}{R_s}\right)^{2np}\right] - \frac{\mu_r-1}{\mu_r}\left[\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{2np} - \left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{2np}\right]} \right\} \cdot \left[\left(\frac{r}{R_s}\right)^{np-1}\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{np+1} + \left(\frac{R_m}{r}\right)^{np+1}\right] \cos(np\theta) \quad (3.5)$$

$$B_{\theta I}(r,\theta) = \sum_{n=1,3,..}^{\infty} \frac{-\mu_0 M_n}{\mu_r} \frac{np}{(np)^2-1} \cdot \left\{ \frac{np-1+2\left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{np+1} - (np+1)\left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{2np}}{\frac{\mu_r+1}{\mu_r}\left[1-\left(\frac{R_r}{R_s}\right)^{2np}\right] - \frac{\mu_r-1}{\mu_r}\left[\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{2np} - \left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{2np}\right]} \right\} \cdot \left[\left(\frac{r}{R_s}\right)^{np-1}\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{np+1} + \left(\frac{R_m}{r}\right)^{np+1}\right] \sin(np\theta) \quad (3.6)$$

$$M_n = 2\frac{B_r}{\mu_0}\alpha_p \frac{\sin\left(\frac{n\pi\alpha_p}{2}\right)}{\frac{n\pi\alpha_p}{2}} \quad (3.7)$$

Za izračun želenih vrednosti vsot v enačbah 3.5 in 3.6 je Algoritem 1 zelo enostaven in omogoča hkratno računanje radialne in tangencialne komponente gostote magnetnega pretoka. Največ težav povzročata parametra, ki določata dolžino vsote Fouriereve vrste in število točk (različnih kotov) izračuna na zob statorja. Oba parametra vplivata na natančnost in hitrost izračuna. Večja je



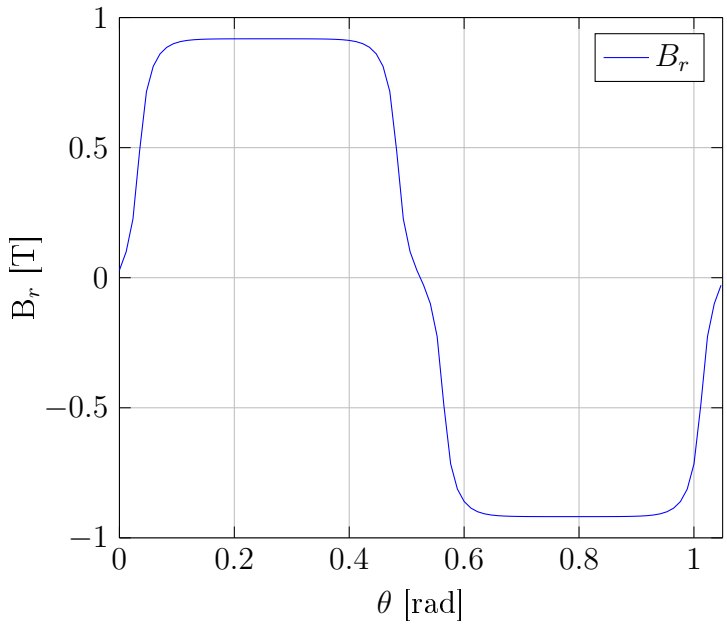
Slika 3.4: Oznake v stroju za enačbi 3.5 in 3.6.

natančnost, počasnejši je izračun. Ob povečevanju obeh omenjenih parametrov mora algoritem večkrat ponoviti podobne izračune, kar podaljša čas računanja modela. V primeru, ko oba parametra zmanjšamo, se zmanjša tudi natančnost. Uporabnik se lahko sam odloči, katera lastnost je pomembnejša - hitrost ali natančnost izračuna.

Ko realiziramo Algoritem 1 dobimo rezultate za gladek stator, ki je predstavljen na sliki 3.4. Poteki radialne in tangencialne komponente gostote magnetnega pretoka sta prikazani na slikah 3.5 in 3.6. V obeh primerih je bila uporabljeno 70 členov Fouriereve vsote in 300 točk izračuna. Slika 3.5 predstavlja potek radialne komponente gostote magnetnega pretoka v sredini zračne reže. Gostota magnetnega pretoka najprej z roba magneta narašča, nad magnetom pa je konstantna. Nad drugim robom magneta pa se obrne, odvisno od magnetizacije, v negativno smer. Slika 3.6 predstavlja tangencialno komponento gostote magnetnega pretoka. Na začetku vidimo špico tangencialne komponente. Ta del predstavlja prazen prostor med obema magnetoma, ko se silnice magnetnega pretoka zaključujejo med obema polaritetama magnetov samo po zračni reži. Nad magnetom takšne tangencialne komponente ni. Ob obratu polaritete se tangencialna kom-

Algoritem 1 Izračun B_{rI} in $B_{\theta I}$.

```
x_res;                          ▷ Resolucija izračunov definirana na statorski zob
Q_mag;                          ▷ Število utorov na magnetni polov par
for stevec = 1 do x_res · Q_mag do
    φ = 2π/(x_res Q_s) · (stevec − 1);          ▷ Izračun naslednjega kota φ
    sumB_r = 0;                 ▷ Začetna vrednost vsote pred vsakim izračunom
    sumB_θ = 0;                 ▷ Začetna vrednost vsote pred vsakim izračunom
    for i = 1 do število Fourierovih vsot do
        n = 2 · i − 1;                          ▷ Izračun števca vsote n
        sumB_r = sumB_r + B_rI(r, φ, n);
                    ▷ Vsoti dodamo izračun za ta kot φ in ta koeficient n
        sumB_θ = sumB_θ + B_θI(r, φ, n);
                    ▷ Vsoti dodamo izračun za ta kot φ in ta koeficient n
    end for
    B_r(φ) = sumB_r;            ▷ Za ta kot shranimo radialno komponento
    B_θ(φ) = sumB_θ;            ▷ Za ta kot φ shranimo tangencialno komponento
end for
```

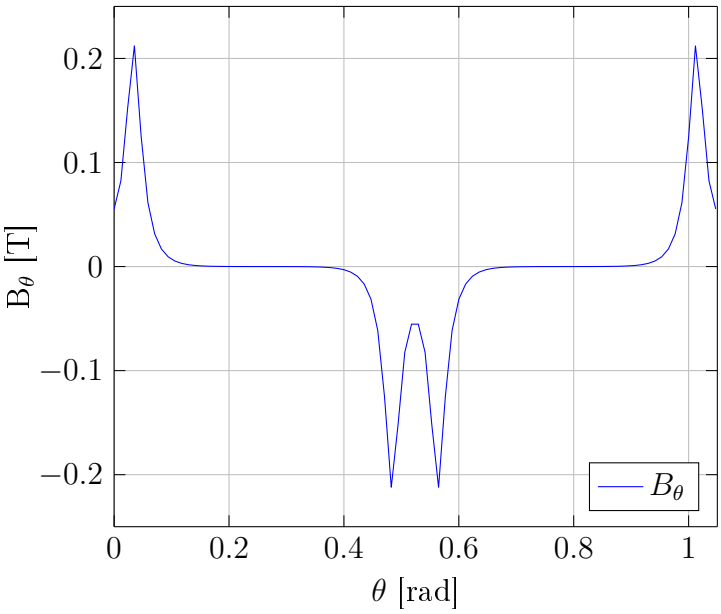


Slika 3.5: Radialna komponenta gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi vzbujanja magnetov in z gladkim statorjem

ponenta zopet pojavi in je nasprotnega predznaka. Potek gostote magnetnega pretoka je odvisen od poteka magnetizacije.

Vrednosti parametrov uporabljene geometrije pri izračunu:

- $R_r = 65.35\,\mathrm{mm}$
- $R_m = 67.35\,\mathrm{mm}$
- $R_s = 68.35\,\mathrm{mm}$
- $\alpha_p = 0.85\,\mathrm{mm}$
- $B_r = 1.4\,\mathrm{T}$
- $p = 6$



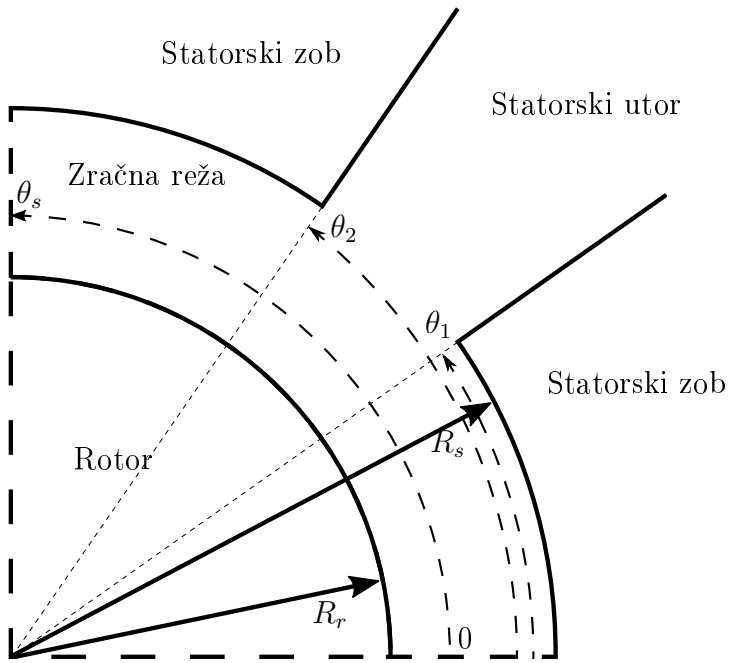
Slika 3.6: Tangencialna komponenta gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi vzbujanja magnetov in z gladkim statorjem

3.2.2 Kompleksna permeančna funkcija

V prejšnjem poglavju smo izračunali gostoto magnetnega pretoka v zračni reži pri gladkem statorju in prostem teku. To pomeni, da v statorskih navitjih ni toka. Ker realni stroj nima gladkega statorja, ampak ima statorske zobe, je potrebno vpeljati funkcijo, ki predstavi vpliv statorskih zob na razmere v zračni reži. Ta funkcija se imenuje permeančna funkcija zračne reže.

Permeančno funkcijo lahko opišemo na dva načina. Prvi izmed načinov je zapis vrednosti permeančne funkcije tako, da ima pod zobom statorja vrednost 1, pod utorom pa se do polovice utora zmanjšuje, naprej, do naslednjega zoba, pa povečuje [5]. Tak opis je manj natančen, ker ne upošteva vpliva na tangencialno komponento gostote magnetnega pretoka zaradi roba zoba.

Drugi način je način, ki bo opisan v nadaljevanju, to je z uporabo t.i. "kompleksne permeančne funkcije", kjer je s pomočjo konformnih preslikav možen zapis manjkajočih razmer iz prvega načina zapisa permeančne funkcije.



Slika 3.7: Poenostavljen prikaz dimenzij ene utorske delitve v polarnih koordinatah

Slika 3.7 predstavlja eno utorsko delitev na statorju. Izračun kompleksne permeančne funkcije poteka samo za en zob. Predpostavimo, da so vse utorske delitve na statorju stroja enake, zato vsem priredimo to izračunano vrednost. Tako dobimo končno obliko kompleksne permeančne funkcije za en polov par.

Izpeljava enačb je opisana v [3] in [6]. Za algoritem izračuna kompleksne permeančne funkcije je potrebno iz [6] izluščiti uporabne parametre, ki omogočajo pravilen izračun.

Pri konformnih preslikavah je potrebno pravilno določiti naslednje parametre:

Magnetno zračno režo s slike 3.7:

$$g^{'} = \log(\frac{R_s}{R_r}) \tag{3.8}$$

Kotno širino statorskega utora s slike 3.7:

$$b_0^{'} = \theta_2 - \theta_1 \tag{3.9}$$

Celotno kotno širino utorove delitve:

$$\theta_s = \frac{2\pi}{Q_s} \tag{3.10}$$

Polovico kotne širine utorove delitve:

$$\theta_{s2} = \frac{\theta_s}{2} \tag{3.11}$$

Algoritem 2 izračuna kompleksno permeančno funkcijo za eno utorsko delitev. V algoritmu najprej definiramo parametra b in a, nato pa zanka for spreminja števec i od 1 do vrednosti resolucije, definirana z x_{res}. S števcem i se definira naslednji kot izračuna in s funkcijo z_1 opišemo točko izračuna v polarnih koordinatah. Nato se definira funkcijo kompleksne spremenljivke $z_2(w)$. Izpeljava obeh funkcij je opisana v [3]. V naslednjem koraku se išče minimalno vrednost absolutne vrednosti razlike $z_2(w) - z_1$ z vgrajeno MATLAB funkcijo $fminsearch$. Ta MATLAB funkcija spreminja vrednost kompleksne spremenljivke w preko zapisa $w = x + iy$, kjer ločeno spreminja vrednosti x in y. Izhod iz funkcije $fminsearch$ sta vrednosti x in y, pri katerih je želena razlika najmanjša. Preko parametra k in vrednosti w ter ostalih parametrov izračunamo vrednost λ, kar je tudi končni izračun za iskanje kompleksne permeančne funkcije. V funkciji λ sta opisana radialna in tangencialna komponenta, zato razdelimo λ na realno in imaginarno komponento. Realna komponenta predstavlja radialno vrednost permeance (enačba 3.12 in slika 3.8) medtem ko imaginarna komponenta predstavlja tangencialno vrednost permeance (enačba 3.13 in slika 3.9).

$$\lambda_r = real(\lambda) \tag{3.12}$$

$$\lambda_t = imag(\lambda) \tag{3.13}$$

Uporabnost obeh komponent permeančne funkcije se zagotovi s tem, da se izračunane permeančne funkcije ene utorske delitve razširi na vse utore, ki ga

Algoritem 2 Izračun kompleksne permeančne funkcije λ.

$b = \left[\frac{b_0'}{2g'} + \sqrt{(\frac{b_0'}{2g'})^2 + 1}\right]^2$; ▷ Parameter, potreben za izračun z uporabo konformnih preslikav

$a = \frac{1}{b}$; ▷ Parameter, potreben za izračun z uporabo konformnih preslikav

for $i = 1$ do velikosti x_{res} **do**

$\theta = \frac{\theta_s}{x_{res}-1} \cdot i$; ▷ Naslednji kot θ za izračun

$z_1 = \ln(r) + j\theta$; ▷ Izračun naslednjega parametra z_1

$s = r \cdot e^{j\theta}$; ▷ Izračun naslednjega parametra s

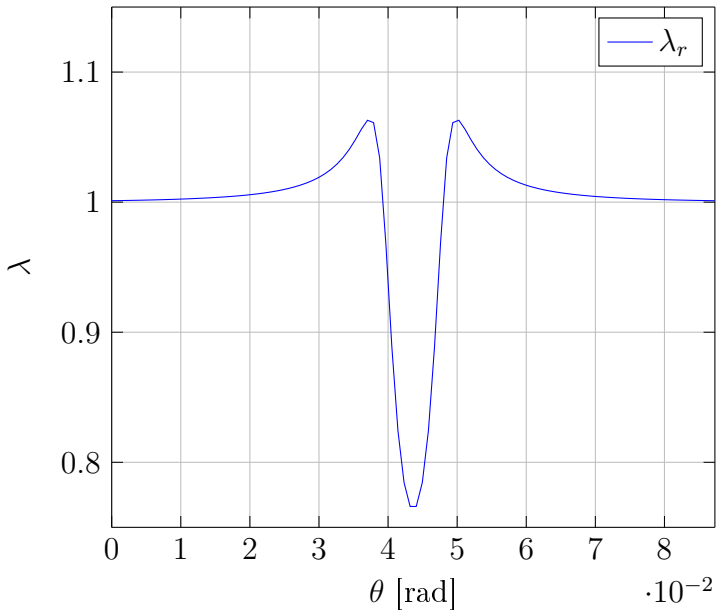
$z_2(w) = j\frac{g'}{\pi}\left[\ln(\frac{1+\sqrt{\frac{w-b}{w-a}}}{1-\sqrt{\frac{w-b}{w-a}}}) - \ln(\frac{b+\sqrt{\frac{w-b}{w-a}}}{b-\sqrt{\frac{w-b}{w-a}}}) - \frac{2(b-1)}{\sqrt{b}}\arctan(\frac{\sqrt{\frac{w-b}{w-a}}}{\sqrt{b}})\right] +$
$+ \ln(R_s) + j\theta_2$; ▷ Izračun naslednjega parametra z_2 iz izpeljave v [3], kjer je w spremenljivka v kompleksnem prostoru

$min(abs(z_2(w) - z_1))$ ▷ Iskanje najmanjše vrednosti razlike $abs(z_2(w) - z_1)$, z variacijo kompleksne spremenljivke w, v MATLAB je uporabljena funkcija $fminsearch$, izhod iz funkcije je w v obliki $w = x + jy$.

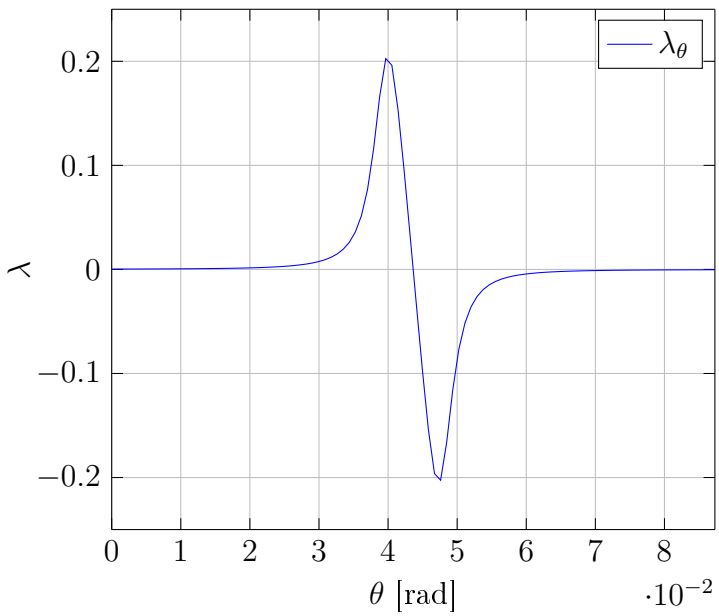
$k = R_s \cdot e^{j\frac{g'}{\pi}\ln(w) + \frac{\theta_s}{2}}$; ▷ Iz rezultatov iskanja minimalne vrednosti, izračunan parameter k

$\lambda(\theta) = \frac{k}{s}\frac{w-1}{s(w-a)^{\frac{1}{2}}(w-b)^{\frac{1}{2}}}$; ▷ Končni izračun vrednosti kompleksne permeance za ta kot θ

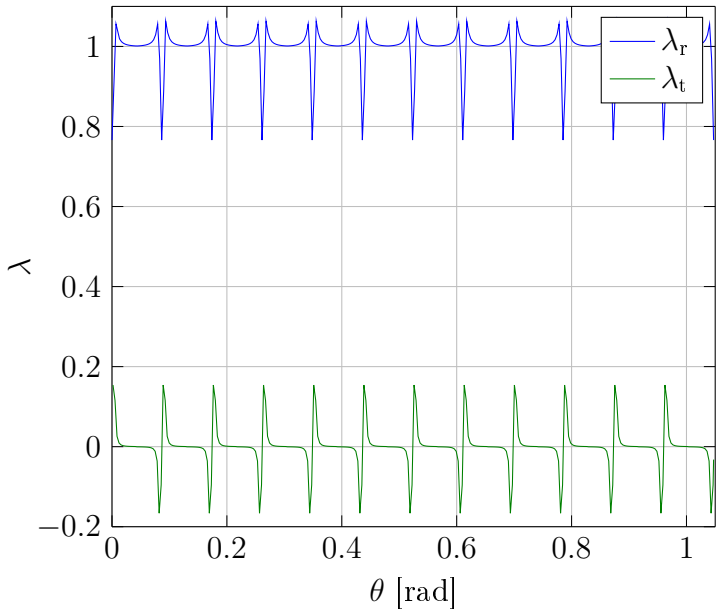
end for



Slika 3.8: Radialna komponenta permeančne funkcije za območje ene utorske delitve



Slika 3.9: Tangencialna komponenta permeančne funkcije za območje ene utorske delitve



Slika 3.10: Potek radialne in tangencialne komponente permeančne funkcije po enem polovem paru

pokriva en polov par iz prejšnjega poglavja. Pri razširitvi se predpostavi, da so vsi utori in zobje popolnoma enaki. Ta razširitev je izračuna z Algoritmom 3 in prikazana na sliki 3.10.

Algoritem 3 Potek kompleksne permeančne funkcije po enem polovem paru

for $i = 1$ do števila zob na polov par **do**

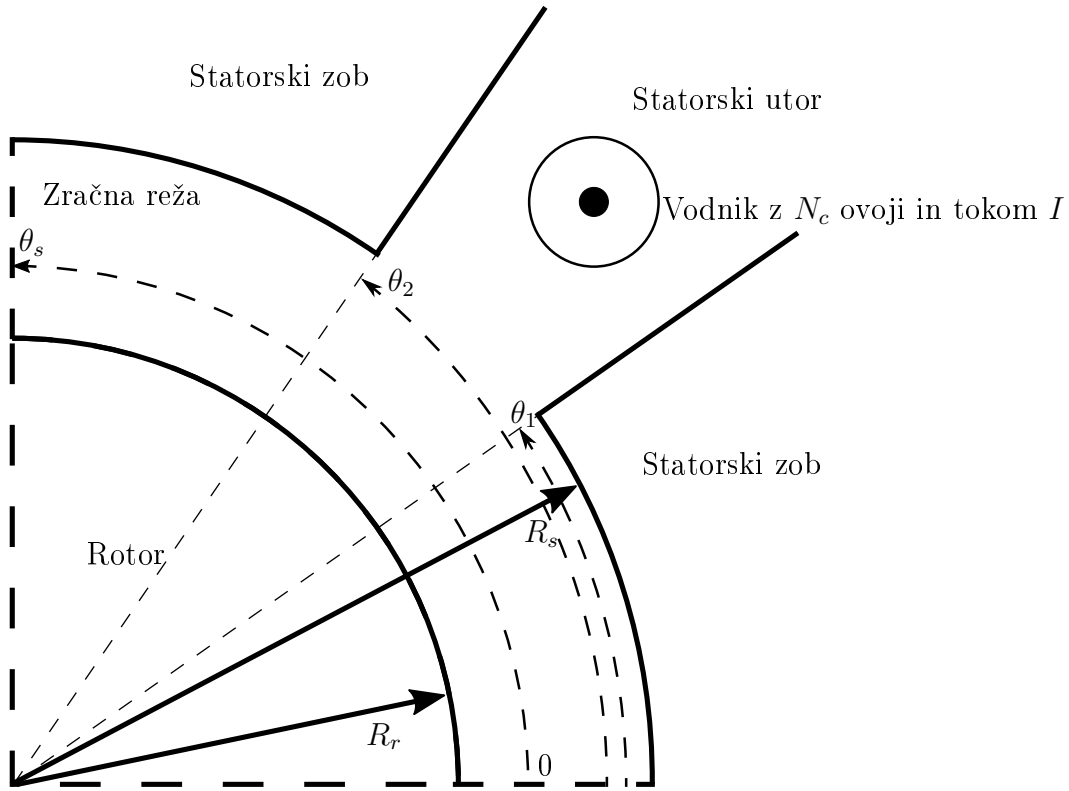
$\lambda_{rpp}(i) = \lambda_r$; ▷ `Za vsak zob statorja dodamo vrednosti permeančne funkcije`

$\lambda_{tpp}(i) = \lambda_t$; ▷ `Za vsak zob statorja dodamo vrednosti permeančne funkcije`

end for

3.2.3 Magnetno polje v zračni reži zaradi vpliva statorskega navitja

Pri izračunu magnetnega polja zaradi vpliva statorskega navitja uporabimo podoben pristop s konformnimi preslikavami kot pri kompleksni permeančni funkciji.



Slika 3.11: Poenostavljen prikaz dimenzij ene utorske delitve v polarnih koordinatah

Najprej se izračunajo razmere v zračni reži okoli ene utorske delitve, ki nosi določen tok, nato pa se predpostavi, da vsak utor, ki ima vodnik s tokom,prispeva proporcionalno h gostoti magnetnega pretoka, saj je tok skozi vse vodnike enak. Na sliki 3.11 je predstavljena geometrija izračuna gostote magnetnega pretoka okoli enega utora z vodnikom.

Po izpeljavi v [3] z uporabo konformnih preslikav pridemo do enačbe 3.14, ki je sestavljena iz realne in imaginarne komponente, saj je w kompleksna spremenljivka. Parametra a in s sta ravno tako izpeljana iz konformnih preslikav in sta potrebna za izračun gostote magnetnega pretoka:

$$B_s(\theta) = \mu_0 \frac{N_c}{2g'I} \left(\frac{1}{s}\sqrt{\frac{w-a}{w+1}}\right)^* \tag{3.14}$$

Za izračun je potrebno poznati še nekatere parametre:

- N_c - število vodnikov posamezne faze v vsakem utoru
- I - tok v posameznem vodniku

Iz Algoritma 4 lahko izluščimo vrednosti radialne (B_{ARMr}) in tangencialne ($B_{ARM\theta}$) komponente magnetnega pretoka z enačbama 3.15 in 3.16. Po končanem izračunu dobimo vrednost gostote magnetnega pretoka v sredini zračne reže za vsak utor, v katerem je vodnik, sestavljen iz N_c ovojev, ki vodi tok I (slika 3.11) in je prikazan na sliki 3.12.

Algoritem 4 Izračun vpliva statorskega toka na vrednost gostote magnetnega pretoka v zračni reži

$a = (\frac{2g'}{b_0'})$; ▷ Parameter, potreben za izračun z uporabo konformnih preslikav

for $i = 1$ do velikosti x_{res} **do**

$\theta = \frac{\theta_s}{x_{res}-1} \cdot i$; ▷ Naslednji kot θ za izračun

$s = r \cdot e^{j\theta}$; ▷ Izračun naslednjega parametra s

$z_1 = \ln(s)$ ▷ Izračun naslednjega parametra z_1

$z_2(w) = j\frac{2g'}{\pi}\left[\frac{1}{\sqrt{a}}\arctan(\frac{\sqrt{\frac{w-a}{w+1}}}{\sqrt{a}}) + \frac{1}{2}\ln(\frac{1+\sqrt{\frac{w-a}{w+1}}}{1-\sqrt{\frac{w-a}{w+1}}})\right] + \ln(R_r) + j\frac{\theta_s}{2}$;

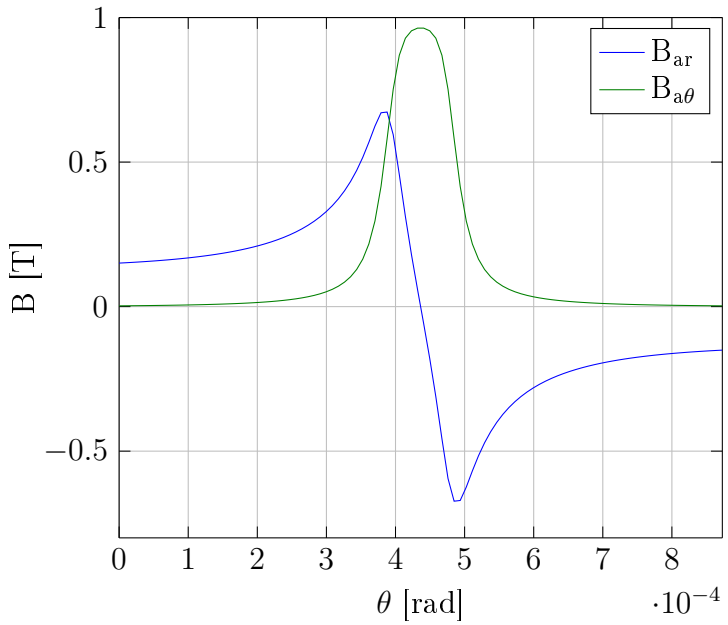
▷ Izračun naslednjega parametra z_2 iz izpeljave v [3], kjer je w spremenljivka v kompleksnem prostoru

$min(abs(z_2(w) - z_1))$ ▷ Iskanje najmanjše vrednosti razlike $abs(z_2(w) - z_1)$, z variacijo kompleksne spremenljivke w, v MATLAB je uporabljena funkcija $fminsearch$, izhod iz funkcije je w v obliki $w = x + jy$.

$B_s(\theta) = \mu_0 \frac{N_c}{2g'I}(\frac{1}{s}\sqrt{\frac{w-a}{w+1}})^*$; ▷ Končni izračun kompleksne vrednosti gostote magnetnega pretoka za ta kot θ

end for

$$B_{ARMr} = Re(B_s)\cos(\theta) + Im(B_s)\sin(\theta) \tag{3.15}$$



Slika 3.12: Potek radialne in tangencialne komponente gostote magnetnega pretoka za vodnik v utoru

Št. utora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Navitje	1	1	-3	-3	2	2	-1	-1	3	3	-2	-2

Tabela 3.1: Tabelarični zapis navijalne sheme statorja za en polov par

$$B_{ARM\theta} = -Re(B_s)\sin(\theta) + Im(B_s)\cos(\theta) \tag{3.16}$$

Pridobljene rezultate za N_c vodnikov v utoru je potrebno uporabiti pri porazdelitvi gostote magnetnega pretoka v zračni reži, ko se vključi dejansko navijalno shemo, kot je ponazorjeno v tabeli 3.1. Vsak stolpec predstavlja utor v statorju, s številko je označena številka faznega navitja: 1 pomeni prva faza, 2 je druga faza, 3 pa tretja faza. Predznak pred posamezno številko pove smer navijanja tuljavice v tistem utoru. Tako določena navijalna shema je enostavna za implementiranje v programu, uporabljenem za izračun vpliv posamezne faze. V nadaljevanju bo izračunan vpliva 1. faze na gostoto magnetnega pretoka v sredini zračne reže.

S pomočjo tabele 3.1 lahko s sliko 3.13 predstavimo način izračuna vpliva 1. faze na gostoto magnetnega pretoka.

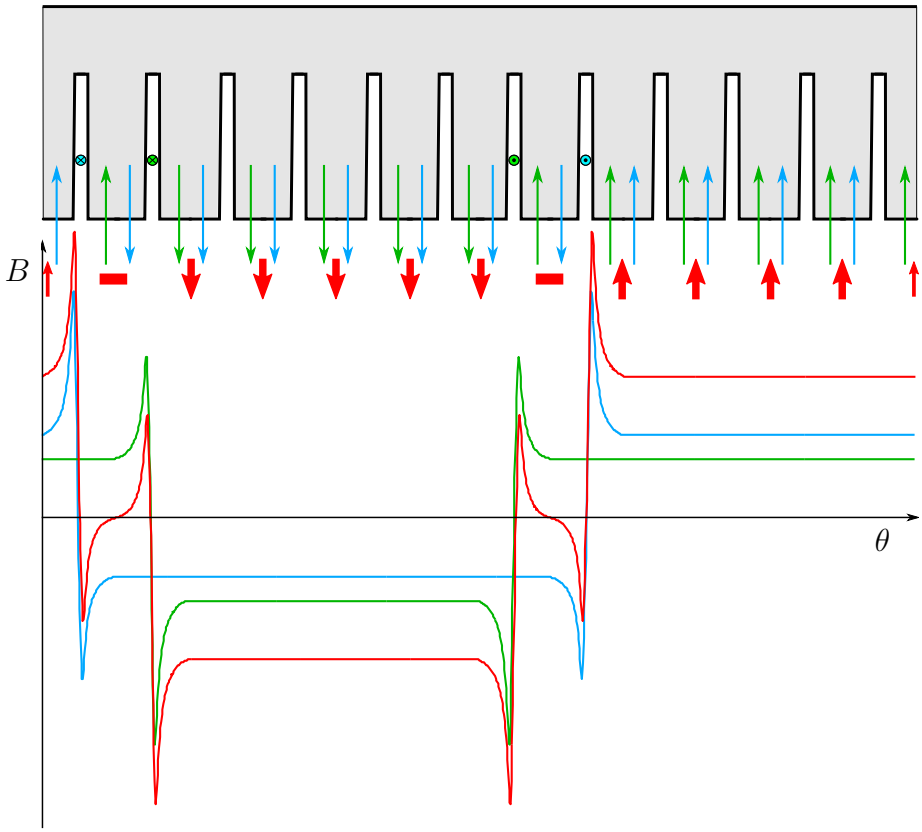
Na sliki 3.13 so vrisani le vodniki prve faze, ki so razdeljeni na dve tuljavi - notranjo in zunanjo. Notranja je ponazorjena z zeleno barvo, zunanja pa z modro. Krivulja, obarvana z rdečo barvo, predstavlja vsoto prispevkov gostote magnetnega pretoka zelene in modre tuljave. V utoru, kjer je npr. zelena tuljava, uporabimo pravilo desnega vijaka, kar predstavlja zakon o neizvornosti magnetnega polja. Vidimo, da je na eni strani utora magnetno polje pozitivno, na drugi strani pa negativno. Magnetni pretok, ki se sklepa v pozitivni smeri, mora biti enak tudi v negativni smeri. Enako velja tudi za modro tuljavo. Ker so tuljave prostorsko premaknjene, je opazna razlika amplitude obeh prispevkov magnetnega pretoka.

Ko se oba prispevka magnetnega pretoka seštejeta, postane rdeča krivulja simetrična in tako dobimo prispevek prve faze h gostoti magnetnega pretoka zaradi statorskega navitja. Za vse ostale faze in za izračun tangencialne komponente gostote magnetne pretoka se uporabi enak princip.

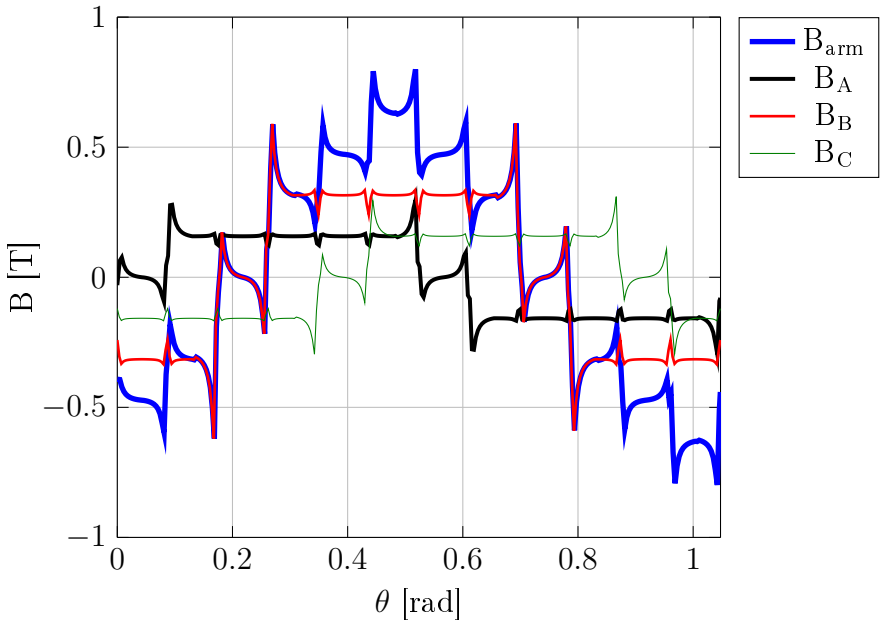
Iz slike 3.13 dobljene poteke pomnožimo s permeančno funkcijo Potrebno je upoštevati prostorski in časovni premik glede na prvo fazo, ki sta pri trifaznem sistemu enaka 120 električnih stopinj. Ob zaustavitvi časa v nekem trenutku, dobimo sliko porazdelitve gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi vpliva toka statorskega navitja v radialni (slika 3.14) in tangencialni smeri (slika 3.14).

3.2.4 Navidezno manjša zračna reža zaradi vpliva relativne permeabilnosti magneta

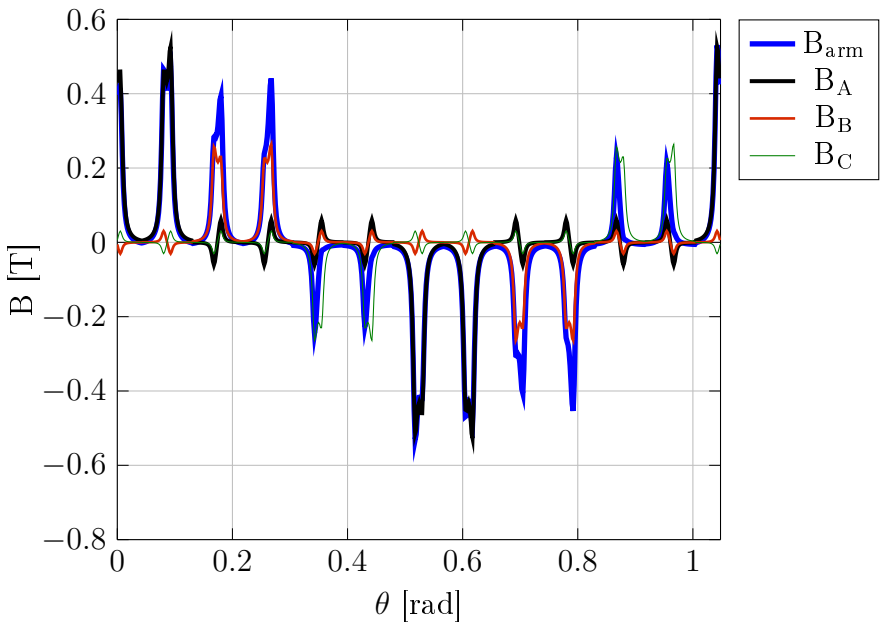
Motor s površinsko nameščenimi magneti na rotorju ima relativno široko magnetno zračno režo, ki vpliva na gostoto magnetnega pretoka statorskega navitja. Relativna permeabilnost magneta je nekoliko večja od relativne permeabilnosti v praznem prostoru ($\mu_{r-mag} > \mu_{r-zrak}$). Mehanska zračna reža je glede na magnetno zračno režo nekajkrat krajša. Magnetna zračna reža je sestavljena iz me-



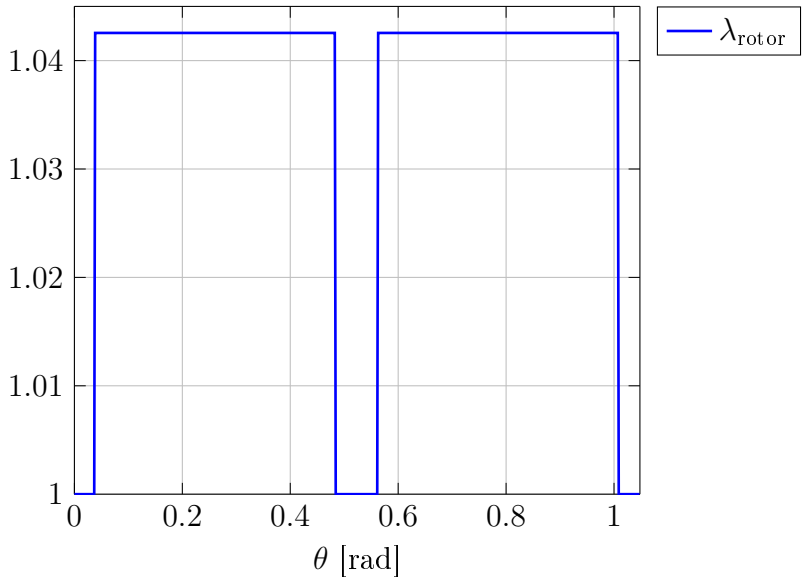
Slika 3.13: Prikaz načina seštevanja prispevkov vodnikov s tokom



Slika 3.14: Potek radialne komponente gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi vpliva toka in utorjenja statorja ob nekem časovnem trenutku



Slika 3.15: Potek tangencialne komponente gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi vpliva toka in utorjenja statorja ob nekem časovnem trenutku



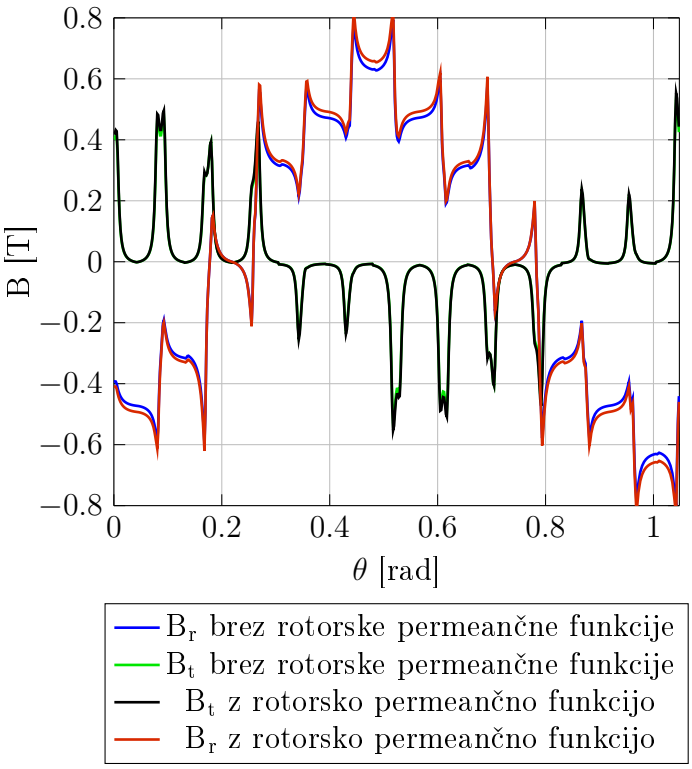
Slika 3.16: Potek permeančne funkcije rotorja

hanske zračne reže in iz reže, ki jo predstavlja višina magnetov. Če pri izračunih vzamemo za obe reži enak material z enako relativno permeabilnostjo, naredimo napako, saj se izračunana od dejanske vrednosti razlikuje za nekaj procentov, kar vidimo na sliki 3.17. Za opis vpliva magnetov na gostoto magnetnega pretoka v zračni reži vpeljemo permeančno funkcijo magnetov, ki je z enačbo 3.17 opisana v [3].

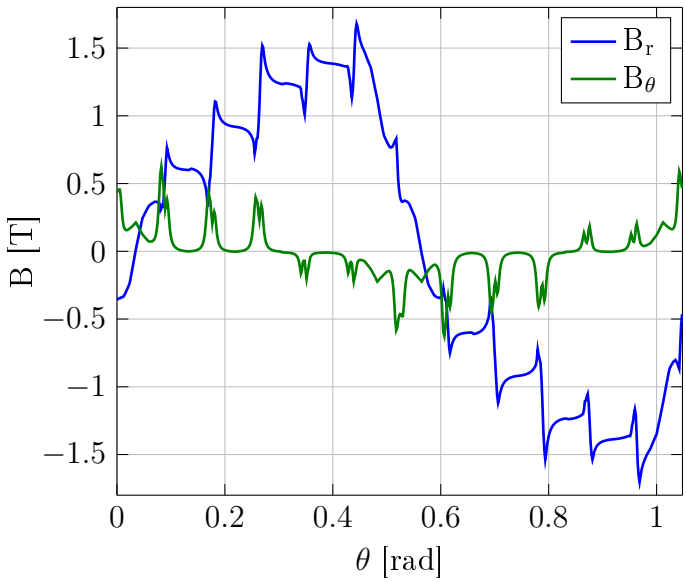
$$\lambda_{rotor} = \begin{cases} 1 & \text{nad delom rotorja brez magneta} \\ \frac{\delta + h_{mag}}{\delta + \frac{h_{mag}}{\mu_{rm}}} & \text{nad delom rotorja z magnetom} \end{cases} \tag{3.17}$$

Rotorsko permeančno funkcijo s slike 3.16 je potrebno pomnožiti z izračunanimi gostotami magnetnega pretoka zaradi vpliva statorskega toka s slik 3.14 in 3.15. Dobimo vrednost, katere razlika pred in po množenju je prikazana na sliki 3.17.

Na sliki 3.18 smo prikazali še skupno gostoto magnetnega pretoka v zračni reži, torej vpliv magnetov in statorskega toka.



Slika 3.17: Razlike med gostoto magnetnega pretoka v zračni reži zaradi vpliva statorskega toka z in brez upoštevanja rotorske permeančne funkcije



Slika 3.18: Skupna gostota magnetnega pretoka v zračni reži, skupni vpliv magnetov in statorskega toka

4 Izračuni in rezultati

V prejšnjem poglavju so izračunane vse potrebne komponente gostote magnetnega pretoka v zračni reži za nadaljevanje analize. V nadaljevanju bo opisan postopek za izračun elektromagnetnega navora, samodržnega navora in inducirane napetosti.

4.1 Elektromagnetni in samodržni navor

Elektromagnetni navor v motorju je tisti navor motorja, ki povzroča vrtenje rotorja in s tem premagovanje bremen, ki so povezani na isto os. Navor nastane zaradi medsebojnega vpliva statorskega in rotorskega magnetnega polja. Statorsko magnetno polje nastane z vzbujanjem statorskega navitja, rotorsko pa z nameščenimi magneti. Maksimalno vrednost navora dobimo, ko je kot med statorskim in rotorskim magnetnim poljem 90 električnih stopinj in je reluktančni navor zanemarljivo majhen.

Sam preračun temelji na teoriji Maxwellovega napetostnega tenzorja (MNT), iz katere se izlušči enačbo 4.1, ki je prilagojena za uporabo s parametri, izračunanimi v prejšnjem poglavju. Slika 4.2 prikazuje potek pulzacije navora, ki je primerjan z vrednostjo, izračunano iz moči po enačbi 4.2, kjer je P moč na gredi in ω mehanska vrtilna hitrost.

$$M_{em}(\theta) = \frac{1}{\mu_0} l r^2 \int_0^{2\pi} \left[B_{TMr}(r,\theta) B_{ARMr}(r,\theta) + B_{TM\theta}(r,\theta) B_{ARMr}(r,\theta) \right] d\theta \quad (4.1)$$

$$M = \frac{P}{\omega} \tag{4.2}$$

Za izračun moči (enačba 4.3) smo uporabili efektivno vrednost inducirane napetosti posamezne faze (E_1, E_2, E_3) pri želeni električni frekvenci. Postopek določitve vrednosti inducirane napetosti je opisan v naslednjem podpoglavju. Za izračun moči smo uporabili tudi efektivno vrednost toka posamezne faze (I_1, I_2, I_3), ki je uporabljen v prejšnjem poglavju izračuna gostote magnetnega pretoka statorskega navitja.

$$P = E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 + E_3 \cdot I_3 \tag{4.3}$$

Ob predpostavki, da je motor simetrično grajen in simetrično napajan, lahko zapišemo enačbo 4.3 krajše z enačbo 4.4.

$$P = 3 \cdot E_1 \cdot I_1 \tag{4.4}$$

Ko ustavimo enačbo 4.4 v enačbo 4.2, dobimo enačbo 4.5.

$$M_{EI} = \frac{P}{\omega} = \frac{3 \cdot E_1 \cdot I_1}{2\pi f_{meh}} \tag{4.5}$$

Samodržni navor (M_{SN}) je v motorju neželeni navor, saj je eden izmed razlogov pulzacije glavnega-elektromagnetnega navora, kar vidimo na sliki 4.2. Pri strojih s trajnimi magneti želimo samodržni navor zmanjšati na najmanjšo možno vrednost, zato je ta navor tudi smiseln za analizo.

Vzrok nastanka samodržnega navora je medsebojni vpliv magnetnega polja magnetov in geometrije statorja. Rotor se postavi v lego minimalne magnetne energije, iz katere ga premaknemo lahko z zunanjo silo ali z elektromagnetnim navorom. Obliko samodržnega navora vidimo na sliki 4.3.

Potek samodržnega navora lahko računamo vzporedno z elektromagnetnim navorom z enačbo 4.6, saj sta potrebna le poteka gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi vpliva magnetov.

$$M_{SN}(\theta) = \frac{1}{\mu_0} l r^2 \int_0^{2\pi} [B_{TMr}(r,\theta) B_{TM\theta}(r,\theta)]\, d\theta \tag{4.6}$$

Algoritem 5 prikazuje postopek izračuna elektromagnetnega in samodržnega navora, opisanega z diagramom poteka s slike 4.1. Števec i nam predstavlja simulacijo časovne odvisnosti, ko se pri vodenju realnega motorja z vrtenjem spreminja magnetno polje statorja in rotorja.

Algoritem 5 Izračun elektromagnetnega in samodržnega navora

$\delta = 90^\circ$; ▷ `Določitev kolesnega kota za maksimalni navor`

$B_{TMr}(\theta) = B_{TMr}(\theta + \delta)$; ▷ `Premik radialne gostote magnetnega pretoka rotorja za kolesni kot`

$B_{TM\theta}(\theta) = B_{TM\theta}(\theta + \delta)$; ▷ `Premik tangencialne gostote magnetnega pretoka rotorja za kolesni kot`

for $i = 1$ do velikosti $x_{res} \cdot \frac{Q_s}{p}$ **do**

$M_{em}(i) = \frac{1}{\mu_0} l_a r^2 \int_0^{2\pi} [B_{TMr}(r,\theta) B_{ARMr}(r,\theta) + B_{TM\theta}(r,\theta) B_{ARMr}(r,\theta)]\, d\theta$

▷ `Za točki` i `izračunana vrednost elektromagnetnega navora`

$M_{SN}(i) = \frac{1}{\mu_0} l_a r^2 \int_0^{2\pi} [B_{TMr}(r,\theta) B_{TM\theta}(r,\theta)]\, d\theta$

▷ `Za točki` i `izračunana vrednost samodržnega navora`

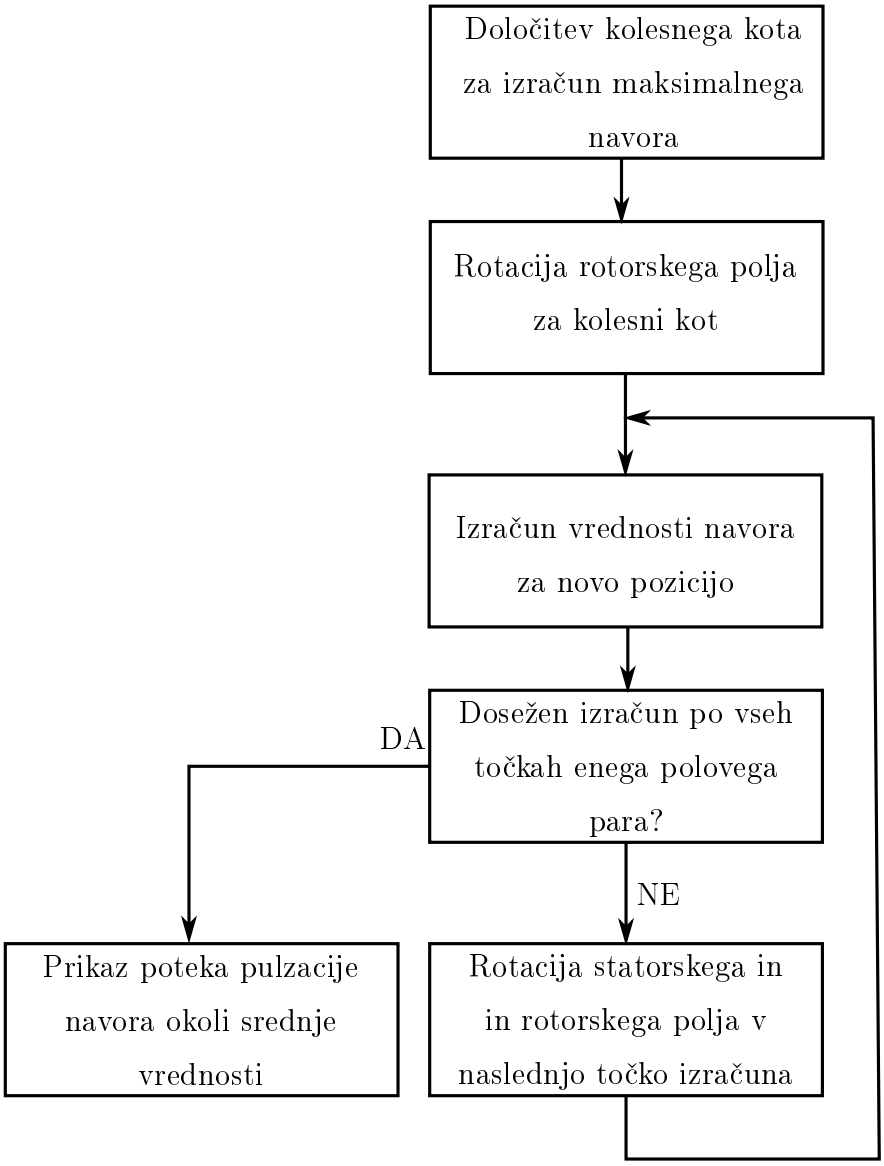
$B_{TMr}(\theta) = B_{TMr}(\theta + i\frac{2\pi p}{Q_s x_{res}})$; ▷ `Premik radialne gostote magnetnega pretoka rotorja v naslednjo točko računanja`

$B_{TM\theta}(\theta) = B_{TMr}(\theta + i\frac{2\pi p}{Q_s x_{res}})$; ▷ `Premik tangencialne gostote magnetnega pretoka rotorja v naslednjo točko računanja`

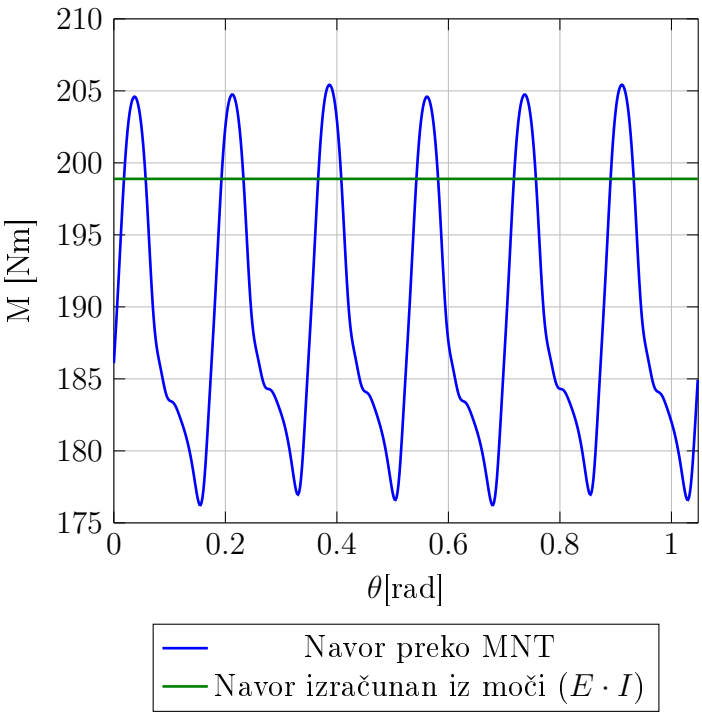
$B_{ARMr}(\theta) = B_{ARMr}(\theta + i\frac{2\pi p}{Q_s x_{res}} p)$; ▷ `Premik radialne gostote magnetnega pretoka zaradi statorja v naslednjo točko računanja`

$B_{ARM\theta}(\theta) = B_{ARM\theta}(\theta + i\frac{2\pi p}{Q_s x_{res}})$; ▷ `Premik tangencialne gostote magnetnega pretoka zaradi statorja v naslednjo točko računanja`

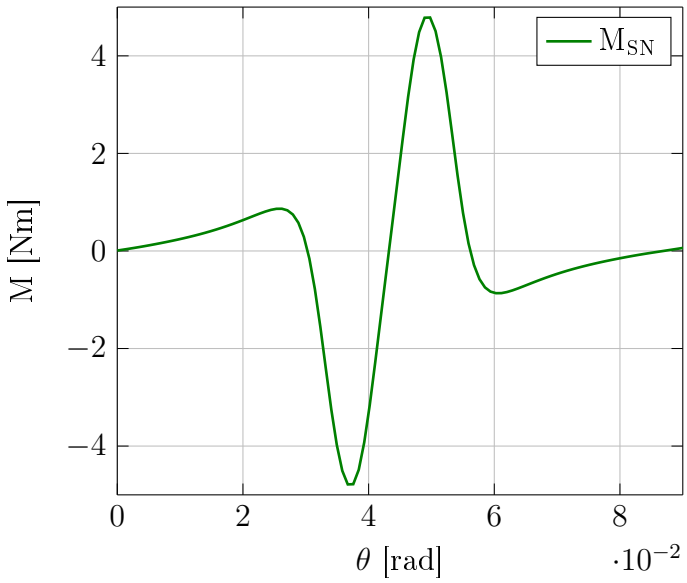
end for



Slika 4.1: Prikaz postopka izračuna navora za premik za en polov par



Slika 4.2: Prikaz oblike navora po enem polovem paru in primerjava vrednosti po E-I metodi



Slika 4.3: Prikaz oblike samodržnega navora

4.2 Inducirana napetost

Zaradi vrtenja rotorja in prisotnosti trajnih magnetov na rotorju se na sponkah faznih navitij pojavi inducirana napetost. Napetost se inducira zaradi spreminjajočega magnetnega pretoka, ki ga objame posamezno navitje. Izračun inducirane napetosti temelji na enačbi 4.7.

$$e_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -N\frac{d\Phi}{dt} \tag{4.7}$$

V našem modelu se ne upošteva stresanega magnetnega polja. To pomeni, da se ves magnetni pretok, ki zračno režo od rotorja do statorja prečka v radialni smeri, zaključi skozi navitje ene izmed faz. Zaradi tega lahko magnetni sklep zapišemo z $\Psi = N\Phi$.

Potrebni potek magnetnega pretoka Φ izračunamo iz radialne komponente gostote magnetnega pretoka B_{TMr}, nastale zaradi trajnih magnetov. Za pravilno določitev magnetnega pretoka, ki vstopa v stator, je potrebno B_{TMr} izračunati čim bližje statorja. V ta namen premaknemo točko izračuna r iz sredine zračne reže na mejo tik ob statorju in ponovimo algoritem 1.

Pri določanju magnetnega sklepa nam pomaga navijalna shema, napisana v tabeli 3.1. Najprej izračunamo, kolikšen je magnetni pretok v radialni smeri v vsaki točki roba zračne reže. To izračunamo po enačbi za magnetni pretok, pri čemer upoštevamo, da je površina, skozi katero prehaja magnetni pretok, del površine valja(enačba 4.8).

$$\Phi(i) = l \cdot 2\pi r \frac{\theta(i+1) - \theta(i)}{2\pi} B_{TMr} \tag{4.8}$$

V programu uporabljamo konstantno razdaljo med dvema kotoma $\theta(i)$ in $\theta(i+1)$, zato lahko zapišemo poenostavljeno enačbo 4.9.

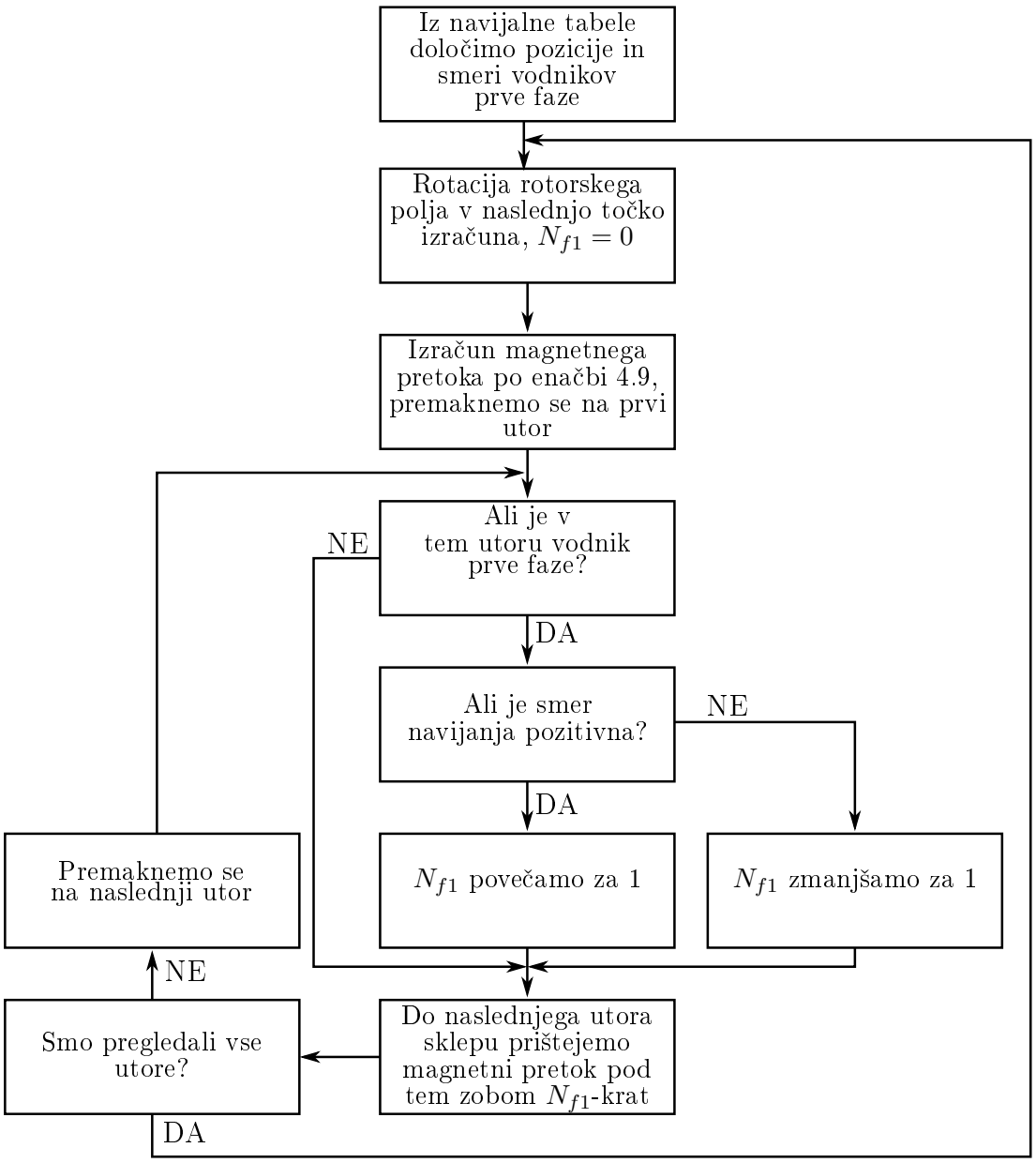
$$\Phi(i) = l \cdot r \cdot \Delta\theta \cdot B_{TMr} \tag{4.9}$$

Podobno, kot pri izračunu gostote magnetnega pretoka zaradi statorja, si tudi pri izračunu magnetnega sklepa faznega navitja pomagamo s sliko 3.13. Diagram 4.4 prikazuje izračun magnetnega pretoka skozi statorsko fazno navitje, kjer najprej iz tabele 3.1 poiščemo, v katerem utoru se nahajajo posamezne tuljave prve faze in zabeležimo smer navijanja. Nato s premikanjem B_{TMr}, ki simulira vrtenje rotorja, v vsaki točki izračunamo magnetni pretok po enačbi 4.9. S poznanimi vrednostmi magnetnega pretoka pogledamo, v katerem utoru leži prva faza. Od tega utora naprej seštevamo prispevke k sklepu prve faze do naslednjega utora $N_{f1} = 1$. Če pridemo do utora iste faze in s smerjo istega predznaka, dodamo k sklepu dvojni prispevek, $N_{f1} = 2$, saj ta faza isti magnetni pretok dvakrat zajame. Ko pridemo do utora, kjer se nahaja prvi povratni vodnik z nasprotnim predznakom, imamo zopet samo en prispevek magnetnega pretoka k sklepu. Ko pridemo do zadnjega utora z vodnikom nasprotnega predznaka, je magnetni sklep v tem časovnem trenutku skozi prvo fazo določen. Enak postopek ponovimo še za vse ostale časovne trenutke in dobimo časovni potek magnetnega sklepa Ψ_1 skozi navitje prve faze. Ta časovni potek nam prikazuje slika 4.5. Takšno obliko magnetnega sklepa dobimo za katerokoli vrtilno hitrost rotorja. Časovno skalo na x-osi nam določi šele število vrtljajev na minuto, pri kateri želimo izračunati inducirano napetost.

Inducirano napetost po enačbi 4.7 dobimo z odvodom magnetnega sklepa. Amplituda inducirane napetosti je sorazmerno povezana z želenimi vrtljaji rotorja na minuto. Želeni prvi odvod magnetnega sklepa izračunamo preko tričlenske formule [7], ki je zapisana z enačbo 4.10. Ta način računanja numeričnega odvoda le-temu izboljša natančnost.

$$f^{'}(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} \tag{4.10}$$

Algoritem 6 prikazuje potek izračuna prvega odvoda magnetnega sklepa in inducirane napetosti. Najprej določimo frekvenco inducirane napetosti f_{el} iz podanih vrtljajev motorja (RPM). Iz frekvence nato določimo, kakšna je časovna



Slika 4.4: Prikaz postopka izračuna magnetnega sklepa ene faze

razlika med dvema točkama magnetnega sklepa, da dobimo vrednost Δt. Numerični odvod funkcije nato izračunamo po enačbi 4.10, ko z zanko gremo čez vse vzorce magnetnega sklepa. Dobimo prvi odvod $\Psi_1^{'}$, katerega do inducirane napetosti loči le kvocient s časovno razliko med dvema vzorcema Δt.

Algoritem 6 Izračun inducirane napetosti

$f_{el} = p \cdot \frac{RPM}{60}$ ▷ `Določitev električne kotne frekvence`

$\Delta t = \frac{1}{f_{el}} \frac{p}{x_{res} \cdot Q_s}$; ▷ `Določitev časovne razlike med dvema vzorcema magnetnega sklepa`

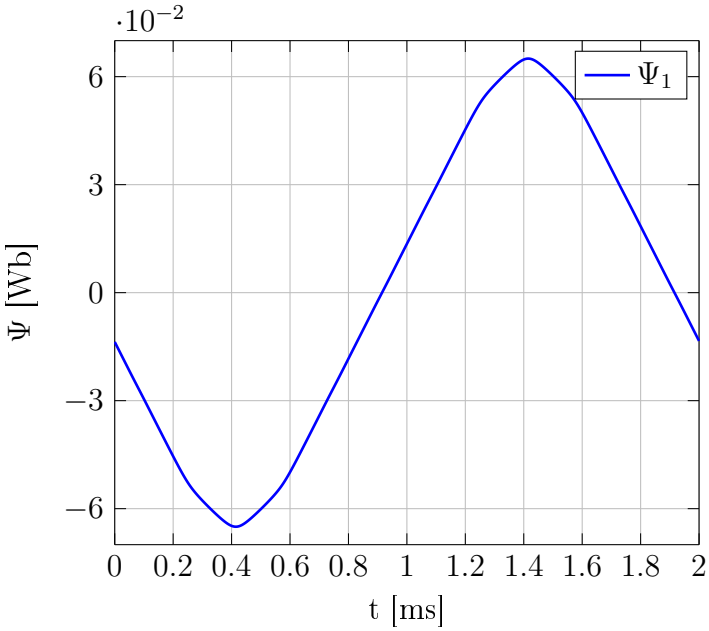
for $i = 1$ do velikosti $x_{res} \cdot \frac{Q_s}{p}$ **do**

  $\Psi_1^{'}(i) = \frac{\Psi_1(i+1) - \Psi_1(i-1)}{2}$ ▷ `Izračun prvega odvoda magnetnega sklepa po enačbi 4.10`

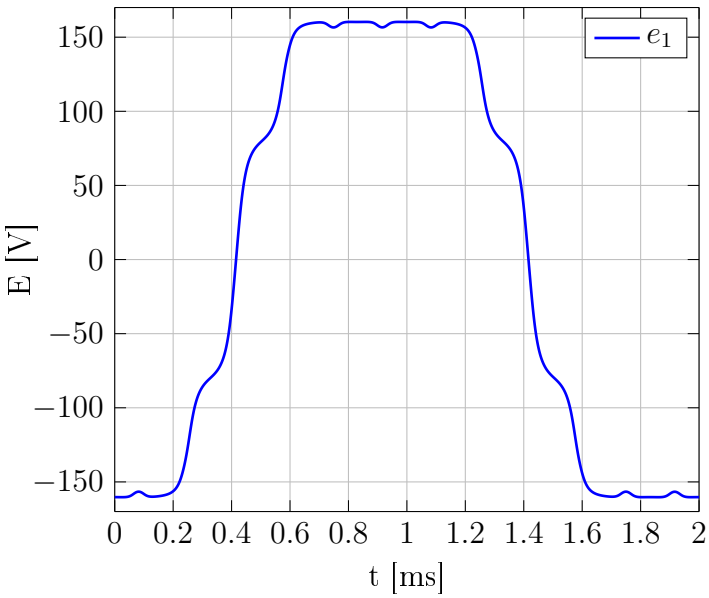
end for

$e_1(t) = \frac{\Psi_1^{'}}{\Delta t}$ ▷ `Končni izračun inducirane napetosti`

Slika 4.6 prikazuje potek inducirane napetosti v eni časovni periodi, torej za premik rotorja za en polov par.



Slika 4.5: Prikaz oblike magnetnega sklepa ene faze za premik rotorja za en polov par



Slika 4.6: Prikaz oblike inducirane napetosti za obrat rotorja za en polov par

5 Uporaba metode končnih elementov

5.1 Lastnosti uporabe MKE

V osnovi električne stroje dimenzioniramo s serijo analitičnih enačb, ki dajo relativno natančne približke lastnosti realnega stroja. Za bolj natančen pogled v notranjost stroja se poslužujemo različnih numeričnih metod. Ena izmed teh metod je tudi metoda končnih elementov.

Metodo končnih elementov se v splošnem uporablja za numerično iskanje rešitev parcialnih diferencialnih enačb (PDE). V elektromagnetiki s pomočjo te metode iščemo rešitve Maxwellovih enačb.

Na tržišču je več komercialnih programov, ki rešujejo Maxwellove enačbe s pomočjo metode končnih elementov (*Ansys Maxwell*, *Flux*, *J-MAG*, *Infolytica*, *FEMM*, *Comsol* ...).

Naš model smo zgradili in simulirali v programu *FEMM*. Ta program ima enostaven uporabniški vmesnik in omogoča dostop do vseh parametrov, ki so pomembni pri izračunu stroja. Najpomembnejša prednost je, da ima FEMM široko knjižnico funkcij, ki jih lahko kličemo iz MATLAB komandne vrstice. Ta lastnost nam omogoča avtomatsko in hitro spreminjanje parametrov modela in obdelave dobljenih rezultatov [8].

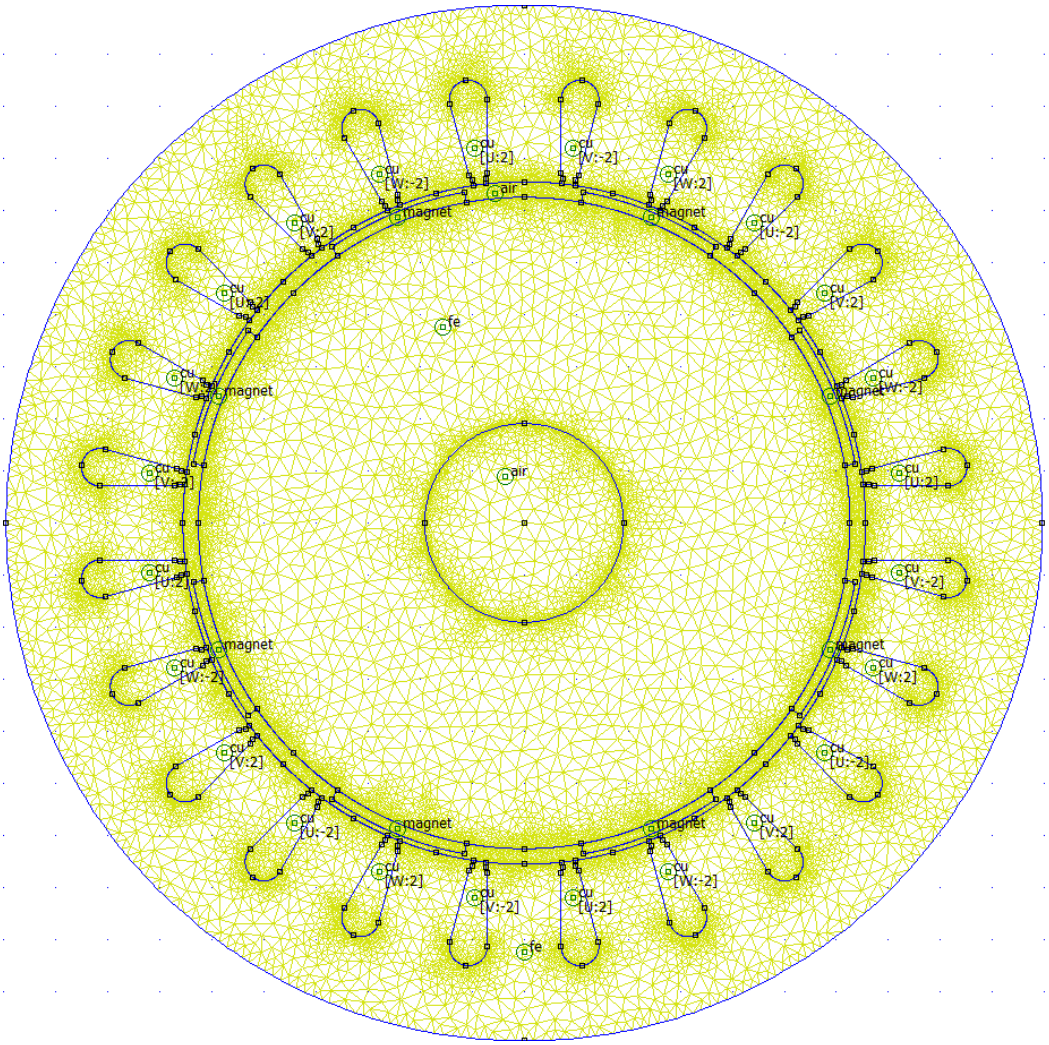
5.2 Model sinhronskega stroja s površinsko nameščenimi magneti v FEMM

Slika 5.1 prikazuje model sinhronskega motorja s površinsko nameščenimi magneti. Z modro barvo je prikazana geometrija stroja. Zelena barva označuje posamezne materiale svojimi snovnimi lastnostmi. Z rumeno barvo pa je prikazana mreža točk, na katerih program rešuje parcialne diferencialne enačbe.

V dejanski simulaciji je bila uporabljena le četrtina modela na sliki. S tem smo zmanjšali število točk izračunov in skrajšali čas simulacije. Razdelitev na četrtino smo si lahko privoščili, ker ima podani motor 4 polove pare in primerno delitev statorskih zob. Na stranskih robovih četrtine modela smo uporabili Neumannov robni pogoj, kjer silnice magnetnega pretoka prehajajo rob v pravokotni smeri. Na obodnem robu je uporabljen Dirichletov robni pogoj, kjer silnic ne spustimo iz stroja.

V tabeli 5.1 so podani podatki motorja, ki so bili uporabljeni pri izračunih tako z metodo končnih elementov kot tudi v predhodno opisani analitični metodi.

Pomemben podatek je še porazdelitev vodnikov po utorih, ki ga prikazuje tabela 5.2.



Slika 5.1: Uporabljena geometrija motorja v simulacijah z metodo končnih elementov

l	Aktivna dolžina statorskega paketa	0.206 79 m
d_{se}	Zunanji premer statorja	0.2 m
d_s	Notranji premer statorja	0.1307 m
δ	Višina zračne reže	0.0098 m
h_m	Višina magnetov	0.002 m
b_m	širina magnetov	0.0274 m
b_0	Širina odprtine utorov	0.0025 m
b_{ds}	Širina statorskega zoba	0.008 43 m
h_{ds}	Višina statorskega zoba	0.020 18 m
mi_{r-mag}	Relativna permeabilnost magneta	1.05
mi_{r-fe}	Relativna permeabilnost železa	500 000
B_r	Remanenčna gostota magnetnega pretoka magneta	1.1 T
$\hat{i}$	Vršna vrednost statorskega toka	183.83 A
N	Število vodnikov ene faze v utoru	2

Tabela 5.1: Geometrijski in magnetni parametri izračunanega stroja

Št. utora	1	2	3	4	5	6
Navitje	1	-3	2	-1	3	-2

Tabela 5.2: Tabelarični zapis navijalne sheme simuliranega modela motorja za en polov par

6 Primerjava rezultatov

6.1 Magnetna polja v zračni reži

V nadaljevanju bomo prikazali primerjavo med simulacijo z metodo s končnimi elementi in našo analitično metodo za gostote magnetnih pretokov v zračni reži.

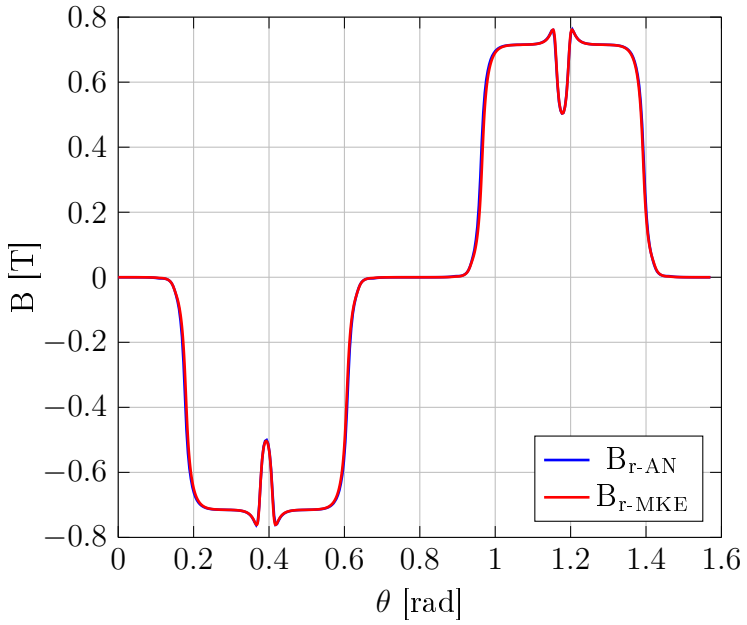
6.1.1 Magnetno polje magnetov

Na sliki 6.1 vidimo primerjavo radialne komponente gostote magnetnega pretoka zaradi trajnega magneta med obema načinoma izračunov. Vidimo lahko, da se obe krivulji po obliki prekrivata po celotnem kotu, kar potrjuje uporabnost naše metode.

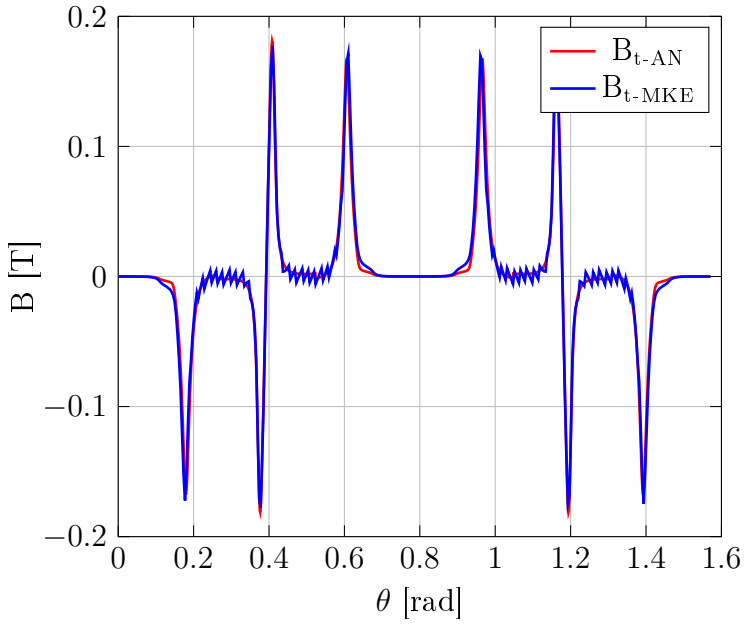
Ravno tako kot za sliko 6.1 lahko rečemo tudi za sliko 6.2, da se oba poteka tangencialne gostote magnetnega pretoka zaradi trajnega magneta dobro prekrivata. Le na nekaj delih vidimo odstopanja med krivuljama. Ta odstopanja niso bistvenega pomena za verifikacijo naše metode, saj so odvisna od števila točk izračuna in oblike mreže pri metodi končnih elementov.

6.1.2 Magnetno polje statorskega navitja

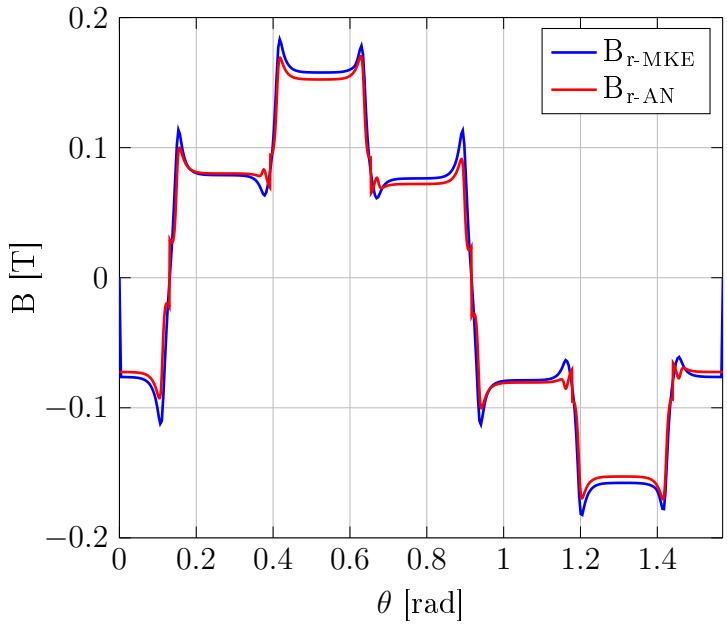
Slika 6.3 prikazuje primerjavo radialne komponente gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi vpliva statorskega toka. Vidimo lahko, da je prisotno odstopanje, ki pa ni dovolj veliko, da bi bistveno vplivalo na napako nadaljnjih izračunov.



Slika 6.1: Radialna komponenta gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi magnetov



Slika 6.2: Tangencialna komponenta gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi magnetov



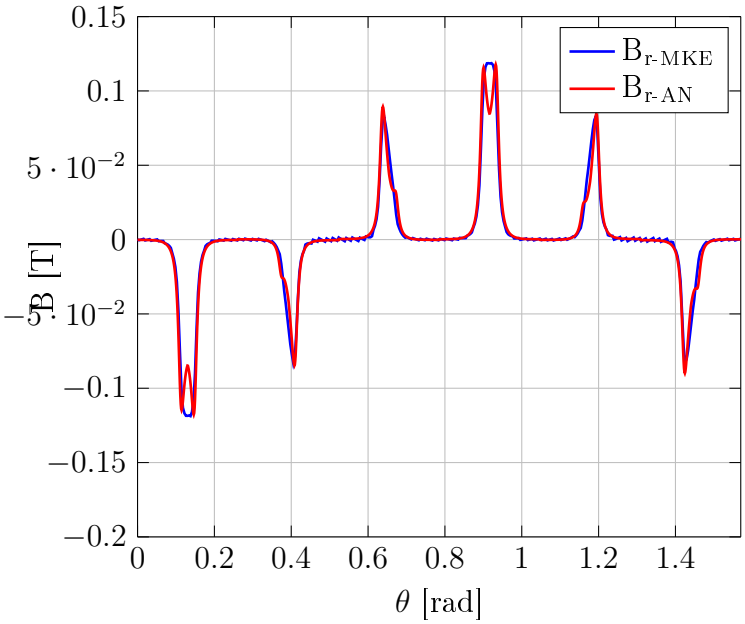
Slika 6.3: Primerjava radialne komponente gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi vpliva statorskega toka

Primerjava tangencialnih komponent s slike 6.4 pa pokaže odstopanje, ki na prvi pogled ne izgleda pomembno, ampak po opravljeni analizi smo ugotovili, da razlika v tangencialnih komponentah močno vpliva na izračun pulzacij elektromagnetnega navora.

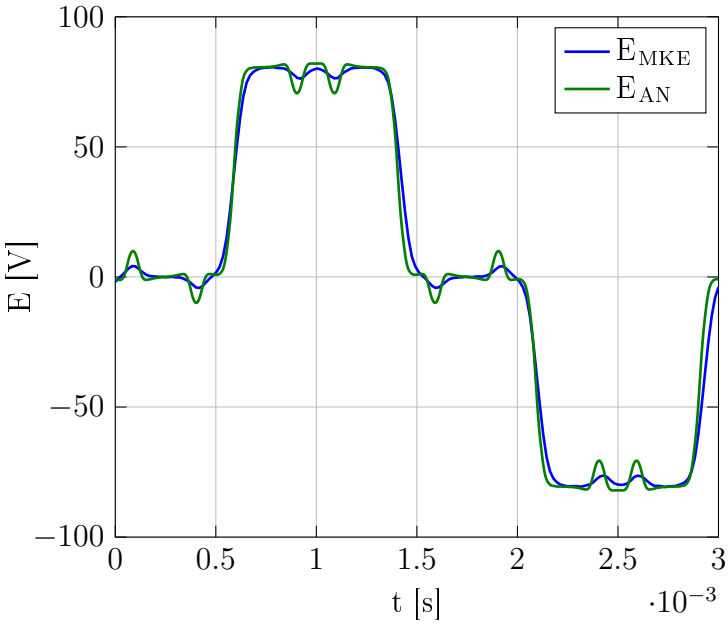
6.2 Inducirana napetost

Na sliki 6.5 sta prikazana izračuna inducirane napetosti po obeh metodah. Vidimo, da poteka sovpadata le s to razliko, da ima potek inducirane napetosti po naši metodi pulzacije, na katere vplivajo statorski utori.

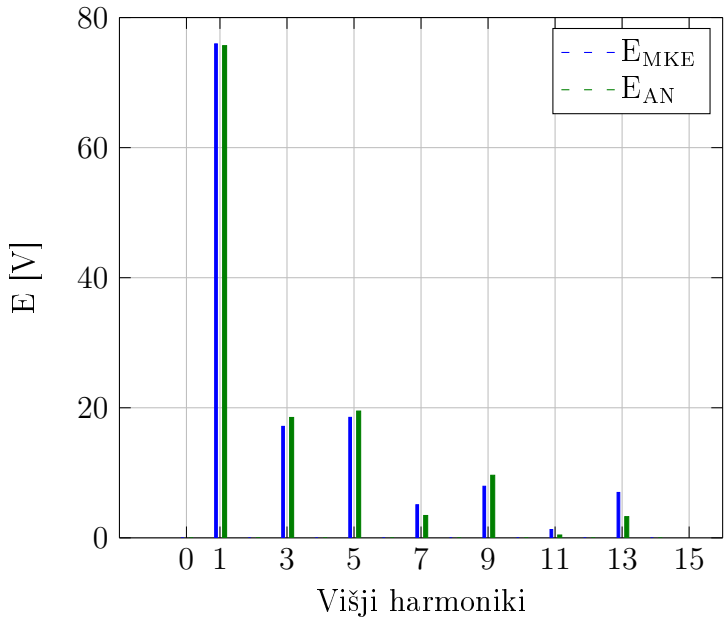
Boljši vpogled v razmere, kot časovni potek iz slike 6.5, nam poda pogled na frekvenčni spekter signala napetosti, ki smo ga izračunali s pomočjo hitre Fourierove transformacije in sta prikazana na sliki 6.6. Vidimo lahko, da se posamezne komponente po velikosti relativno dobro ujamejo. Pri 7. in 13. komponenti je



Slika 6.4: Primerjava tangencialne komponente gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi vpliva statorskega toka



Slika 6.5: Primerjava oblike inducirane napetosti



Slika 6.6: Primerjava velikosti komponent hitre Fouriereve transformacije inducirane napetosti

vidno odstopanje, ki pa je posledica prej omenjenega pulza v časovnem poteku inducirane napetosti.

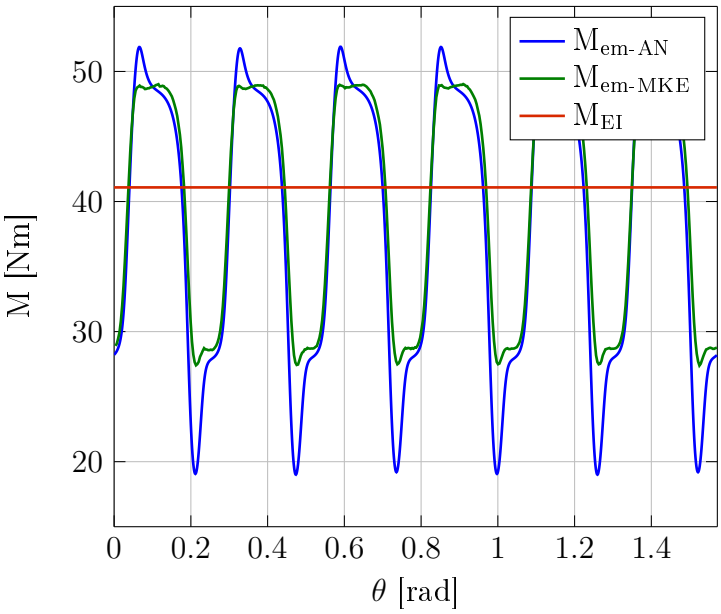
6.3 Elektromagnetni in samodržni navor

Naslednji podpoglavji predstavljata primerjavo med MKE in analitično metodo za elektromagnetni in samodržni navor.

6.3.1 Elektromagnetni navor

Na sliki 6.7 vidimo potek pulzacije navora. Na sliki je poleg izračuna po naši metodi in metodi končnih elementov prikazan še izračun navora preko moči. Vidimo lahko, da se absolutne vrednosti navorov razlikujejo le v nekaj odstotkih.

Navor, izračunan po analitično-numerični metodi, se od navora, izračunanega z metodo končnih elementov, razlikuje na nekaj delih. Na to razliko vplivajo vse



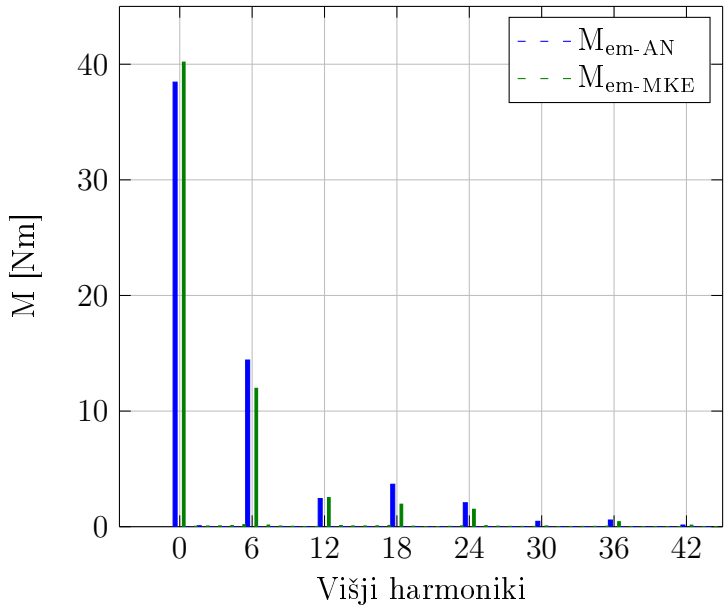
Slika 6.7: Primerjava oblike navora

majhne razlike pri potekih gostot magnetnih pretokov. Kot je bilo že omenjeno, najbolj pa na to vpliva razlika v tangencialnih komponentah gostot magnetnega pretoka in sama metoda izračuna navora preko linijskega integrala po zračni reži.

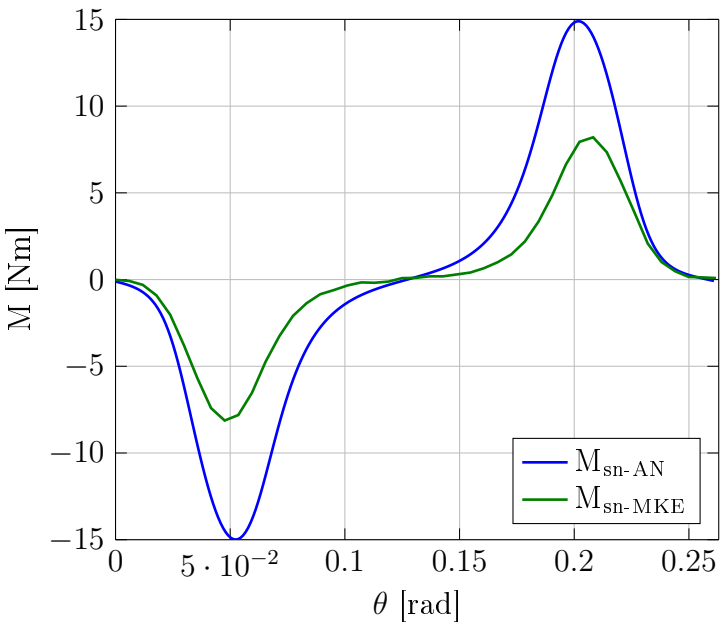
Tako kot za inducirano napetost smo tudi pulzacijo navora prikazali še v frekvenčnih komponentah. Na sliki 6.8 opazimo, da se pri obeh potekih vidi izrazite večkratnike 6. harmonske komponente. To pa zato, ker ima naš model motorja šest zobov na en polov par. Vidimo lahko tudi rahlo razliko v amplitudah, ki je posledica majhnih razlik v gostotah magnetnega pretoka.

6.3.2 Samodržni navor

Slika 6.9 nam prikazuje primerjavo poteka samodržnega navora. Opazimo lahko, da je vrednost, izračunana po naši metodi, večja od vrednosti, izračunane po metodi končnih elementov, medtem ko sta poteka obeh izračunov enaka. Članek [9] predstavi razlike posameznih metod na izračun samodržnega navora, medtem ko je v [1] opisana razlika posameznih načinov izračuna navora preko Maxwellovega



Slika 6.8: Primerjava velikosti komponent hitre Fourierove transformacije navora napetostnega tenzorja.



Slika 6.9: Primerjava oblike navora

7 Uporabnost analitičnega modela

V nadaljevanju bomo prikazali uporabnost analitičnega modela, ki smo ga predstavili v prejšnjih poglavjih. Uporabnost je prikazana na primeru vpliva različnih geometrijskih parametrov stroja na samodržni navor. Izračunanih je 3000 različnih strojev. Ta analiza je na uporabljeni strojni opremi trajala 30 minut.

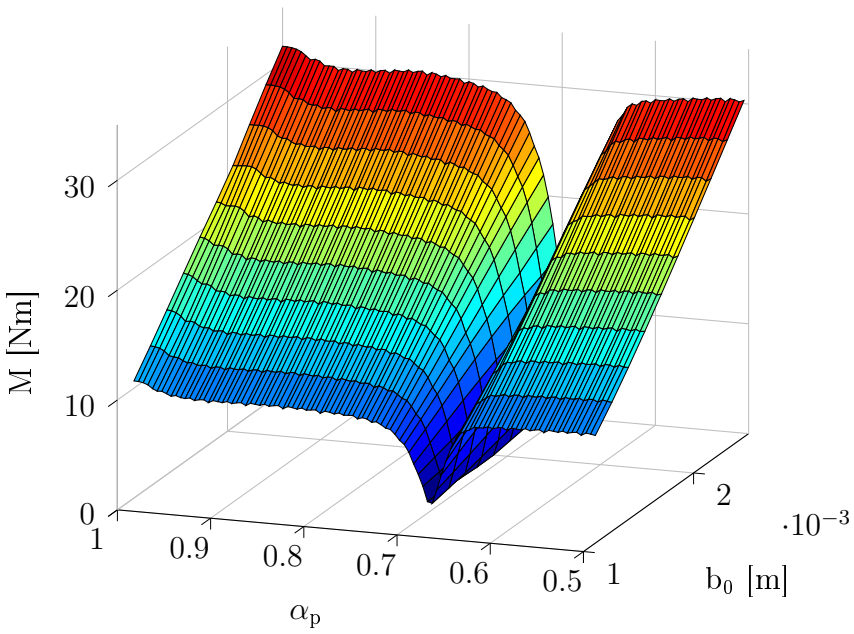
7.1 Samodržni navor

Na slikah 7.1, 7.2, in 7.3 je prikazana odvisnost vrednosti samodržnega navora od različnih vrednosti širin magnetov α_p in širin utorske odprtine b_0 za različno število utorov na pol in fazo q.

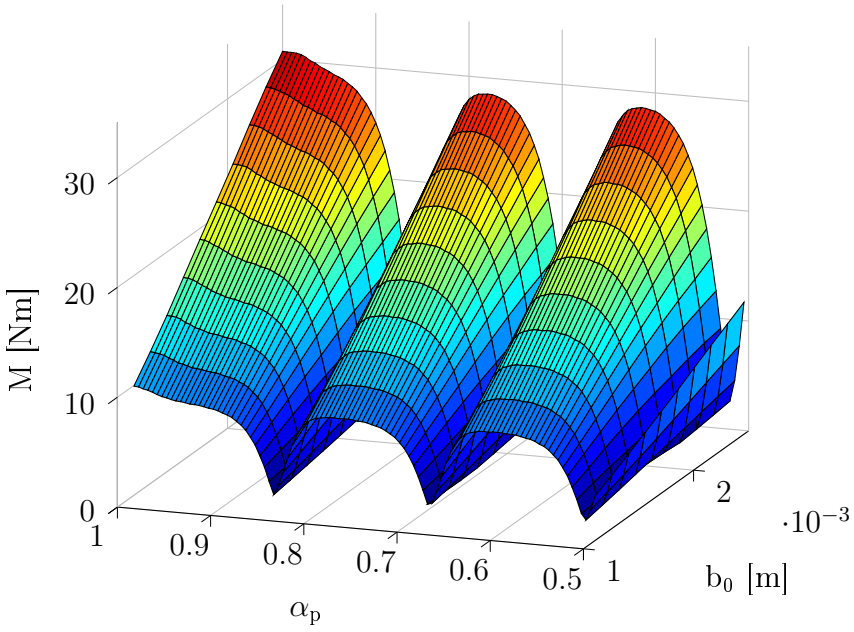
Pri sliki 7.1, kjer je $q = 1$, vidimo minimalne vrednosti samodržnega navora pri $\alpha_p = 0.685$. Pri tej vrednosti širine magneta se s spreminjanjem širine utorske odprtine zelo malo spreminja samodržni navor. Pri ostalih vrednostih α_p pa ima spreminjanje b_0 večji vpliv na samodržni navor. Ob povečevanju širine utorske odprtine se povečuje tudi samodržni navor.

Za razliko od poteka na sliki 7.1 se na sliki 7.2 pojavijo 3 točke za α_p, kjer je samodržni navor minimalen. To so vrednosti $\alpha_p = 0.515$, 0.685 in 0.85. Podobno kot v primeru za $q = 1$ tudi za primer $q = 2$ velja, da je ima večanje širine utorske odprtine majhen doprinos k velikosti samodržnega navora.

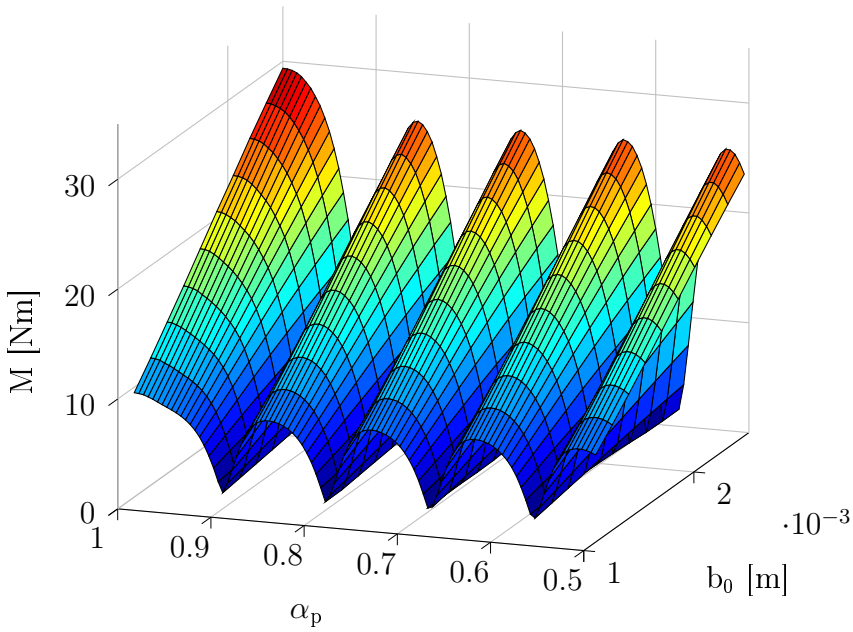
Slika 7.3 prikazuje rezultate samodržnega navora za motor s 3 utori na pol in fazo. V tem primeru lahko vidimo 4 območij minimuma samodržnega navora v



Slika 7.1: Prikaz velikosti samodržnega navora pri različnih parametrih α_p in b_0 za $q = 1$



Slika 7.2: Prikaz velikosti samodržnega navora pri različnih parametrih α_p in b_0 za $q = 2$

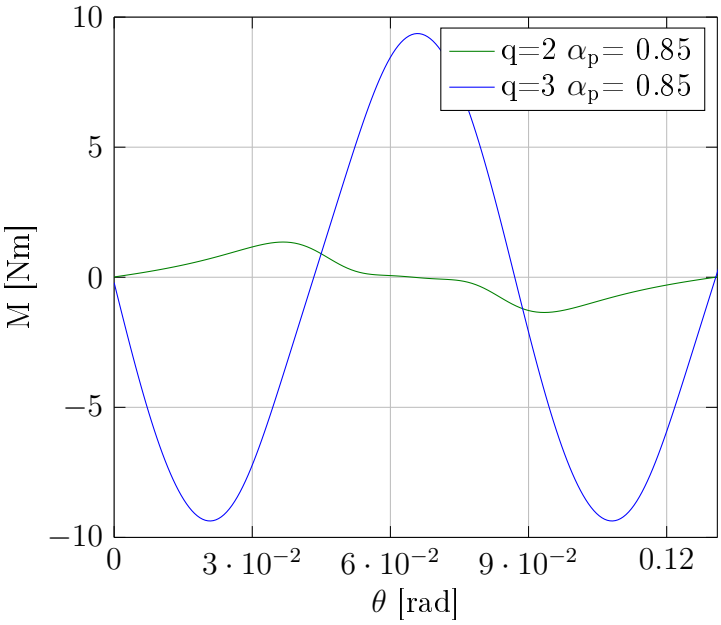


Slika 7.3: Prikaz velikosti samodržnega navora pri različnih parametrih α_p in b_0 za $q = 3$

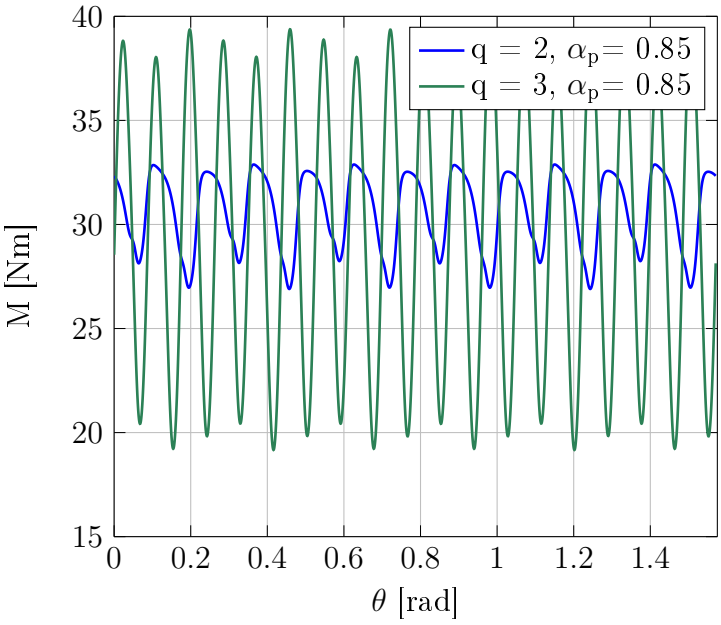
odvisnosti od parametra α_p. Iz slik 7.1, 7.2, in 7.3 lahko ugotovimo, da je v primeru optimizacije samodržnega navora zelo pomembna širina magneta. Če želimo zmanjšati ta navor, vzamemo širši ali ožji magnet in s tem postavimo vrednost samodržnega navora na minimalno možno vrednost. Primanjkljaj ali prirastek k navoru zaradi spremembe širine magneta lahko spreminjamo s spremembo dolžine statorskega paketa.

Na sliki 7.4 je prikazan primer, ko smo določili vrednosti α_p in b_0. V tem primeru je pri dveh utorih na pol in fazo ($q = 2$) minimalna vrednost samodržnega navora. Enake parametre smo uporabili pri $q = 3$. Vidimo lahko, da je velikost samodržnega navora večja v drugem primeru, kar lahko razberemo že iz grafov na slikah 7.2 in 7.3.

Slika 7.5 pa prikazuje vrednosti elektromagnetnega navora v zgoraj opisanih primerih. Evidentno je, da je v primeru večjega samodržnega navora tudi večja pulzacija elektromagnetnega navora.



Slika 7.4: Primerjava oblike samodržnega navora pri $\alpha_p = 0.85$ in $b_0 = 2\,\mathrm{mm}$ za $q = 2$ in $q = 3$



Slika 7.5: Primerjava oblike elektromagnetnega navora pri $\alpha_p = 0.85$ in $b_0 = 2\,\mathrm{mm}$ za $q = 2$ in $q = 3$

8 Primerjava analitičnega modela z realnim modelom

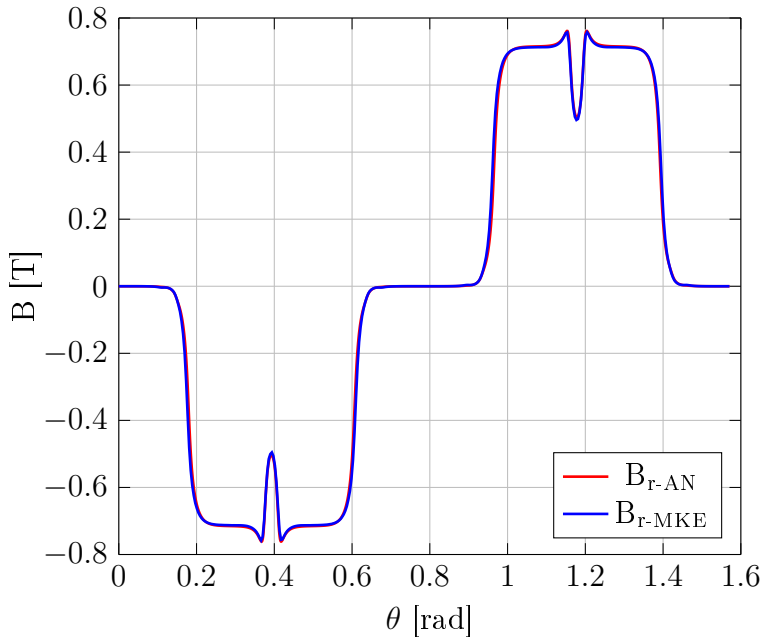
V tem poglavju bomo primerjali rezultate analitičnega modela in rezultate izračunov z metodo končnih elementov, kjer se upošteva realno B-H karakteristiko železa M330-35 [].

8.1 Magnetna polja v zračni reži

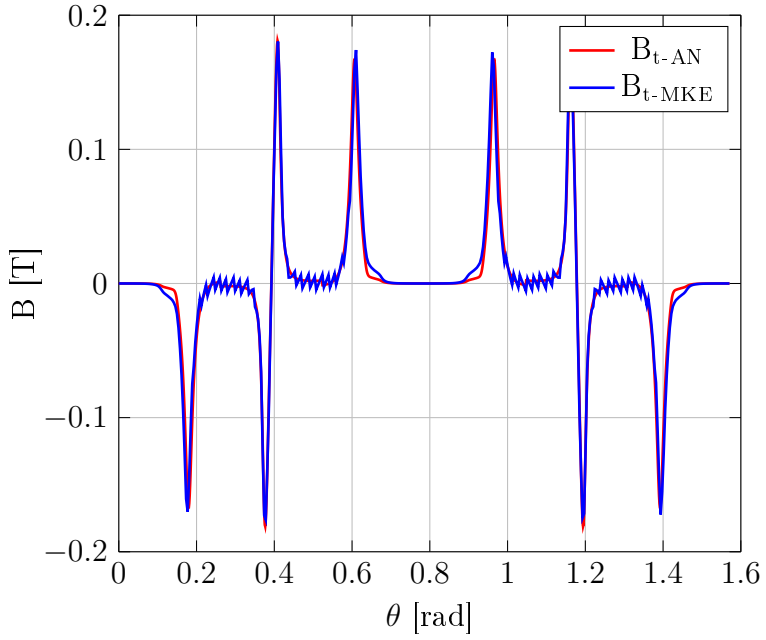
Na spodnjih slikah 8.1, 8.2, 8.3 in 8.4 vidimo posamezne komponente gostote magnetnega pretoka v zračni reži. Razvidno je, da se simulacija z metodo končnih elementov, tudi ob uporabi realne B-H krivulje, bistveno ne razlikuje glede na izračun z analitično metodo. Razlike lahko pripišemo numeričnim napakam. Razlog, da razlik ni, je ta, da se material nahaja še v linearnem delu B-H karakteristike, ker se ločeno izračuna vrednosti posameznih komponent gostote magnetnega pretoka. Ta način izračuna in prikaza razmer v zračni reži ni merodajen za primerjavo. Pravo razliko v nasičenju bomo predstavili pri navoru.

8.2 Inducirana napetost

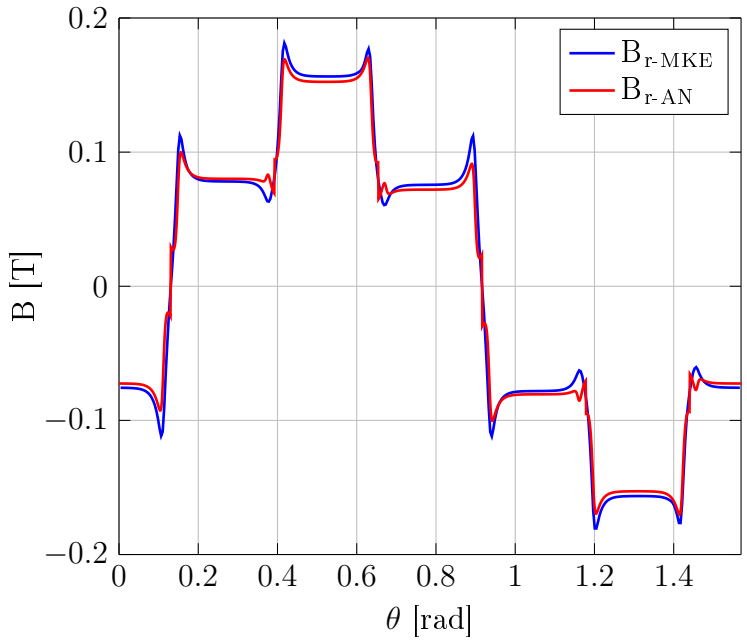
Slika 8.5 prikazuje primerjavo oblike inducirane napetosti. Tako kot gostota magnetnega pretoka se tudi inducirana napetost ne razlikuje med linearnim modelom in modelom z upoštevanjem nasičenja v metodi končnih elementov. Razlogi



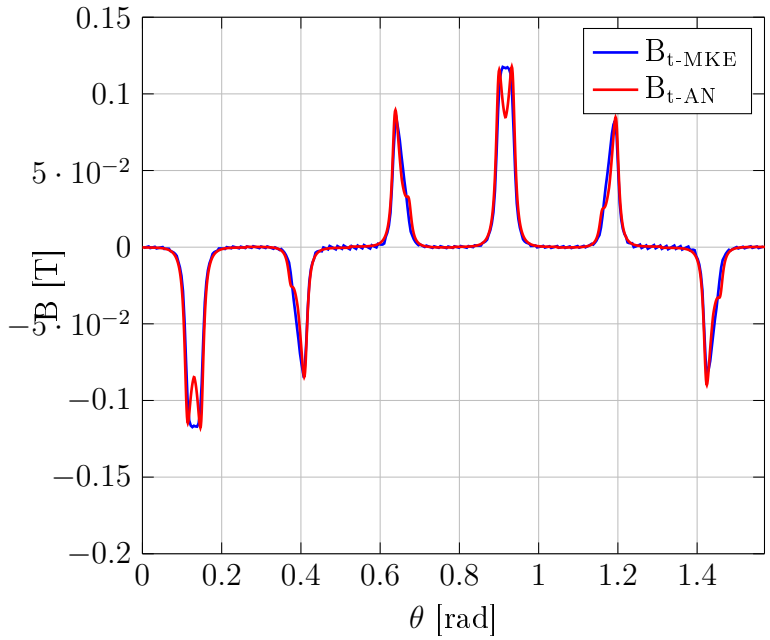
Slika 8.1: Radialna komponenta gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi magnetov



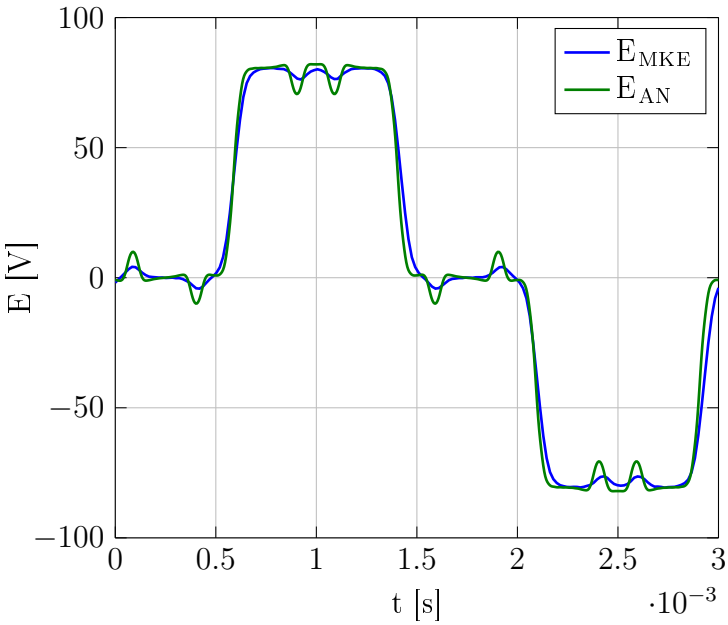
Slika 8.2: Radialna komponenta gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi magnetov



Slika 8.3: Radialna komponenta gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi magnetov



Slika 8.4: Radialna komponenta gostote magnetnega pretoka v zračni reži zaradi magnetov



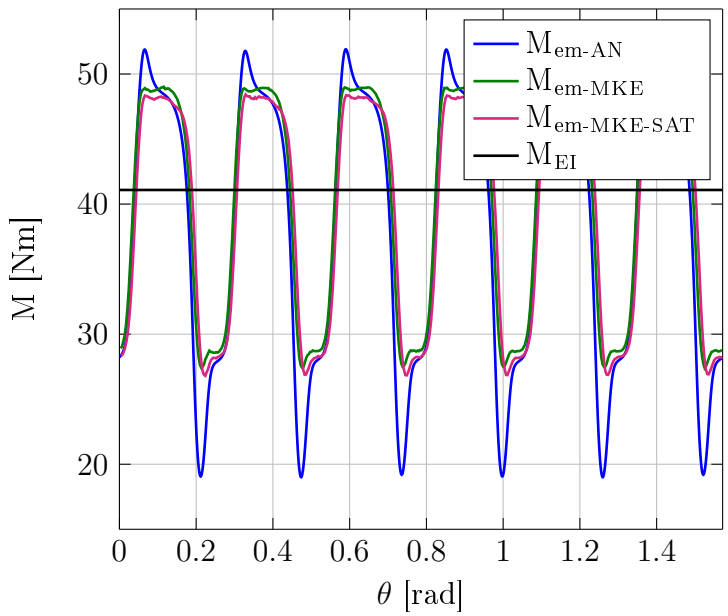
Slika 8.5: Primerjava oblike inducirane napetosti

so enaki kot pri gostoti magnetnega pretoka: delovna točka železa se nahaja v linearnem delu B-H karakteristike.

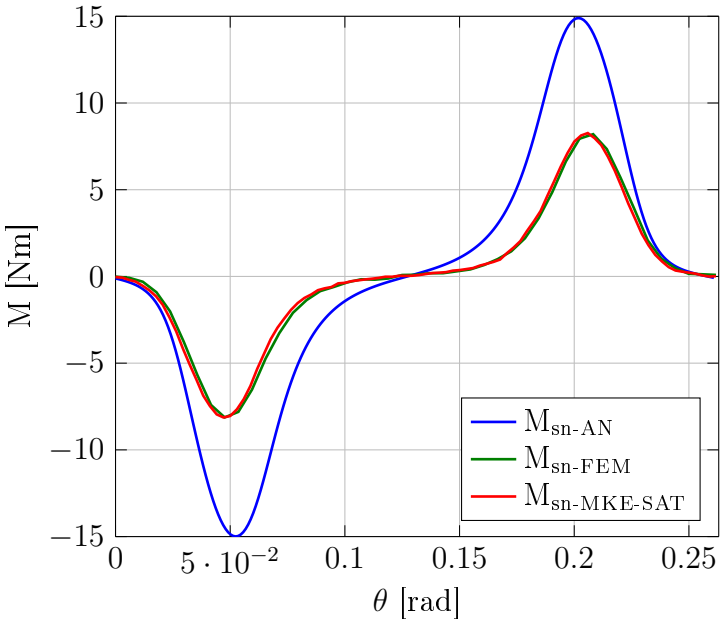
8.3 Elektromagnetni in samodržni navor

Pri simulaciji elektromagnetnega navora smo prvič vzbujali motor z magneti in s statorskim tokom, kar je premaknilo delovno točko železa v področje nelinearnosti. Ta vpliv lahko opazimo na sliki 8.6, kjer je elektromagnetni navor pri nelinearni B-H karakteristiki nekoliko manjši od navora pri linearnem železu. Dodana sta še navor, izračunan iz analitičnega modela, in navor, izračunan preko inducirane napetosti.

Pri samodržnem navoru imamo spet le vzbujanje statorja, in vidimo lahko, da razlika med simulacijo z linearnim in nelinearnim železom ni bistvena.



Slika 8.6: Primerjava elektromagnetnih navorov



Slika 8.7: Primerjava samodržnih navorov

9 Zaključek

V pričujočem delu je bil razvit in uspešno uporabljen algoritem za izračun razmer v zračni reži, ki temelji na analitično-numerični metodi.

Najprej smo predstavili izračune radialnih in tangencialnih komponent gostot magnetnega pretoka zaradi vzbujanja trajnih magnetov in zaradi vpliva statorskega toka.

Iz dobljenih potekov gostot magnetnih pretokov smo nato izračunali inducirano napetost, elektromagnetni in samodržni navor. S primerjavo analitične metode in MKE smo ugotovili, da poteki gostot magnetnega pretoka in inducirane napetosti praktično sovpadajo, medtem ko se izračuni obeh navorov razlikujejo. Razlog razlike je v natančnosti metode izračuna navora. Navor, izračunan preko Maxwellovega napetostnega tenzorja po eni liniji v zračni reži, je manj natančen kot navor, izračunan iz celotnega volumna zračne reže. Naš analitični izračun uporablja linijski integral izračuna navora, MKE pa uporablja ploskovni integral za izračun navora. Če se zavedamo, da pri pulzaciji navora in pri samodržnem navoru pridelamo napako, metodo lahko uporabljamo naprej.

Analitična metoda se je izkazala kot učinkovita, saj je izračun posameznega stroja opravljen zelo hitro, kar potrjuje tudi opravljena optimizacija nekaterih dimenzij stroja. Izračun tolikšnega števila strojev, kot smo jih izračunali z analitično metodo, bi pri MKE potrebovali nekaj dni. Če v simulacijo z MKE dodamo vpliv nelinearnosti železa rotorja, so razlike med obema izračunoma majhne in metodo lahko uporabljamo za optimizacijo. Ko je opravljena prva stopnja optimizacije, lahko pridobljeno geometrijo vključimo v nadaljnjo optimizacijo z MKE.

Po hitrosti in natančnosti bi predstavljeno analitično metodo umestili nekje med analitično metodo iz [1] in MKE.

Uporabnost analitično-numerične metode lahko povečamo z dodajanjem ostalih topologij rotorjev.

Literatura

[1] J. Pyrhönen, T. Jokinen, and V. Hrabovcová, *Design of Rotating Electrical Machines.* Chichester, West Sussex, UK: John Wiley & Sons, 2008.

[2] D. Meeker, "Finite element method magnetics," Dosegljivo: http://www.femm.info/wiki/HomePage, [Dostopano: 2. 9. 2017].

[3] D. Žarko, *A Systematic Approach to Optimized Design of Permanent Magnet Motors With Reduced Torque Pulsations.* WISCONSIN: UNIVERSITY OF WISCONSIN-MADISON, 2004.

[4] Z. Q. Zhu, D. Howe, E. Bolte, and B. Ackermann, "Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motors. i. open-circuit field," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 29, no. 1, pp. 124–135, Jan 1993.

[5] M. Vukotić, *Električni motor z moduliranim magnetnim poljem.* Ljubljana: Univerza v Ljubljani, 2017, doktorska disertacija.

[6] D. Zarko, D. Ban, and T. A. Lipo, "Analytical calculation of magnetic field distribution in the slotted air gap of a surface permanent-magnet motor using complex relative air-gap permeance," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 42, no. 7, pp. 1828–1837, July 2006.

[7] H. Stöcker, *Matematični priročnik z osnovami računalništva.* Ljubljana: Tehniška založba Slovenije, 2006.

[8] D. Meeker, *Finite Element Method Magnetics: OctaveFEMM.*

[9] K. Ramakrishnan, M. Curti, D. Zarko, G. Mastinu, J. J. H. Paulides, and E. A. Lomonova, "Comparative analysis of various methods for modelling surface permanent magnet machines," *IET Electric Power Applications*, vol. 11, no. 4, pp. 540–547, 2017.