

Univerza v Ljubljani

Fakulteta za elektrotehniko

Urban Rupnik

**Analiza elektromagnetnih in
mehanskih lastnosti sinhronskega
motorja s trajnim magnetom**

Magistrsko delo

Mentor: prof. dr. Damijan Miljavec

Ljubljana, 2017

Zahvala

Najprej bi se rad zahvalil profesorju Damijanu Miljavcu za povabilo v Laboratorij za električne stroje in za strokovno pomoč ter mentorstvo pri magistrskem delu.

Zahvalil bi se vsej svoji družini za finančno in strokovno podporo skozi ves čas študija in pred tem. Prav tako bi se jim rad zahvalil, da me v času pisanja zaključnega dela niso priganjali k vsem obveznostim doma na kmetiji.

Rad bi se zahvalil svojemu dekletu Ani za potrpežljivost in podporo v času študija.

Hvala tudi Urbanu Senici, Blažu Prahu in Tadeju Kranjcu ter celotnemu osebju Laboratorija za električne stroje za brezkompromisno pomoč in žrtvovanje časa.

Za vse meritve in motorje, ki sem jih lahko opravljal oziroma uporabljal, se zahvaljujem Marku Ravniku in štipenditorju ebm-papst Slovenija d.o.o.

Vsebina

1	Uvod	5
2	Opis in uporaba motorja BG19	9
2.1	Sestav in materiali	10
2.1.1	Rotor	10
2.1.2	Stator	12
2.1.3	Navitje	14
3	Programska oprema	15
3.1	Ansys	15
3.1.1	Povezovalno okolje Workbench	15
3.1.2	Program Maxwell	16
3.2	Matlab	17
3.3	Program Labview	18
4	Merilna oprema	19
4.1	Histerezna zavora	19
4.2	Senzorji navora	20
4.3	Pospeškomer	21

5	Elektromagnetna analiza	23
5.1	Obremenilni test motorja	28
6	Mehanska analiza	31
6.1	Maxwellov napetostni tenzor	31
6.2	Samodržni navor	34
6.3	Valovitost navora	35
6.4	Mehanski časovni odziv rotorja	37
6.5	Ekscentričnost rotorja	50
7	Zaključek	53
	Literatura	54

Seznam slik

1.1	Diagram poteka analize iz vsebine magistrske naloge	8
2.1	Motor BG19, pritrjen na ohišje sestava Zeolith za pomivalne stroje	9
2.2	Dimenzije rotorja	10
2.3	Karakteristčne točke trdega ferita	11
2.4	Magnetilna krivulja M700-50A	13
2.5	Dimenzije statorja	13
2.6	Navijalna shema motorja BG19	14
4.1	Prečni prerez histerezne zavore	20
4.2	Priklop in princip delovanja senzorja navora	21
4.3	Merilni sistem in pozicija pospeškometra ter smeri posameznih komponent, kjer je X radialna, Y aksialna in Z tangencialna . . .	22
5.1	Izris radialne in tangencialne komponente gostote magnetnega pre- toka	25
5.2	Primerjava rezultatov merjene ter izračunane inducirane napetosti na eni izmed tuljav	28
5.3	Fazni tok pri 3000 vrt/min in maksimalnem navoru, ki ga dobimo iz motorja krmiljenega z razsmernikom	29

6.1	Samodržni navor motorja	35
6.2	Valovitost navora motorja	37
6.3	Časovni odziv rotorja brez bremena, kjer so prikazana nihanja med geometrijskim kotom rezultirajočega magnetnega polja in geometrijskim kotom rotorja (a), kotna hitrost (b) in kotni pospešek(c) .	39
6.4	Frekvenčni spekter signala kotnega pospeška rotorja brez bremena	40
6.5	Navorna karakteristika elise brez ohišja	41
6.6	Časovni odziv rotorja z bremenom, kjer so prikazana nihanja med geometrijskim kotom rezultirajočega magnetnega polja in geometrijskim kotom rotorja (a), kotna hitrost (b) in kotni pospešek (c)	42
6.7	Frekvenčni spekter kotnega pospeška rotorja z bremenom	42
6.8	Valovitost navora na stator	44
6.9	Frekvenčni spekter kotnega pospeška na statorju brez obremenitve z eliso	45
6.10	Frekvenčni spekter kotnega pospeška na statorju z obremenitvijo .	45
6.11	Odziv hitrosti rotorja pri obratovanju brez bremena.	46
6.12	Odziv hitrosti rotorja pri obratovanju z bremenom.	47
6.13	Frekvenčni spekter pospeška, merjen s pospeškometerom, brez bremena	48
6.14	Frekvenčni odziv sistema pri iskanju lastnih frekvenc	49
6.15	Frekvenčni spekter pospeška, merjen s pospeškometerom, z bremenom	50

Seznam tabel

1	Veličine in simboli	xiii
2.1	Fizikalne lastnosti trdega ferita	12

Seznam uporabljenih simbolov

V pričujočem zaključnem delu so uporabljene naslednje veličine in simboli:

Veličina/oznaka		Enota	
Ime	Simbol	Ime	Simbol
radialni pospešek	a_r	-	m/s ²
ekscentričnost	e	meter	m
inducirana napetost	E_i	volt	V
gostota magnetnega pretoka	B	tesla	T
normalna gostota magnetnega pretoka	B_n	tesla	T
radialna gostota magnetnega pretoka	B_r	tesla	T
remanenčna gostota magnetnega polja	B_{rem}	tesla	T
tangencialna gostota magnetnega pretoka	B_t	tesla	T
ploskovna sila	\boldsymbol{f}	Newton	N/m ²
sila	\boldsymbol{F}	Newton	N
centripetalna sila	F_c	Newton	N
frekvenca tokovnega vzbujanja	f_{el}	Hertz	Hz
tangencialna ploskovna sila	f_t	Newton	N
sila na enoto volumna	\boldsymbol{f}_v	Newton	N/m
gravitacijska konstanta	g_0	-	m/s ²

Veličina/oznaka		Enota	
Ime	Simbol	Ime	Simbol
poljska jakost	H	-	A/m
delovna koercitivna	H_{cB}	-	A/m
poljska jakost magneta			
intrinzična koercitivna	H_{cJ}	-	A/m
poljska jakost magneta			
magnetna poljska jakost (100 % nasičenje)	H_{mag}	-	A/m
amplituda toka v faznih navitjih	I_0	amper	A
tokovi faznih navitij	I_1, I_2, I_3	amper	A
vztrajnostni moment	J_0, J_1, J_s	-	kg m ²
magnetna polarizacija	J	tesla	T
dolžina rotorja	l_r	meter	m
dolžina gredi	l_g	meter	m
masa telesa	m	kilogram	kg
navor	M	-	N m
navor bremena	M_b	-	N m
navor na rotor	M_e	-	N m
navor na stator	M_s	-	N m
vektor normale na ploskev	\mathbf{n}	-	-
število ovojev	N	-	-
vrtilna hitrost	n_n	-	vrt/min
število točk na krožnici	n_φ	-	-
število inkrementalnih premikov	n_θ	-	-
vektor radija	\mathbf{r}	meter	m
radij gredi	r_g	meter	m
radij rotorja	r_r	meter	m
zunANJI radij	r_z	meter	m
notranji radij	r_n	meter	m

Velčina/oznaka		Enota	
Ime	Simbol	Ime	Simbol
površina	S	-	m ²
čas	t	sekunda	s
Curieva temperatura	T_c	stopinje Celzija	°C
debalans	U	-	kg m
hitrost	\boldsymbol{v}	-	m/s ²
energija	W	Joule	J
geometrijski položaj			
kazalca rezultirajočega magnetnega polja	α_i	stopinja	°
Kroneckerjeva delta	δ_{ij}	-	-
zasuk rotorja od ravnovesne lege	θ	mehanske stopinje	meh°
relativna permeabilnost materiala	μ_r	-	-
permeabilnost vakuumu (indukcijska konstanta)	μ_0	-	V s/(A m)
relativna permeabilnost trajnega magneta	$\mu_{r_{TM}}$	-	-
gostota	ρ	-	kg/m ³
Maxwellov napetostni tenzor	$\underline{\underline{\sigma}}$	-	-
magnetni pretok	Φ	weber	Wb
magnetni sklep	Ψ	weber	Wb
mehanska kotna hitrost	ω_{meh}	-	rad/s

Tabela 1: Velčine in simboli

Seznam uporabljenih kratic

V pričujočem zaključnem delu so uporabljene naslednje kratice:

AI - analitični izračun

BG19 - oznaka obravnavanega motorja

DAQ - "data acquisition"

MČA - magnetno časovno odvisna analiza

MKE - metoda končnih elementov

MND - metoda navideznega dela

MNT - Maxwellov napetostni tenzor

MSA - magnetostatična analiza

TM - trajni magnet

Povzetek

V pričujočem delu je predstavljena problematika elektromehanskih sil v sinhronskem motorju s trajnimi magneti BG19. Omenjene sile so vir vibracij in posledičnega zvočnega pritiska. Za izračun sil je potrebno analizirati elektromagnetne razmere v motorju in nato rezultate te analize uporabiti v mehanskem časovnem odzivu motorja. Z meritvijo pospeškov mehanskega odziva motorja smo nakazali tudi ostale probleme, ki se zaradi magnetnih in mehanskih razmer pojavijo v motorju, in kakšne so njihove posledice.

Izračun poteka gostote magnetnega pretoka v zračni reži temelji na že obstoječem analitičnem izračunu. Rezultate smo uporabili za izračun elektromagnetnega navora na gredi, te pa smo nato uporabili pri analizi mehanskega odziva in magnetnih sil. Zapisali smo osnovne enačbe za torzijsko nihanje in jih izračunali s programom Matlab. V programu Ansys, ki temelji na metodi končnih elementov, smo zgradili model motorja BG19. Z njim smo validirali analitične rezultate, dobljene na podlagi osnovnih enačb torzijskega nihanja. Za ovrednotenje učinkovitosti modela, smo opravili elektromehanske meritve na motorju iz proizvodnje.

Prvi rezultat magistrskega dela prikazuje dobro ujemanje časovnega mehanskega odziva rotorja z analitičnim izračunom z uporabo metode Maxwellovega napetostnega tenzorja in numeričnega izračuna s programom Ansys, ki temelji na metodi končnih elementov. Drugi, ključnejši, pa je ujemanje analitičnega izračuna frekvenc pospeškov na statorju z eksperimentalnimi meritvami, opravljenimi s pospeškometerom.

Naloga je prvi korak k sklapljanju elektromagnetnih in mehanskih stanj v motorju. Implementira se jo lahko kot nadgradnja programov za izračun gostote magnetnega pretoka v zračni reži motorja za namen predvidevanja odziva rotorja z bremenom v delovni točki.

Algoritmi in programska koda, ki je bila razvita v tej nalogi z dodatnimi optimizacijskimi algoritmi, se lahko uporabi za načrtovanje elektromotorja ne samo z vidika najboljšega izkoristka in elektromagnetnih stanj, ampak tudi z vidika vibriranja motorja in nato hrupa.

Ključne besede: sinhronski motor s trajnimi magneti, sklopljena analiza, elektromagnetna analiza, mehanska analiza, elektromagnetni navor, mehanski odziv, vibracije, Ansys

Abstract

The thesis addresses problems of electromechanics forces in synchronous motor with permanent magnets (type BG19). These forces are source of vibration and air pressure oscillation. To define forces we need to analyze electromagnetic conditions in the motor. This analysis is the base to define mechanical transient response of motor. With experimental measurements on motor response we indicated also some further problems of magnetic and mechanical conditions appearing in the motor, and their consequences.

Calculations of magnetic field density in the air gap performed in this master thesis are based on previously developed analytical. Results of these calculations are used to define electromagnetic torque on the shaft, magnetic forces, and also mechanical response analysis. Differential equations for torsional oscillation are then numerically solved using Matlab software package. Validation of analytical results for torsional oscillations was done on a model of BG19 motor using Ansys software, which is based on finite element method. Evaluation of the developed numerical model was made with electromechanical experiments performed on a motor from serial production.

The results of the master thesis showed a good agreement between the result of transient mechanical response of rotor with analytical calculation on Maxwell stress tensor method and numerical calculations with program Ansys based on finite element method. In addition, a good agreement was obtained also between analytical calculation and experimental measurements of stator acceleration frequency spectrum.

The work done in this master thesis is the first step toward efficient coupling of electromagnetic and mechanical phenomena describing the behavior of electrical machines. The important applicability of this approach is that it can be implemented as an upgrade for existing software programs used for calculation of magnetic field density within the motor air gap. This can be of great importance for prediction of mechanical motor response operating in a given working point.

The algorithms and the program code developed in this master thesis upgraded with optimization methods and previously described software programs can be used as an efficient tool for the electrical machine designing with optimum electromagnetic and mechanical properties. This means the design of the machine with high efficiency and reduced vibration and noise.

Key words: synchronous motor with permanent magnet, coupled analysis, electromagnet analysis, mechanical analysis, electromagnetic torque, mechanical response, vibrations, Ansys

1 Uvod

Pod besedno zvezo razvoj elektromotorjev največkrat pomislimo na elektroinženirja, ki se ukvarja s proučevanjem navora in izkoristka motorja. Do sedaj je bilo to v največji meri res, toda z razvojem tehnologije in višanjem življenjskega standarda se spreminjajo tudi želje ljudi in s tem zelene karakteristike elektromotorjev oziroma aplikacije. Tako se še vedno pomembnemu izkoristku v veliki meri pridružuje tudi hrup oziroma iz fizikalnega vidika zvočni pritisk. Ta je posledica vibracij, ki nastanejo v motorju zaradi elektromehanskih sil. S prihodom močnejših računalnikov in razvojem programov za povezavo simulacij z različnih področij fizike, se v industriji pojavlja zahteva po uporabi takšnih orodij.

Skupaj s podjetjem in Laboratorijem za električne stroje smo se na podlagi računalniškega orodja Ansys Workbench odločili izdelati validiran model sklopljene analize elektromagnetnih in mehanskih razmer v motorju BG19.

Delo v magistrski nalogi temelji na analitičnih in numeričnih izračunih ter na eksperimentalnem delu.

Prvi cilj raziskave je pripraviti analitični model za izračun gostote magnetnega pretoka v zračni reži glede na pozicijo rotorja obravnavanega motorja. Iz dobljenih rezultatov bomo lahko določili navor na gredi in sile na ležaje, ki so v največji meri izvor vibracij. Naslednji cilj je izdelava sklopljenega numeričnega modela v programskem okolju Ansys, ki temelji na metodi končnih elementov. Glavna prednost analitičnega izračuna pred numeričnimi simulacijami je kratek potreben čas za izračun, ter parametrično zasnovana odvisnost, prednost numeričnih simulacij pred analitičnimi izračuni pa je natančnost rezultatov. Vse zgrajene modele

in vpeljana metodologijo izračunov se bo lahko uporabilo pri razvoju novih ali nadgradnji obstoječih motorjev v podjetju. Rezultate izračunov bomo validirali z opravljenimi meritvami na motorju BG19.

V začetku je predstavljen električni motor BG19, njegova uporaba in konstrukcijske lastnosti. Podane so tudi fizikalne lastnosti materialov. V nadaljevanju je predstavljena programska oprema, ki smo jo uporabljali pri izdelavi naloge. Poučaje je na razvoju numeričnega modela projekta v programskem okolju Ansys.

Sledi predstavitev merilne opreme, ki smo jo uporabljali pri eksperimentalnem delu magistrske naloge.

Jedro naloge se deli na dva dela. V prvem delu bomo motor obravnavali na področju elektromagnetnih lastnosti. Najprej bomo uporabili magnetostatično analizo na motorju s trajnimi magneti brez vzbujačnih tokov v navitjih. Analitičen izračun gostote magnetnega pretoka temelji na doktorskem delu [1]. Na podlagi dobljene porazdelitve tangencialne in radialne komponente gostote magnetnega pretoka bomo izračunali magnetni pretok skozi fazno navitje in inducirano napetost na tuljavi. V okolju Ansys bomo zgradili numerični model motorja in ga obravnavali tako z magneto-statičnim kot tudi z magneto-tranzientnim izračunom. Dobljene rezultate bomo uporabili za analize in primerjavo z analitičnim izračunom. Analizo bomo izvedli v programu Maxwell. Eksperimentalno bomo lahko s sondo in osciloskopom opazovali inducirano napetost v navitjih. Rezultate bomo med seboj primerjali. V naslednjem koraku bomo motor vzbujali s trifaznim tokovnim virom. S programom za numerični izračun, ki temelji na metodi končnih elementov (MKE), bomo zopet izračunali gostoto magnetnega pretoka v zračni reži.

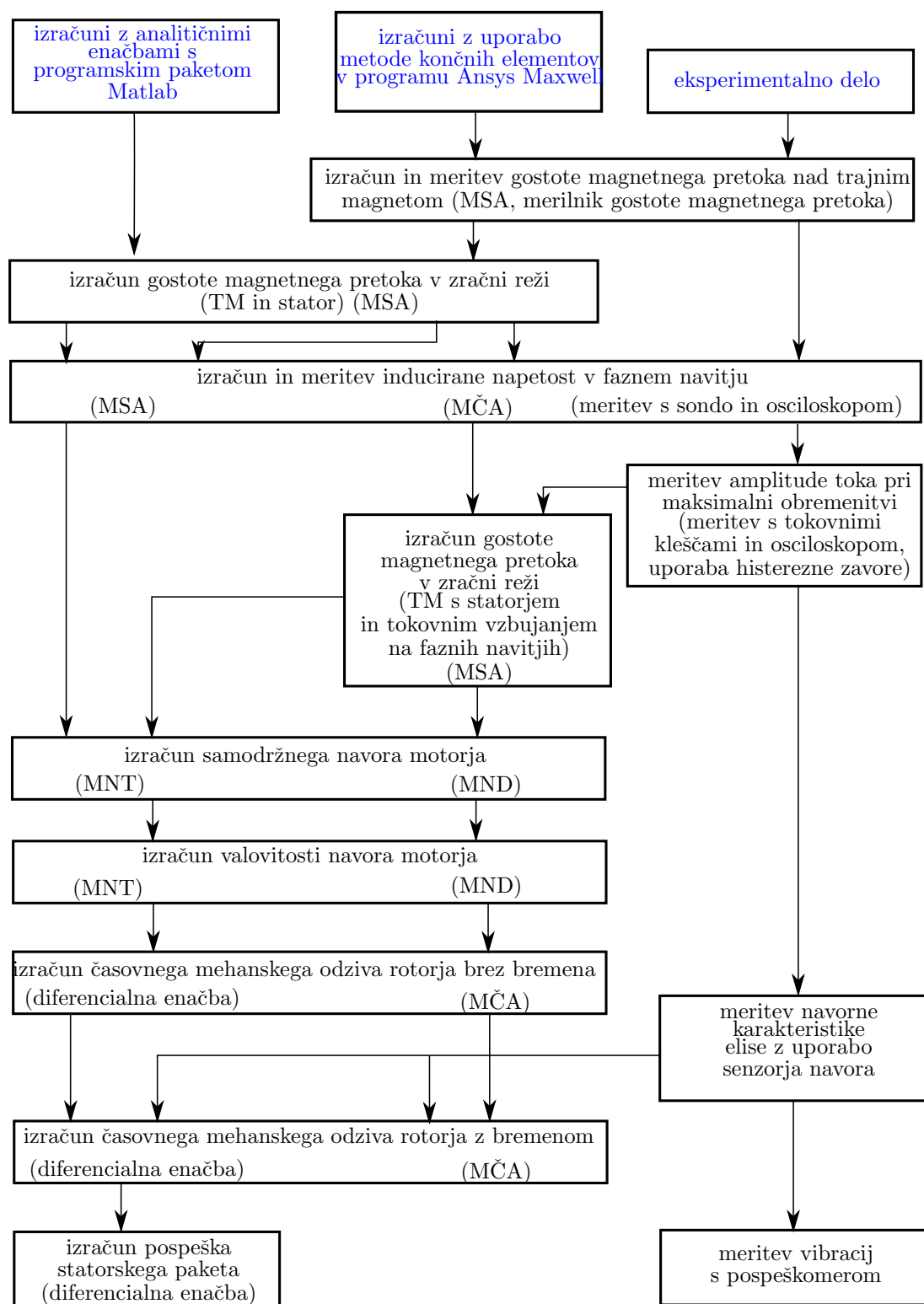
V drugem delu bomo rezultate iz prvega uporabili za izračun samodržnega navora motorja in sil, ki delujejo na rotor ter posledično na ležaja tako brez kot tudi s priklopljenim vzbujalnim tokom. Sistem bomo analitično opisali z zakoni dinamike gibanja togih teles pri vrtenju okrog osi. Z rešitvijo diferencialne enačbe bomo dobili časovni odziv odmika rotorja od izbrane referenčne lege, odziv

kotne hitrosti rotorja in njegovega kotnega pospeška. Za namen realnega odziva v aplikaciji bomo uporabili tudi izmerjeno navorno karakteristiko bremena, ki je v našem primeru ventilatorska elisa.

V tem sklopu bomo tudi kritično ocenili kvaliteto uporabljenih analitičnih metod in dobljenih rezultatov, ki so nam služili za hiter preračun elektromagnetnih razmer v motorju in njegov mehanski odziv z vidika vibracij. Prav tako bomo ocenili kvaliteto sklopljenega modela v numeričnem okolju, ki temelji na metodi končnih elementov. Pridobljena znanja in izsledki pa nam bodo služili pri razumevanju in optimiziranju vseh ostalih motorjev v proizvodnji podjetja.

V samem zaključku bodo opisane in razložene ostale komponente vibracij, ki bodo osnova za nadaljnje razmišljanje in raziskave pri povezavi elektromagnetnih in mehanskih razmer v električnih strojih. Že na tem mestu je potrebno poudariti, da manjka še ena ključna spremenljivka, ki v tem delu ni bila upoštevana; to je temperatura.

Za lažje razumevanje in za pomoč pri sledenju vsebini naloge je na sliki 1.1 diagram poteka analize iz vsebine magistrske naloge. Pomen simbolov in kratic je predstavljen v seznamu simbolov in kratic.



Slika 1.1: Diagram poteka analize iz vsebine magistrske naloge

2 Opis in uporaba motorja BG19

Motor BG19 je 3-fazni 2-polni sinhronski motor s trajnim magnetom in koncentriranimi navitji. Njegov sestav je skupaj z ohišjem prikazan na sliki 2.1. Prednost takih motorjev je, da z elektroniko izvedemo ustrezno frekvenčno pretvorbo napetosti, s katero lahko motor vodimo pri različni kotni hitrosti.



Slika 2.1: Motor BG19, pritrjen na ohišje sestava Zeolith za pomivalne stroje

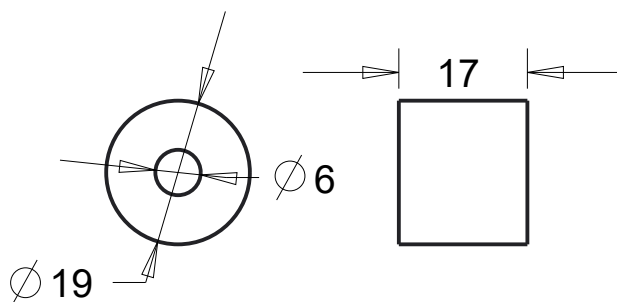
Motor BG19 se uporablja za vodne črpalke, najpogosteje pa se ga uporablja v pomivalnih strojih. Tam služi za izčrpavanje vlažnega zraka, ki ga nato črpa v posodo, kjer se nahajajo kristali natrijevega ali kalcijevega alumosilikata, ki spadajo v skupino zeolitov. Njihova lastnost je taka, da adsorbirajo molekule vode iz vlažnega zraka. Stranski produkt je toplota.

2.1 Sestav in materiali

Primerjali bomo rezultate simulacij in eksperimentalnih meritev, zato je pomembno, da materiale in dimenzije določimo kar se da natančno. Na tehničnih risbah, ki smo jih dobili iz podjetja, so poleg dimenzij podani tudi materiali. Fizikalni parametri trajnega magneta so podani v tabeli 2.1. Podane so tudi dimenzije statorja ter rotorja, tolerance pa so poslovna skrivnost podjetja.

2.1.1 Rotor

Rotor, prikazan na sliki 2.2, je narejen iz praškastih delcev velikosti od $1,0\ \mu\text{m}$ do $1,1\ \mu\text{m}$ trdo feritnega materiala. Pri proizvodnji rotorja material stisnejo in sintrajo. To pomeni, da se material segreje do take temperature, da omogočimo prehajanje atomov med delci, ki se zaradi mehanskih sil nato povežejo in ustvarijo trdo celoto. V proizvodnji se najprej v rotor vstavi gred, nato se ga zalije s plastiko, na koncu pa še prečno namagnetni. Tako nastaneta dva magnetna pola.



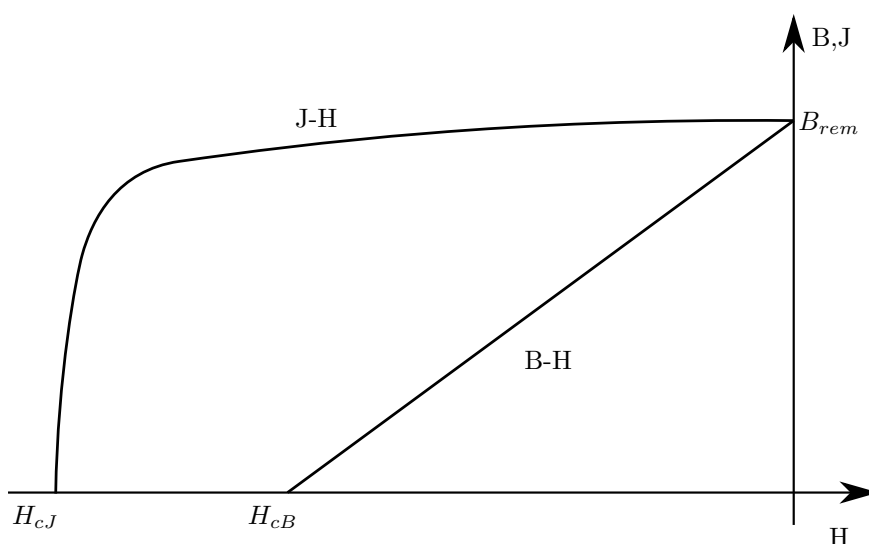
Slika 2.2: Dimenzije rotorja

Lastnosti, ki so pomembne za določitev materiala v programu Ansys in za izračun magnetnega polja v zračni reži, so podane v tabeli 2.1. Za določitev potrebnega magnetilnega toka v fazi magnetenja rotorja je podana tudi magnetna poljska jakost (J-H krivulja) pri 100 % nasičenosti materiala. Podana je tudi Courijeva temperatura, ki v feromagnetnih materialih predstavlja temperaturo,

nad katero snov prevzame lastnosti paramagnetika. V tem stanju so notranji dipolni momenti materiala ob odsotnosti zunanega polja obrnjeni v naključno smer, ali drugače povedano, material se razmagnet.

Na sliki 2.3 je narisana karakteristična krivulja trajnega magneta. Prvi del krivulje predstavlja J-H krivulja, ki predstavlja magnetno polarizacijo trdo feritnega materiala, drugi del pa predstavlja B-H krivuljo, na kateri leži delovna točka magneta. Med J in B obstaja relacija:

$$B = \mu_0 H + J \quad (2.1)$$



Slika 2.3: Karakteristične točke trdega ferita

Iz točk B_{rem} in H_{cB} izračunamo tudi relativno permeabilnost materiala pri 20 °C:

$$\begin{aligned} B_{rem} &= \mu_0 \mu_{rTM} H_{cB} \\ \mu_{rTM} &= \frac{B_{rem}}{\mu_0 H_{cB}} \end{aligned} \quad (2.2)$$

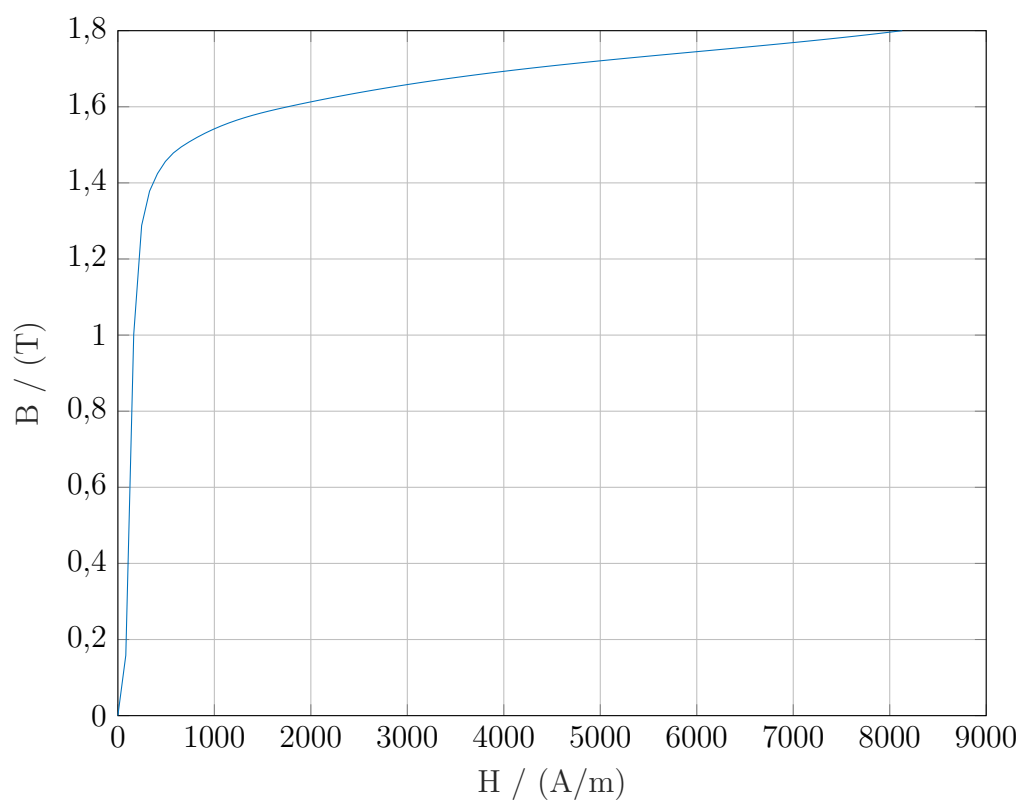
Vrednost relativne permeabilnosti feritnega materiala, izračunane s pomočjo enačbe 2.2 je 1,16. To je začetna vrednost lastnosti materiala, ki jo bomo uporabili v izračunih, tako v analitičnih, kot tudi v numeričnih.

Magnetne lastnosti (pri 20 °C)	minimalna	tipična	maksimalna
B_{rem} / (mT)	340		365
H_{cJ} / (kA/m)	230	260	300
H_{cB} / (kA/m)	230		250
H_{mag} / (kA/m)	500	700	900
T_c / (°C)	450		460
Mehanske lastnosti			
ρ / (g/cm ³)	4,8		5,1

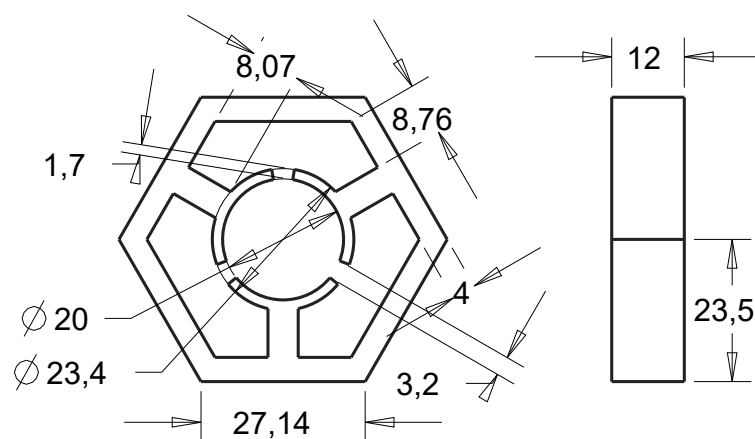
Tabela 2.1: Fizikalne lastnosti trdega ferita

2.1.2 Stator

Stator sestoji iz 24 0,5 mm debelih lamel iz materiala M700-50A, katerega magnetilnica je prikazana na sliki 2.4. Lamelle so čez vso površino enostransko lakirane. S tem se prepreči prevodnost med lamelami in tako zmanjša vrtilne tokove, ki se inducirajo in povzročajo izgube. Stator ima 3 zobe, ki so na koncu razširjeni, za oblikovanje magnetnega polja v zračni reži in posledičnega zmanjšanja valovitosti navora. Dimenzije statorja prikazuje slika 2.5.



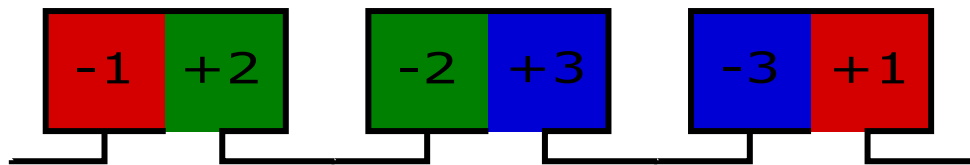
Slika 2.4: Magnetilna krivulja železa M700-50A [2]



Slika 2.5: Dimenzije statorja

2.1.3 Navitje

Navitje je koncentrirano in dvoplastno. Vsaka tuljava predstavlja eno fazno navitje z 975 ovoji lakirane bakrene žice premera 0,14 mm. Shema navitja je prikazana na sliki 2.6, kjer številke in predznak pomenita fazo in smer navijanja.



Slika 2.6: Navijalna shema motorja BG19

3 Programska oprema

Nalogo smo obravnavali analitično, numerično in eksperimentalno. V ta namen smo uporabljali tudi ustrezne programe, s katerimi smo izpeljali analize (Ansys, Matlab, Maxwell), zajemali meritve (Labview) in nato rezultate obdelovali in jih ustrezno predstavili (Matlab).

3.1 Ansys

Pri izdelavi numeričnega modela sem uporabljal komercialno programsko opremo Ansys 18.1. Razvoj v sodelujočem podjetju je še na začetku, zato je čas izdelave magistrske naloge namenjen tudi preizkusu programske opreme, ki bi se jo kasneje uporabljalo v podjetju. Ker imamo v laboratoriju dovolj študentskih licenc za vse fizikalne module programa, je to odlična priložnost za preizkus. Ansysov program ponuja možnost za sklapljanje različnih fizikalnih področij. Glavna področja so: elektromagnetna, mehanska in termična. Vsa področja imajo možnost za statično in časovno analizo. Programski paket Ansys Maxwell je specifično namenjen analizi elektromagnetnih struktur, kamor spadajo tudi električni stroji. Program Maxwell lahko povežemo z ostalimi področji fizikalnih analiz preko delovnega okolja Ansys Workbench.

3.1.1 Povezovalno okolje Workbench

V “Workbench” okolju, kot začetku projekta se odpre prazna stran in tu imamo možnost ustvariti poljubno sklopljeno analizo. V našem primeru, ko je

motor že izdelan, smo iz podjetja uspeli pridobiti delavniške risbe, na katerih temelji izdelana geometrija motorja. V projekt najprej vnesemo komponento za izris geometrije v programu z imenom Design Model. Program omogoča parametrizacijo celotne geometrije, za lažje spreminjanje in opazovanje modela pri različnih vhodnih podatkih.

V projekt dodamo dvodimenzionalno tranzientno in magnetostatično analizo, ki jo nastavljamo in izračunamo s programom Maxwell. Vsak nov vnesen načrt motorja v program Maxwell nam v Ansysovem okolju predstavlja nov vnesen projekt. Če v Maxwellovem projektu dodamo nov načrt, se nam v Ansysovem okolju doda nov projekt, čigar dimenzije pa niso parametrizirane, zato je potrebno za optimizacijo vsak projekt dodati v osnovnem okolju in ga nastaviti v Maxwellu.

S pomočjo elektromagnetne tranzientne analize izračunamo harmonske sile, ki delujejo na motor. Te sile nato kot vhodne podatke uvozimo v novo okolje analiz mehanskih harmoničnih odzivov. To se izvaja v programu Mechanics. Rezultati te analize so pospeški in deformacije posameznih elementov motorja.

3.1.2 Program Maxwell

V program Maxwell moramo najprej na uvoženem tridimenzionalnem modelu narediti presek v XY osi, tako da dobimo ploskve, ki so dovoljena oblika za model v dvodimenzionalni analizi. Vsaki ploskvi določimo material, ki ga definiramo sami. Za železo izberemo nelinearno B-H krivuljo, kjer vnesemo podatke, program pa sam izvede interpolacijo. Program omogoča lameliranje materiala, ki se ga uporabi pri določitvi izgub v časovni analizi.

Za določitev magnetne lastnosti trdomagnetnega ferita uporabimo Maxwellov programski vmesnik, kamor vnesemo koercitivno poljsko jakost in remanentno gostoto magnetnega pretoka. Za bakrene žice smo uporabili material iz knjižnjice, kjer je določena relativna permeabilnost $\mu_r = 0.999991$ in specifična električna prevodnost 58 MS/m.

Preostala območja v modelu predstavimo kot zrak z $\mu_r = 1$. Pri sestavi modela za časovno in statično analizo se razlikuje način določitve krmilnega signala na tuljavi. Pri statični analizi določimo ploskve, skozi katere teče tok. Tokom določimo smer in amplitudo ob določenem želenem trenutku. Pri časovno odvisni analizi pa določimo priključke navitja, kjer vpeljemo časovno obliko toka in število ovojev. Po dva priključka skupaj določata navitje, ki ga v programu obravnavamo kot tuljavo, to je strnjeno navitje, ali pa kot celostno strukturo. Ta zadnji način obravnave navitja nam koristi pri analizi induciranih vrtničnih tokov v žicah navitij.

Dirichletov robni pogoj smo uporabili na krožnici, ki zajema celotni statorski paket. Pogoj predpostavlja, da je normalna komponenta gostote magnetnega pretoka na meji enaka nič.

3.2 Matlab

Program Matlab se največkrat uporablja za numerične izračune realnih fizikalnih problemov. V našem primeru je gostota magnetnega pretoka, kot so nastavljene enačbe v [1], izračunano simbolično in analitično. Od tu naprej, kjer smo računali probleme, povezane s to magistrsko nalogo, smo se posluževali numeričnih metod, saj je cilj, da v kratkem času pridobimo približne, a še vseeno kvalitetne rezultate, nato pa s simulacijami v okolju Ansys zelo natančne rezultate. Matlab smo uporabili za reševanje mehanskih odzivov za eno prostorsko stopnjo. Program je bil uporabljen tudi pri filtriranju rezultatov iz programa Ansys, kjer je prisoten signal v obliki šuma kot posledica numeričnih napak zaradi mreženja s končnimi elementi.

3.3 Program Labview

Za zajem in shranjevanje meritev iz pospeškometra smo uporabili program Labview, ki omogoča povezovanje strojne in programske opreme. S pomočjo Labview programa preko strojne opreme (DAQ kartica) krmilimo analogni vhod krmilnika motorja in s tem določamo hitrost vrtenja motorja. S pomočjo analognega zajema merilnih podatkov z isto merilno kartico zajemamo analogno vrednost pospeškometra, ki se z določitvijo občutljivosti pretvori v dejanski pospešek.

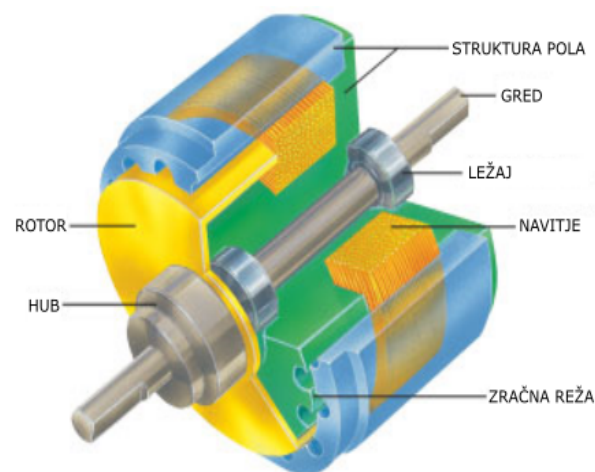
4 Merilna oprema

V tem poglavju je opisan osnovni princip delovanja in lastnosti pomembnejše merilne opreme, ki je bila uporabljena pri eksperimentalnem delu.

4.1 Histerezna zavora

Za meritev maksimalnega navora na gredi smo uporabili histerezno zavoro HB-10M-2 proizvajalca Magtrol [3]. Na sliki 4.1 je prečni prerez histerezne zavore.

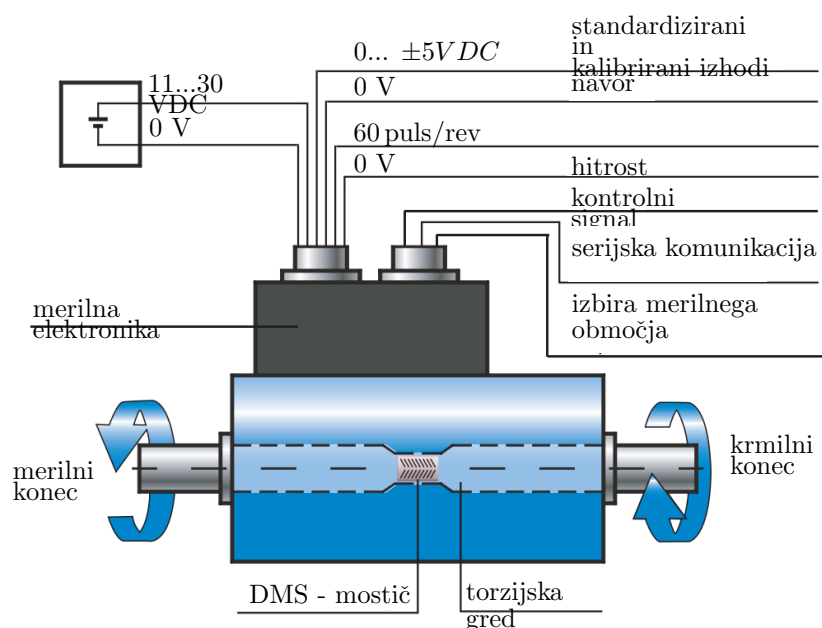
Zavora je sestavljena iz železnega rotorja in statorja ter bakrenega navitja. Brez priključenega vzbujalnega toka je rotor prostovrteči in zavora ne deluje kot navorna obremenitev. Ob priključitvi napetosti oziroma ustrezni tokovni regulaciji, navitje povzroči magnetno polje. To polje v interakciji s feromagnetnim rotorjem tvori zavorni navor na gredi zavore. Največja prednost pred ostalimi načini merjenja navora je ta, da je v histerezni zavori trenje prisotno le v ležajih (ni prisotnih drsnih obročev in ščetk oziroma komutatorja in ščetk). S tem je doseženo konstantno vrtenje brez pulzacij zavornega navora, neodvisnost navorne karakteristike zavore od hitrosti, dolga življenjska doba in tiho delovanje. Z ustrezno karakterizacijo prenosne funkcije pa dosežemo tudi visoko natančnost in stabilnost izhodnih količin.



Slika 4.1: Prečni prerez histerezne zavore [4]

4.2 Senzorji navora

V nalogi smo uporabili dva senzorja navora proizvajalca Kistler. Oba senzorja spadata med senzorje, ki delujejo na principu merjenja torzijske nateznosti. Priklop in princip delovanja je prikazan na sliki 4.2.



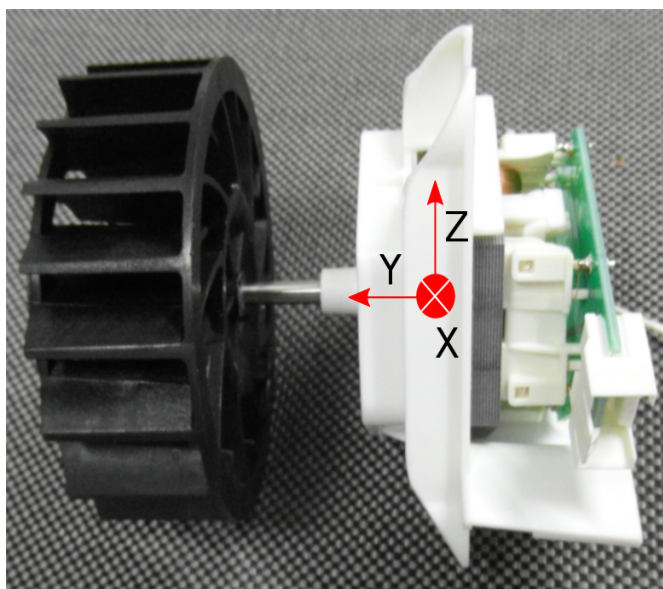
Slika 4.2: Priklop in princip delovanja senzorja navora [5]

Prvi senzor je z ožjim merilnim območjem in ima oznako KISTLER 4503A0.200B1000. Njegova najvišja merjena absolutna vrednost navora je 0,2 Nm. Na izhodu pa dobimo signal v območju ± 10 V. Proizvajalec v danem merilnem območju zagotavlja 0,1 % natančnost [6].

Drugi merilnik navora je z oznako KISTLER 4503A5LA1B1C00 in ima možnost izbire med dvema merilnima območjema. Izbrali smo merilno območje do 0,5 Nm, kjer proizvajalec zagotavlja natančnost 0,2 %. Izhodna napetost, ki jo dobimo iz senzorja, je v območju ± 10 V.

4.3 Pospeškomer

Za meritve pospeška smo uporabili DAQ kartico in pospeškometer 3133B1 proizvajalca Dytran. Občutljivost pospeškometra je kalibrirana na $9,80 \text{ mV/g}_0$ v X smeri in $10,10 \text{ mV/g}_0$ ter $9,77 \text{ mV/g}_0$ v Y oziroma v Z smeri. Merilni sistem in pozicija pospeškometra ter smeri posameznih komponent so prikazani na sliki 4.3.



Slika 4.3: Merilni sistem in pozicija pospeškometra ter smeri posameznih komponent, kjer je X radialna, Y aksialna in Z tangencialna

5 Elektromagnetna analiza

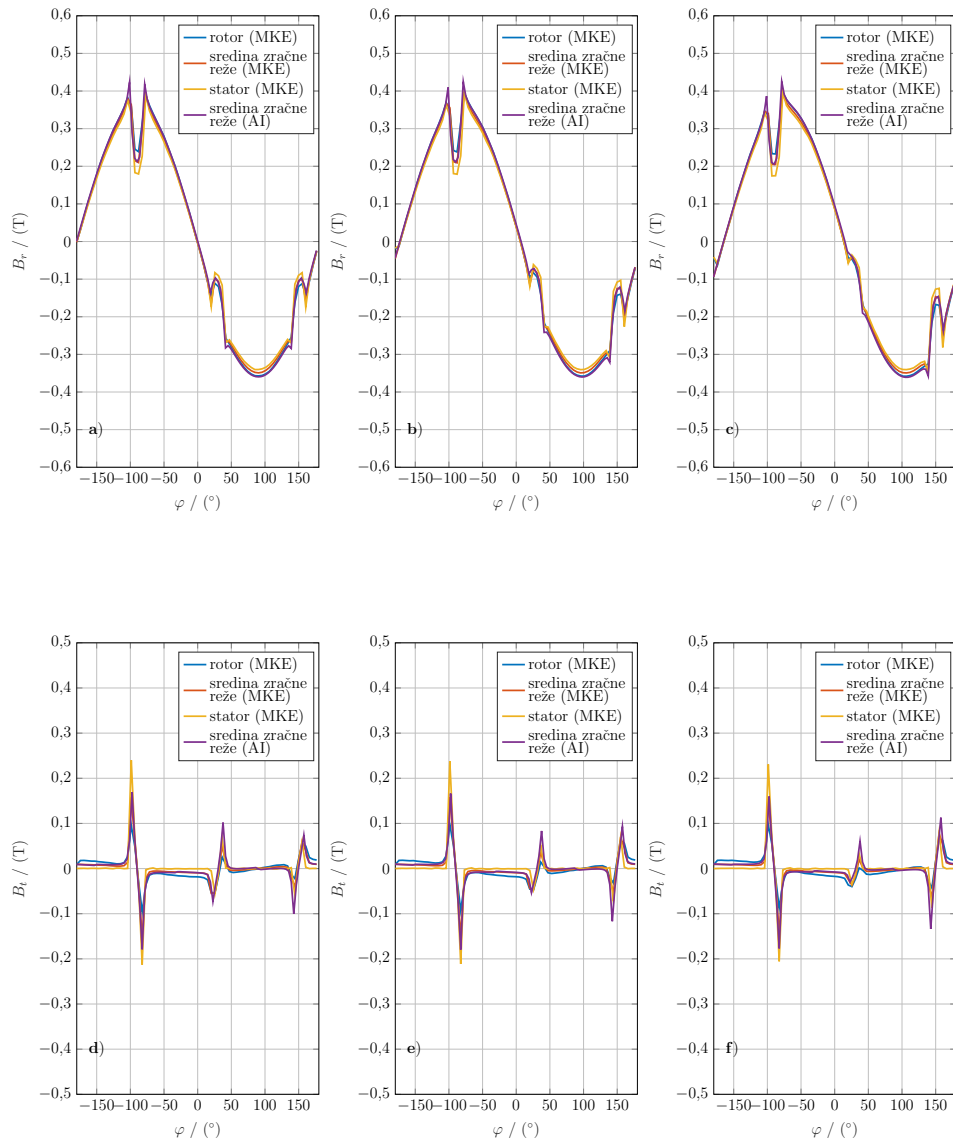
Izračune, simulacije in meritve smo začeli postopoma od osnovnih gradnikov do končnega sestava motorja BG19. Najprej smo analizirali ustreznost namagnetnosti rotorja in obliko ter velikost gostote magnetnega pretoka v zračni reži. Na podlagi dobljenih rezultatov smo postavili temelje celotne naše analize inducirane napetosti, navorov in odzivov rotorja ter statorja. V prvem koraku smo izmerili maksimalno gostoto magnetnega pretoka v okolici rotorja in merilne rezultate primerjali z rezultati numeričnih simulacij.

Ker ima merilnik gostote magnetnega pretoka debelino 0,5 mm, smo v izračunih opazovali rezultate, ki so od površine rotorja oddaljeni za 0,25 mm. Iz danih podatkov o uporabljenem magnetu smo s pomočjo numeričnega magnetostatičnega modela motorja izračunali maksimalno vrednost gostote magnetnega pretoka, ki je znašala 147 mT. Poprečna merjena maksimalna vrednost gostote magnetnega pretoka dveh rotorjev iz proizvodnje pa je 163 mT. Na podlagi primerjave računskih in merilnih rezultatov smo se za nadaljnje analize odločili spremeniti vrednost remanenčne gostote magnetnega pretoka magneta na 400 mT. S tem smo spremenili tudi vrednost relativne permeabilnosti uporabljenega trajnega magneta v 1,273. Izračunana vrednost z uporabo nove karakterizacije materiala, na podlagi numeričnega modela je 160 mT. S primerjavo z merilnimi rezultati vidimo dobro ujemanje in s tem postavitev temeljev materiala za nadaljnjo analizo motorja.

Za izračun poteka gostote magnetnega pretoka v zračni reži in za izračun inducirane napetosti bomo predpostavili, da je motor magnetno vzbujan le s

strani paralelno namagnetenega trajnega magneta na rotorju, pri čemer v faznih navitjih ni tokov. V prvi fazi bomo preverili pravilnost analitičnega poteka gostote magnetnega pretoka v zračni reži.

Na sliki 5.1 so primerjani analitični izračun v sredini zračne reže, magneto-statični izračun z metodo končnih elementov na krožnici 0,01 mm nad rotorjem, v sredini zračne reže ter 0,01 mm pod statorjem. Dodatno je izračun preverjen s premiki rotorja za 7 meh° in 15 meh° . Začetni položaj rotorja (0 meh°) je v legi, kjer je severni pol magneta poravnan s statorskim zobom prve faze. Za izračun inducirane napetosti bomo prav tako uporabili dobljene porazdelitve gostote magnetnega pretoka v zračni reži, pri čemer bomo uporabili indukcijski zakon.



Slika 5.1: Izris radialne (a, b, c) in tangencialne komponente (d, e, f) gostote magnetnega pretoka na površini rotorja v sredini zračne reže, ko je rotor v položaju 0° (a, d), 7° (b, e) in 15° (c, f) glede na izhodiščni statorski zob. Na slikah so podani tudi rezultati analitičnih izračunov v sredini zračne reže.

S poznavanjem geometrije in izračunane porazdelitve gostote magnetnega pretoka v zračni reži lahko določimo potek inducirane napetosti. Hitrost vrtenja rotorja obravnavanega motorja bomo v vseh analizah fiksirali na vrednost

$n_n = 3000$ vrt/min.

Potek inducirane napetosti dobimo iz enačb [7, 15-18]:

$$E_i = \frac{d\Psi}{dt} \quad (5.1)$$

Ker je navitje koncentrirano privzamemo, da je magnetni pretok v vseh ovojih enak. Gornja enačba se poenostavi v:

$$E_i = N \frac{d\Phi}{dt} \quad (5.2)$$

Za magnetni pretok zapišemo, da je enak ploskovnemu integralu gostote magnetnega pretoka skozi ploskev S:

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S} \quad (5.3)$$

kjer je v našem primeru ploskev S pod enim statorskim zobom. Predpostavimo, da je polje vzdolž aksialne osi motorja konstantno. Ploskovni integral postane krivuljni. Zaradi cilindričnega rotorja bomo izbrali še polarni koordinatni sistem.

$$\Phi = l_r \int_{\mathcal{L}} B_n r_r d\varphi \quad (5.4)$$

V našem primeru, ko že imamo potek gostote magnetnega pretoka, lahko integral gostote pretoka po krivulji zapišemo kot seštevek vseh produktov gostote magnetnega pretoka na diferencialu obodnega loka v zračni reži. V obliki enačbe to zapišemo kot:

$$\Phi = l_r r_r \sum_{i=1}^k B_{n_i} \delta\varphi \quad (5.5)$$

kjer je

$$\delta\varphi = \frac{2\pi}{n_\varphi} \quad (5.6)$$

Nato magnetni sklep izračunamo po enačbi:

$$\Psi = N\Phi \quad (5.7)$$

Za izračun inducirane napetosti uporabimo numerično odvajanje magnetnega pretoka po času. V tem primeru smo premikali rotor za določen kotni inkrement in v vsaki legi izračunali potek gostote magnetnega pretoka v zračni reži.

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= l_r \int_{\mathcal{L}} B_{n_1} r_r d\varphi \\ &\vdots \\ \Phi_{n_\theta} &= l_r \int_{\mathcal{L}} B_{n_{n_\theta}} r_r d\varphi \end{aligned} \quad (5.8)$$

kjer je n_θ število inkrementalnih premikov.

Temu je sledil izračun magnetnega pretoka, na podlagi katerega smo izračunali inducirano napetost z:

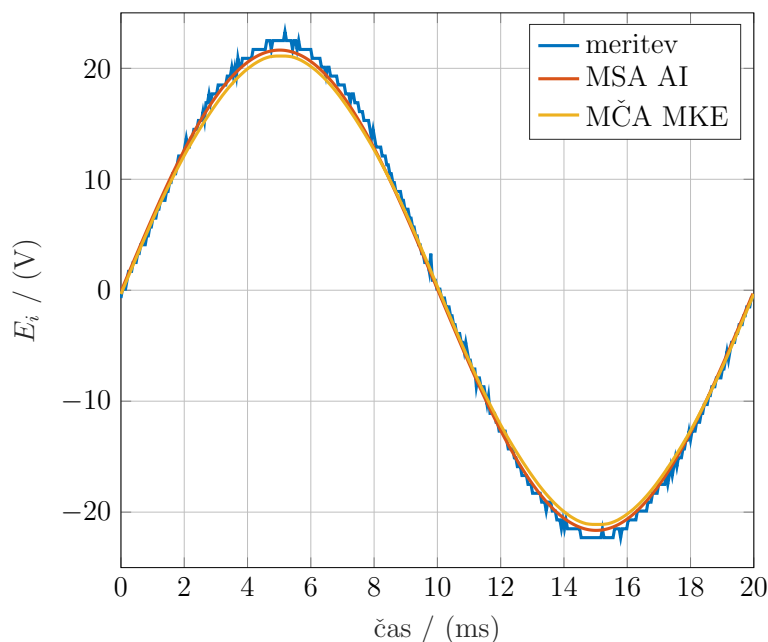
$$E_{i_k} = N \frac{\Phi_{k+1} - \Phi_{k-1}}{2\delta t} \quad 2 \leq k \leq n_\theta - 1 \quad (5.9)$$

kjer je δt čas med dvema korakoma, kjer smo izračunali magnetni pretok. Glede na izbrano hitrost vrtenja določimo časovni inkrement z:

$$\delta t = \frac{1}{n_n n_\varphi} \quad (5.10)$$

Natančnost izračuna je odvisna od števila vzorcev pozicij obračanja rotorja n_θ in števila vzorcev na krivulji kjer opazujemo gostoto magnetnega pretoka (n_φ).

Na sliki 5.2 so primerjani rezultati inducirane napetosti na eni tuljavi. Primerjali smo rezultate meritev, opravljene na realnem motorju (meritve so bile opravljene z osciloskopom), rezultat, pridobljen na podlagi analitično določene gostote magnetnega pretoka (MSA AI) in rezultat, pridobljen s časovno odvisnim numeričnim programom Maxwell, ki temelji na metodi končnih elementov (MČA MKE).

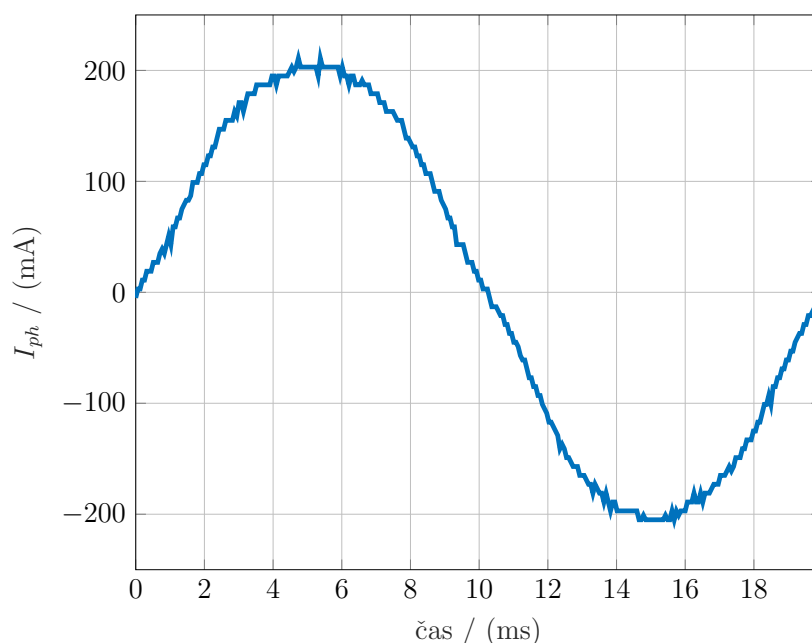


Slika 5.2: Primerjava rezultatov merjene ter izračunane inducirane napetosti na eni izmed tuljav

5.1 Obremenilni test motorja

Delo smo nadaljevali z analizo, ko na statorska navitja priključimo napajalni vir. Realen motor je voden z razsmernikom, ki je bil razvit za končno aplikacijo podjetja. Za krmiljenje razsmernika je uporabljena pulzno-šrinska modulacija. Posledica takšnega krmilnika je izmenični tok, ki teče skozi fazna navitja. Razsmernik ima tudi povratno zanko, preko katere iz faznega zamika med tokom in

napetostjo zaznava hitrost vrtenja in blokiranje oziroma preobremenjenost rotorja. Celotno elektroniko vezja napajamo z 230 V efektivne izmenične napetosti, hitrost pa definiramo z enosmerno napetostjo na vhodu (od 0 V do 10 V). Elektronsko vezje vsebuje tudi regulacijo, ki glede na željeno hitrost in obremenitev na gredi dviguje amplitudo toka. Motor smo obremenili z maksimalnim navorom, ko je motor še deloval pri 3000 vrt/min. V doseženi delovni točki smo izmerili ter z osciloskopom filtrirali tok na eni fazi. Oblika toka je prikazana na sliki 5.3. S tem smo pridobili informacijo o vrednosti toka pri maksimalnem navoru, kar pa bomo kasneje uporabili pri numerični analizi delovanja motorja.



Slika 5.3: Fazni tok pri 3000 vrt/min in maksimalnem navoru, ki ga dobimo iz motorja krmiljenega z razsmernikom

Dobljena amplituda izmeničnega toka, s katero smo nadaljevali izračune in simulacije je 200 mA.

V nadaljevanju smo s pomočjo numeričnega izračuna (MKE) v časovni analizi izračunali še potek gostote magnetnega pretoka pri sinusnem tokovnem napaja-

nju in z rotorjem v poziciji maksimalnega navora. S tem smo dobili numerično rešitev, ki je bila kasneje uporabljena za izračun navora po enačbah Maxwellovega napetostnega tenzorja in za mehansko časovni odziv rotorja.

6 Mehanska analiza

Omenili smo že, da so povzročitelji tako koristnega navora, kot tudi neželenih vibracij v največji meri elektromagnetne sile in sprememba gibalne količine zaradi vztrajnostnega momenta rotorja in statorja. Za izračun navora in sil bomo uporabili Maxwellov napetostni tenzor. Na ta način bomo dobili tudi posamezne komponente sil.

6.1 Maxwellov napetostni tenzor

Izračun elektromagnetne sile preko Maxwellovega napetostnega tenzorja izhaja iz enačbe za prostorsko gostoto Lorentzove sile [8]:

$$\mathbf{f} = \rho(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (6.1)$$

Z gotovostjo lahko trdimo, da imamo v zračni reži le vpliv magnetnega polja, ne pa tudi električnega. Rezultat končne enačbe za silo dobimo [9]:

$$\mathbf{F} = \oint_S \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}} \cdot \mathbf{n} dS \quad (6.2)$$

kjer je:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{\mu_0} B_i B_j - \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} B^2 \delta_{ij} \quad (6.3)$$

in δ_{ij} predstavlja Kroneckerjevo delto, katere oblika je

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{če } i \neq j \\ 1 & \text{če } i = j \end{cases} \quad (6.4)$$

Rotor ima obliko valja, zato je primernejša obravnava v cilindričnem koordinatnem sistemu. Glede na trditev zapišemo Maxwellov napetostni tenzor na podlagi enačbe (6.2), in sicer za dvodimenzionalni primer. V tem primeru imamo le radialno in tangencialno smer delovanja sil. Upoštevamo tudi, da velja:

$$B^2 = B_r^2 + B_t^2 \quad (6.5)$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\sigma}} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu_0} B_r B_r - \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} B^2 \delta_{rr} & \frac{1}{\mu_0} B_r B_t - \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} B^2 \delta_{rt} \\ \frac{1}{\mu_0} B_t B_r - \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} B^2 \delta_{tr} & \frac{1}{\mu_0} B_t B_t - \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} B^2 \delta_{tt} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} (B_r^2 - B_t^2) & \frac{1}{\mu_0} B_r B_t \\ \frac{1}{\mu_0} B_t B_r & \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} (B_t^2 - B_r^2) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.6)$$

Za produkt tenzorja in vektorja normale na ploskev iz (6.2) potrebujemo še zapis normalnega vektorja \mathbf{n} in splošno enačbo za produkt tenzorja in vektorja. Ker smo predpostavili centriran cilindričen rotor, ima vektor le radialno smer. Enotski vektor normale je tako:

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} 1 \cdot e_r \\ 0 \cdot e_\varphi \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

za splošno enačbo produkt tenzorja in vektorja pa uporabimo tenzorski produkt (enačba skalarne matrike z vektorjem) [10]:

$$\underline{\underline{\mathbf{T}}} \cdot \mathbf{v} = \begin{matrix} i(T_{11}v_1 + T_{12}v_2) + \\ j(T_{21}v_1 + T_{22}v_2) \end{matrix} \quad (6.8)$$

kjer z i in j označimo splošne komponente enotskega vektorja v koordinatnem sistemu.

Zapišimo sedaj skalarni produkt za podintegralski del enačbe (6.2).

$$\mathbf{f} = \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}} \cdot \mathbf{n} \quad (6.9)$$

Za naš produkt iz enačbe (6.9) dobimo:

$$\mathbf{f} = \begin{aligned} & e_r \left(\frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} (B_r^2 - B_t^2) \cdot 1 + \frac{1}{\mu_0} B_r B_t \cdot 0 \right) + \\ & e_\varphi \left(\frac{1}{\mu_0} B_t B_r \cdot 1 + \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} (B_t^2 - B_r^2) \cdot 0 \right) \end{aligned} \quad (6.10)$$

Rezultat je ploskovna sila, ki ima dve vektorski komponenti: radialno in tangencialno. Zapišimo enačbo za silo v matričnem zapisu:

$$\mathbf{f} = \left[\frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} (B_r^2 - B_t^2), \frac{1}{\mu_0} B_t B_r \right] \quad (6.11)$$

V nadaljevanju določimo še enačbo za navor, kjer ploskovni sili dodamo še nično z komponento za ustrezen matematični izračun vektorskega produkta.

$$\begin{aligned} M &= \mathbf{r} \times \mathbf{F} \\ M &= \int_S \mathbf{r} \times \mathbf{f} dS \end{aligned} \quad (6.12)$$

Vektor radia $\mathbf{r} = [r, 0, 0]$ ima le radialno smer. Tako preidemo do končne enačbe za navor, ki jo bomo uporabljali.

$$\begin{aligned} M &= \int_S r f_t dS \\ M &= \int_S \frac{1}{\mu_0} r B_t B_r dS \end{aligned} \quad (6.13)$$

Za izračun bomo uporabili numerično poenostavitev integrala, pri čemer bosta velikost ploskve δS in radij r konstanta.

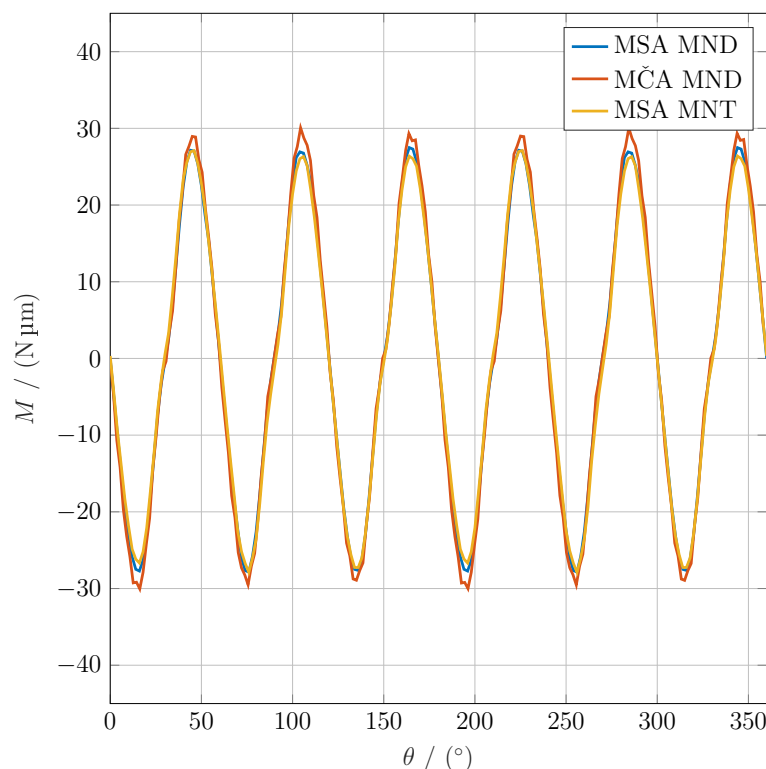
$$M = \frac{1}{\mu_0} r \delta S \sum_n B_{t_n} B_{r_n} \quad (6.14)$$

6.2 Samodržni navor

Izpeljali smo enačbo za izračun ploskovne sile (6.11) in navor (6.14) pri znani gostoti magnetnega pretoka v zračni reži. Za namen primerjave dveh metod izračuna magnetnega navora (Maxwellov napetostni tenzor, metoda navideznega dela (6.15)) smo najprej izračunali samodržni navor, kjer izključimo morebitno napako zaradi vpliva tokovnega vzbujanja na faznih navitjih. Primerjali smo rezultate iz izračuna po enačbi (6.14) (iz numeričnega modela na podlagi metode končnih elementov poznamo obe komponenti gostote magnetnega pretoka v zračni reži (MSA MNT)) ter na podlagi magnetostatičnega (MSA) in časovno spremenljivega (MČA) elektromagnetnega numeričnega izračuna s programom Maxwell. Izračun navora v programu Maxwell temelji na metodi navideznega dela (MND), ki je zapisan v obliki enačbe:

$$M = \frac{dW(\theta, i)}{d\theta} \quad (6.15)$$

Primerjavo vseh rezultatov si lahko ogledamo na sliki 6.1, kjer vidimo njihovo dobro skladanje.



Slika 6.1: Samodržni navor motorja

Samodržni navor motorja je reda $\approx 10 \text{ N}\mu\text{m}$, zato je meritev v tem primeru nesmiselna že zaradi samega trenja ležajev, ki ustvarijo višji navor.

6.3 Valovitost navora

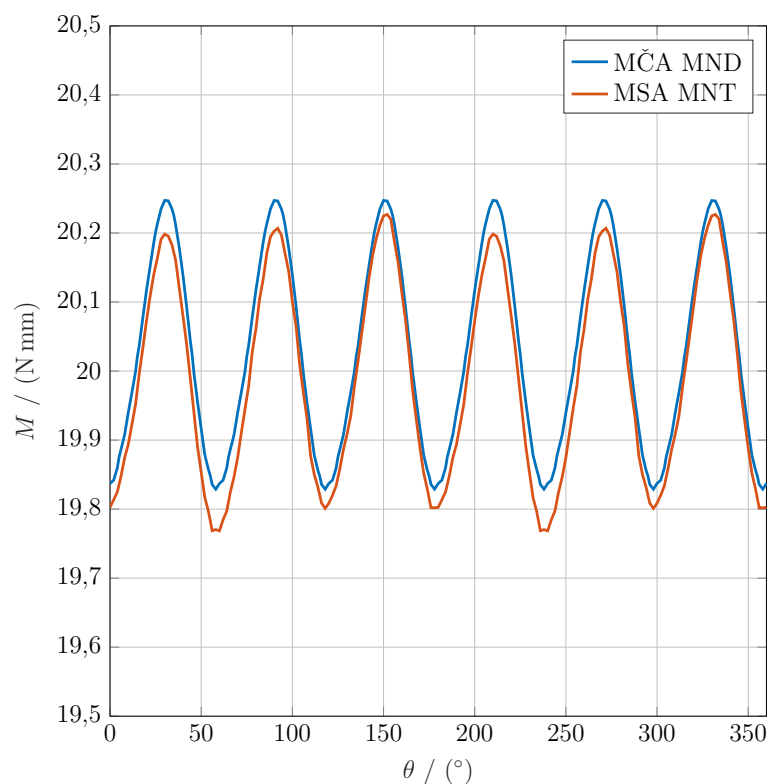
Za izračun valovitosti navora uporabimo enačbo (6.14). Rezultate gostote magnetnega pretoka v zračni reži dobimo iz magnetostatične analize na podlagi metode končnih elementov, navor pa bomo računali po metodi Maxwellovega napetostnega tenzorja (MSA MNT). Rotor najprej premaknemo iz ravnovesne lege za $\frac{360}{2p}$, kar je v našem primeru 90 meh° . V tej legi rotorja motor dosega maksimalni navor. Rotor nato premikamo po korakih kota θ , tokove v faznih navitjih pa temu ustrezno nastavljamo po enačbah:

$$\begin{aligned}
I_1 &= I_0 \cos\left(\frac{\theta}{180}\pi\right) \\
I_2 &= I_0 \cos\left(\frac{\theta}{180}\pi - \frac{2}{3}\pi\right) \\
I_3 &= I_0 \cos\left(\frac{\theta}{180}\pi - \frac{4}{3}\pi\right)
\end{aligned} \tag{6.16}$$

kjer je $I_0 = 200 \text{ mA}$. Ta vrednost izhaja iz meritve pri maksimalni obremenitvi.

Rezultate primerjamo z magnetotranzientnim izračunom na podlagi MKE (MČA MND), kjer motor zopet premaknemo iz ravnovesne lege (90 meh°) in ga nato po naprej definiranih korakih vsiljeno vrtimo z 3000 vrt/min , to je s frekvenco napajanja (50 Hz). Kar pomeni sinhrono z vrtilnim magnetnim poljem. Navor se v tem primeru računa na podlagi metode navideznega dela.

Primerjavo obeh rezultatov si lahko ogledamo na sliki 6.2, kjer tudi vidimo njuno dobro skladanje.



Slika 6.2: Valovitost navora motorja

6.4 Mehanski časovni odziv rotorja

Za določitev frekvenc, s katerimi motor vibrira, je potrebno izračunati mehanski časovni odziv rotorja in statorja. Izračunati želimo glavne frekvence torzijskega nihanja sistema rotor-stator, ki so posledica elektromagnetnih sil. V našem primeru bomo zanemarili dušenje ležajev zaradi radialne sile, zanemarili bomo tudi ekscentričnost rotorja, nepravilnosti v izdelavi statorja ter upogib gredi in statorja zaradi privlačnih sil. Sistem obravnavamo tako, da vzamemo za referenčni koordinatni sistem stator, kjer uporabimo cilindrični koordinatni sistem, z-os pa poteka skozi sredino statorja in rotorja. V prvem koraku predpostavimo, da ni reakcije statorja oziroma, da je njegov vztrajnostni moment neskončen. Iz [11] zapišemo osnovno nihajno enačbo torzijskega nihanja, iz katere bomo izhajali:

$$J_0 \ddot{\theta} = \sum M \quad (6.17)$$

kjer je J_0 vztrajnostni moment rotorja, $\sum M$ pa vsota vseh ostalih navorov, ki delujejo na rotor. θ predstavlja kot premika rotorja od ravnovesne lege, $\dot{\theta}$ kotno hitrost in $\ddot{\theta}$ kotni pospešek. Najprej obravnavamo sistem brez obremenitve. Potrebno je poudariti, da smo v časovni analizi in je θ odvisen od časa t .

Vztrajnostni moment J_0 določimo iz priročnika [12] in za naš rotor uporabimo enačbo za votel valj:

$$J_{0_r} = \frac{\pi \rho l_r}{2} (r_z^4 - r_n^4) \quad (6.18)$$

k temu pa prištejemo še vztrajnostni moment gredi, ki je:

$$J_{0_g} = \frac{\pi \rho r_g^4 l_g}{2} \quad (6.19)$$

V našem primeru predstavlja vsoto vseh navorov elektromagnetni navor, ki se spreminja v odvisnosti od lege rotorja θ in od geometrijskega položaja kazalca rezultirajočega vrtilnega magnetnega polja, ki ga označimo z α_i . Vrednost maksimalnega mogočega navora je pomnožena s sinusom kolesnega kota ($\alpha_{i_n} - \theta_n$). Tako lahko zapišemo enačbo za navor:

$$M_n(\theta_n, \alpha_{i_n}) = M_e(\theta_n) \sin(\alpha_{i_n} - \theta_n) \quad (6.20)$$

kjer smo z $M_e(\theta_n)$ označili maksimalen navor, ki je pri danem kotu θ .

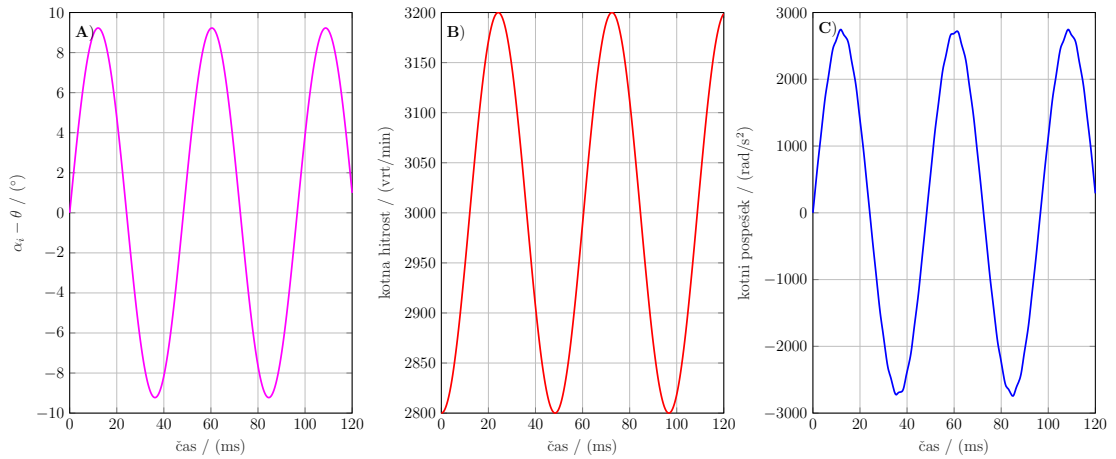
Uporabili bomo numerično integriranje, zato smo enačbo preuredili in jo zapisali kot novo funkcijo:

$$\ddot{\theta} = \frac{M_n(\theta_n, \alpha_{i_n})}{J_0} = G(\theta_n, \alpha_{i_n}) \quad (6.21)$$

Pripravimo si sedaj enačbe za numerični izračun mehanskega odziva rotorja:

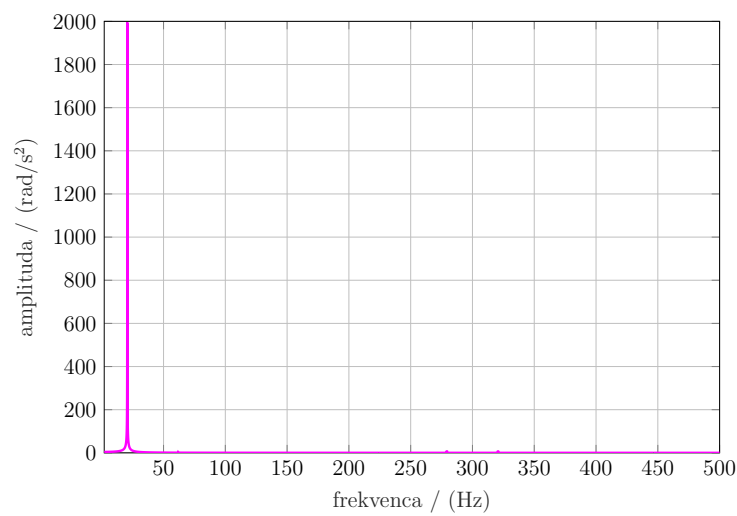
$$\begin{aligned}
\alpha_{i_n} &= 2\pi f_{el} t_n \\
\ddot{\theta}_n &= G(\theta_n, \alpha_{i_n}) \\
\dot{\theta}_{n+1} &= \delta t \ddot{\theta}_n + \dot{\theta}_n \\
\theta_{n+1} &= \delta t \dot{\theta}_{n+1} + \theta_n
\end{aligned} \tag{6.22}$$

Ustaljen odziv brez obremenitve je prikazan na sliki 6.3. V našem primeru, ko vzdržujemo sinusni tok konstantne amplitude, je odziv odvisen od začetne hitrosti. Če rotor z začetno vrednostjo vrtilne hitrosti 2800 vrt/min doseže vrtljaje s hitrostjo frekvence napajanja, potem dobimo nedušeno nihanje okrog napajalne frekvence. V drugem primeru pa hitrost vrtenja niha okoli poljubne hitrosti, kar pomeni, da motor ni v sinhronizmu.



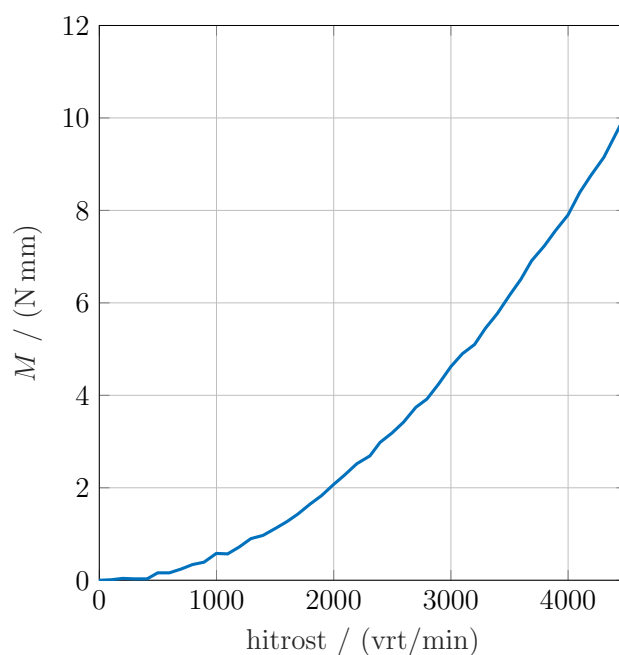
Slika 6.3: Časovni odziv rotorja brez bremena, kjer so prikazana nihanja med geometrijskim kotom rezultirajočega magnetnega polja in geometrijskim kotom rotorja (a), kotna hitrost (b) in kotni pospešek(c)

Na signalu kotnega pospeška naredimo Fourierovo analizo in s tem dobimo frekvenčni spekter. Na sliki 6.4 vidimo, da ima frekvenčni odziv rotorja svojo lastno frekvenco nihanja, ki je posledica vztrajnostnega momenta in elektromagnetnega navora.



Slika 6.4: Frekvenčni spekter signala kotnega pospeška rotorja brez bremena

V želji po realnem odzivu motorja skupaj z bremenom smo izmerili navor elise brez ohišja motorja, kjer ni vpliva sile podtlaka. V enakem primeru smo opravili tudi meritve vibracij s pospeškometerom.

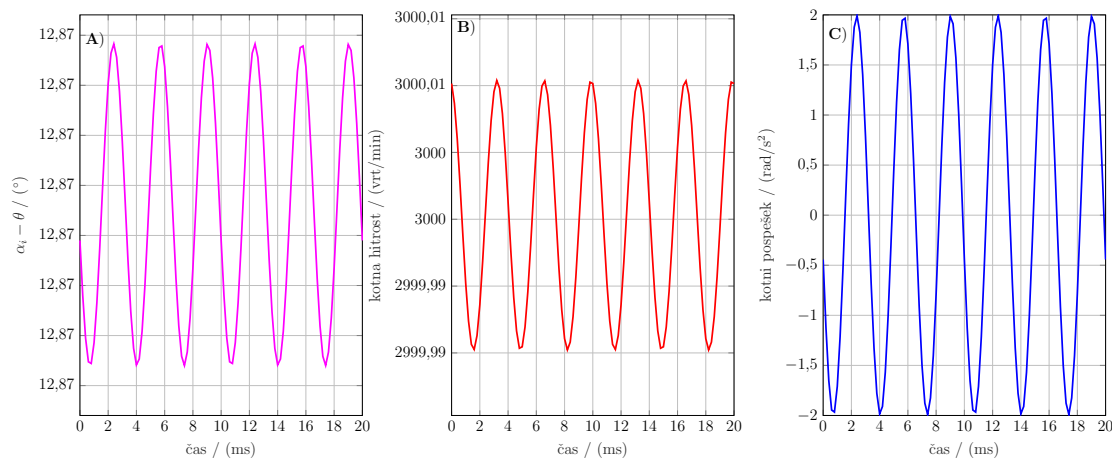


Slika 6.5: Navorna karakteristika elise brez ohišja

Zaradi dodane elise je potrebno spremeniti vztrajnostni moment obravnavanega sistema. Vetrnico smo segmentirali na manjše dele, jim izmerili maso ter seštevali vztrajnostne momente. Spremeniti je potrebno tudi enačbo za vsoto navorov, kjer z nasprotnim predznakom upoštevamo navor bremena M_b .

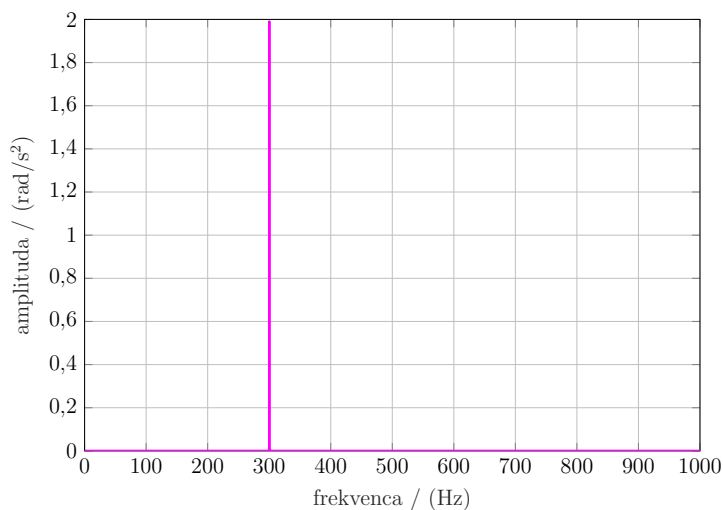
$$M_n(\theta_n, \alpha_{i_n}) = M_e(\theta_n) \sin(\alpha_{i_n} - \theta_n) - M_b(\dot{\theta}_n) \quad (6.23)$$

Rezultati izračunov z uporabo (6.23) ob upoštevanju bremenskega navora (slika 6.5) so prikazani na sliki 6.6. V nihajnih enačbah odvisnost prvega odvoda (navora od kotne hitrosti) predstavlja dušenje odziva. Razlika v odzivu je dobro vidna, če primerjamo grafe hitrosti s slike 6.3 in slike 6.6.



Slika 6.6: Časovni odziv rotorja z bremenom, kjer so prikazana nihanja med geometrijskim kotom rezultirajočega magnetnega polja in geometrijskim kotom rotorja (a), kotna hitrost (b) in kotni pospešek (c)

Zopet naredimo pretvorbo signala pospeška v frekvenčni spekter. Ker ima breme značilnost dušilke, se frekvenca, ki je posledica vztrajnostnega momenta, izniha. Ostane le še 6. harmonska komponenta frekvence vrtilnega magnetnega polja, ki je posledica valovitosti elektromagnetnega navora.



Slika 6.7: Frekvenčni spekter kotnega pospeška rotorja z bremenom

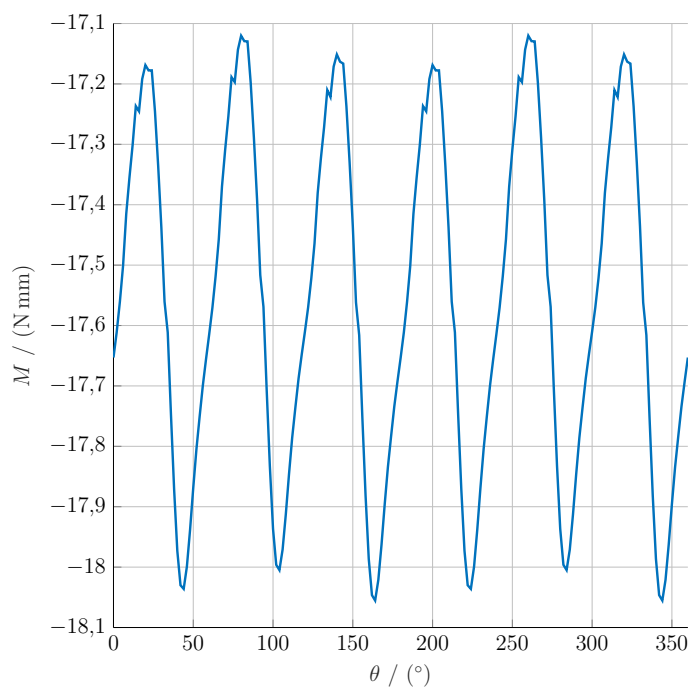
Za primerjavo merilnih rezultatov s pospeškometerom in analitičnih izračunov diferencialnih enačb je potrebno v sistem dodati še stator. Stator bomo obravnavali kot prost sistem brez možnosti vrtenja okrog z osi sistema. Brez te predpostavke bi se zaradi večjega vztrajnostnega momenta vrtel stator s frekvenco vrtilnega magnetnega polja, rotorjeva vrtilna hitrost pa bi bila enaka 0 vrt/min. Kotni pospešek statorja bomo označevali z $\ddot{\beta}$.

Enačba za kotni pospešek je:

$$\ddot{\beta} = \frac{M_s(\varphi_n) \sin(\alpha_{i_n} - \varphi_n)}{J_1} \quad (6.24)$$

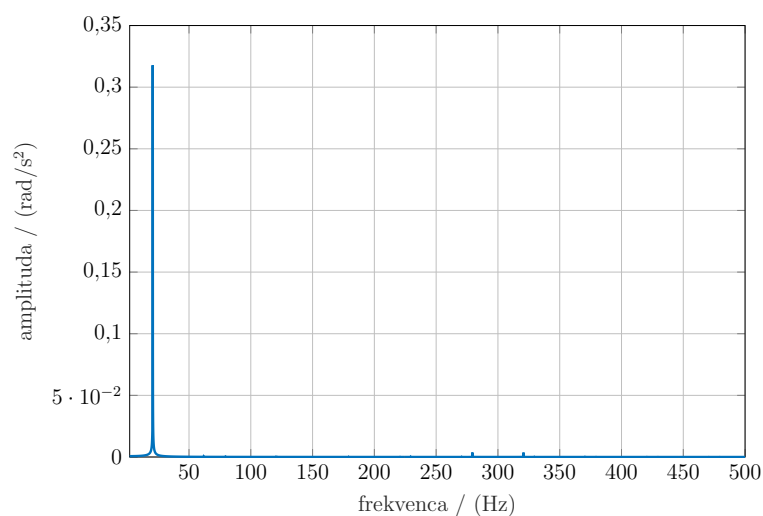
kjer smo z M_s označili navor na stator, njegova oblika pa je prikazana na grafu 6.8. Izračunamo ga iz magnetostatične analize z metodo končnih elementov. J_1 iz enačbe (6.24) je vztrajnostni moment statorja. Stator segmentiramo in seštevamo posamezne vztrajnostne momente. Tuljavnike s faznimi navitji obravnavamo kot točkasto maso [12], čevelj statorskega zoba kot nepopolni votel valj, steber statorskega zoba kot palico, okvir statorja pa integriramo po enačbi 6.25 iz [12].

$$J_s = \int r^2 dm \quad (6.25)$$

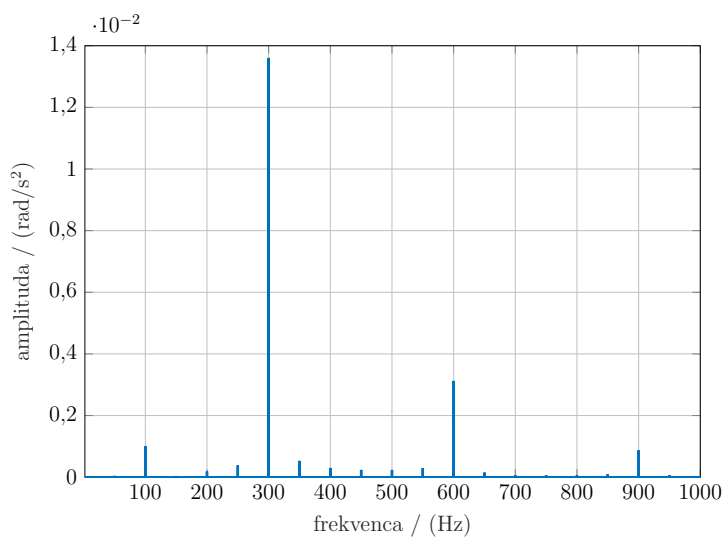


Slika 6.8: Valovitost navora na stator

Po izračunu z enačbo (6.24) dobimo nova frekvenčna spektra kotnega pospeška mehanskega časovnega odziva pri obratovanju sistema rotor-stator, in sicer brez obremenitve na gredi rotorja in z obremenitvijo z eliso. Rezultati so prikazani na slikah 6.9 in 6.10.



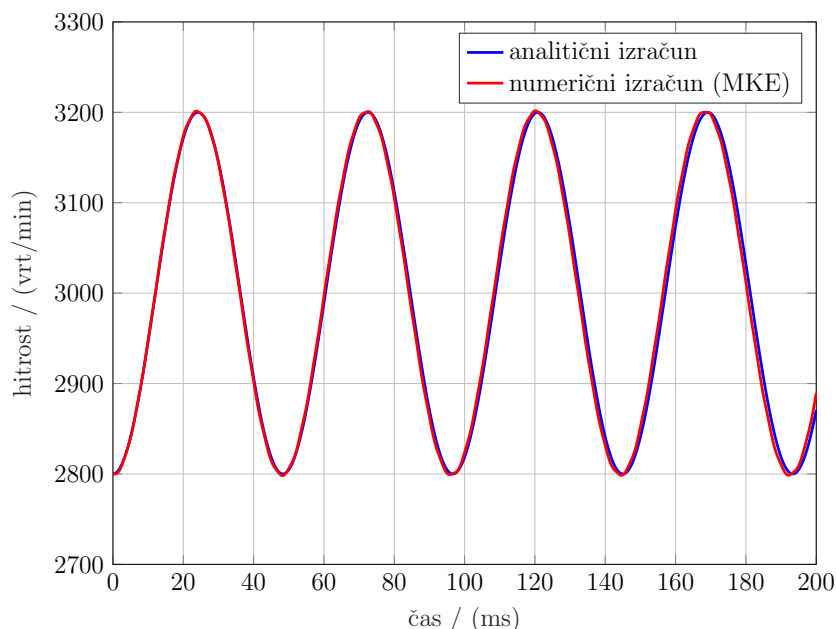
Slika 6.9: Frekvenčni spekter kotnega pospeška na statorju brez obremenitve z eliso



Slika 6.10: Frekvenčni spekter kotnega pospeška na statorju z obremenitvijo

Analitično izračunana odziva hitrosti rotorja, prikazana na slikah 6.3 in 6.6, bomo primerjali še s časovno odvisno numerično analizo elektromagnetnih stanj na podlagi metode končnih elementov.

V primeru, ko na gredi nimamo obremenitve, je primerjava podana na sliki 6.11. Tu opazimo dobro skladanje obeh izračunov.



Slika 6.11: Odziv hitrosti rotorja pri obratovanju brez bremena.

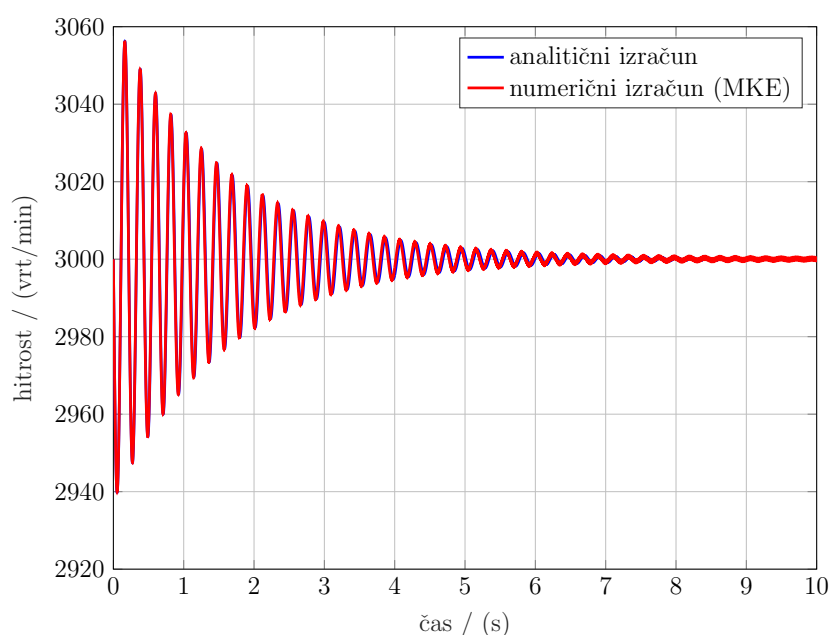
V primeru analize z obremenitvijo smo interpolirali navorno karakteristiko elise brez ohišja v odvisnosti od hitrosti 6.5. Karakteristiko smo prej še preslikali čez os $y = -x$, in s tem dobili enako obliko negativne navorne karakteristike elise brez ohišja. S tem smo pridobili ustreznejšo interpolacijo in uporabnost karakteristike v primerih negativne hitrosti vrtenja. Funkcija bremenske karakteristike za pozitivno in negativno smer vrtenja je smiselna v primeru, ko opazujemo odziv motorja z ničelno začetno hitrostjo, ali pa v primeru, ko menjamo smer vrtenja.

$$f(x) = -1.439112 * 10^{-16} x^5 + 9.279200 * 10^{-29} x^4 + 1.054378 * 10^{-10} x^3 - 1.125965 * 10^{-23} x^2 + 5.199903 * 10^{-6} x + 1.317851 * 10^{-19} \quad (6.26)$$

Funkcija iz enačbe 6.26 predstavlja odvisnost navora bremena (Nm) od hitrosti (vrt/min). Dobljeno funkcijo uporabimo za izračun bremenskega navora v

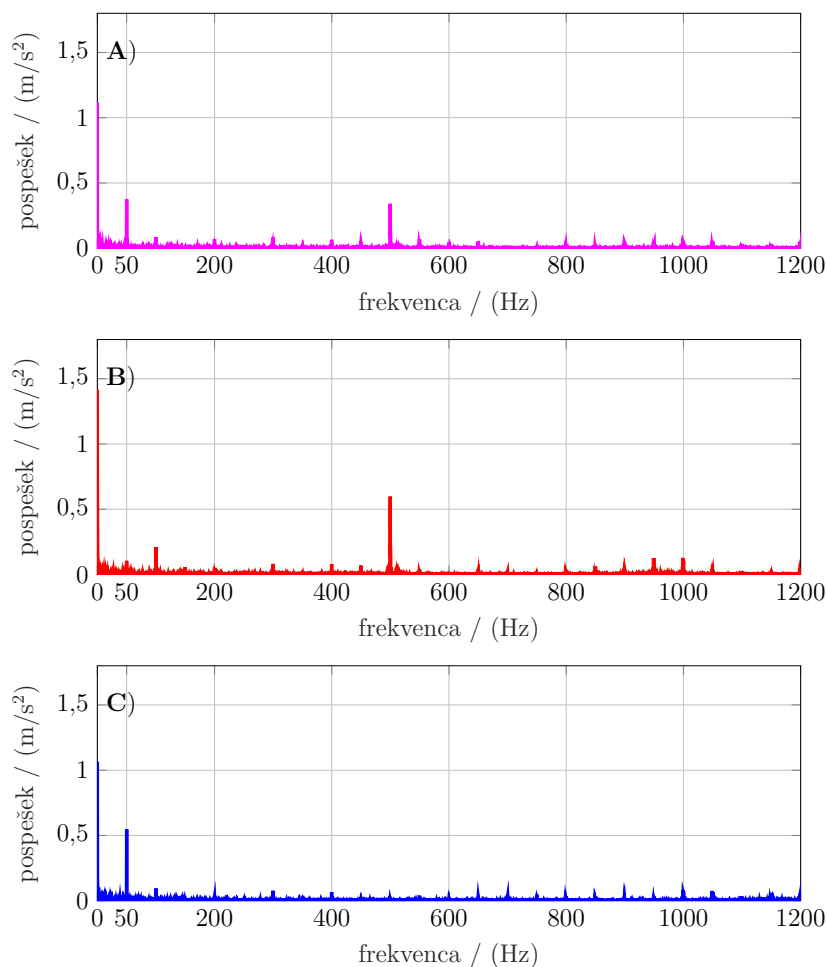
magnetotranzientnem izračunu z metodo končnih elementov. V vsakem časovnem koraku se iz rešitve za dobljeno hitrost izračuna nov navor bremena.

Časovni odziv rotorja z bremenom je prikazan na sliki 6.12. Začetna pogoja analitičnega izračuna iz enačbe (6.22) in magnetno časovno odvisnega izračuna z metodo končnih elementov sta $\dot{\theta} = 3000$ vrt/min, $\theta = 0$ meh°



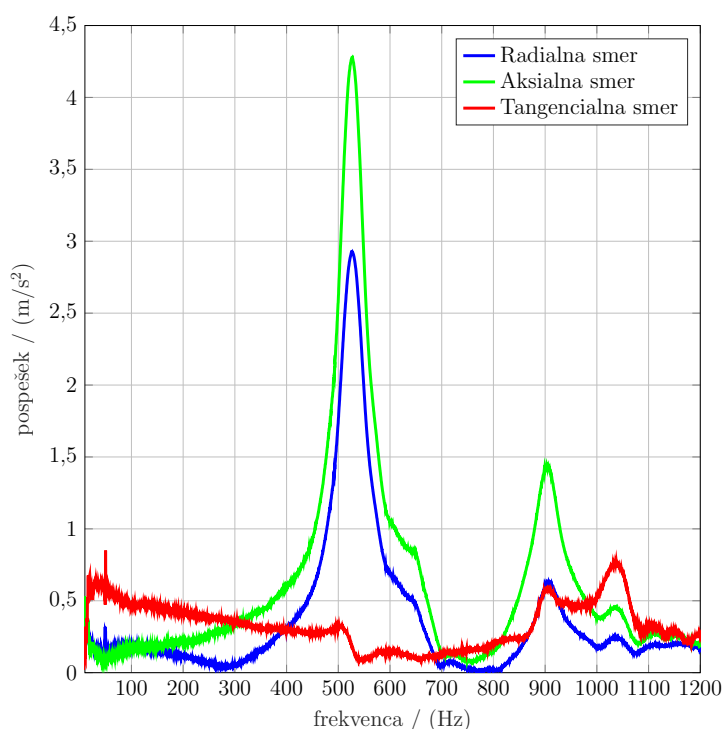
Slika 6.12: Odziv hitrosti rotorja pri obratovanju z bremenom.

S triosnim pospeškometerom, ki je predstavljen v poglavju 4.3, smo merili vibracije na statorju motorja. X os predstavlja radialno smer, Y aksialno, Z pa tangencialno. Merili smo tako motor z obremenitvijo, kot tudi brez. Vrednosti smo v časovnem prostoru zajemali s programom Labview in jih nato s Fourierovo transformacijo pretvorili v frekvenčni. Rezultati so prikazani na slikah 6.13 in 6.15, kjer si osi merjenja sledijo v zaporedju X, Y, Z.



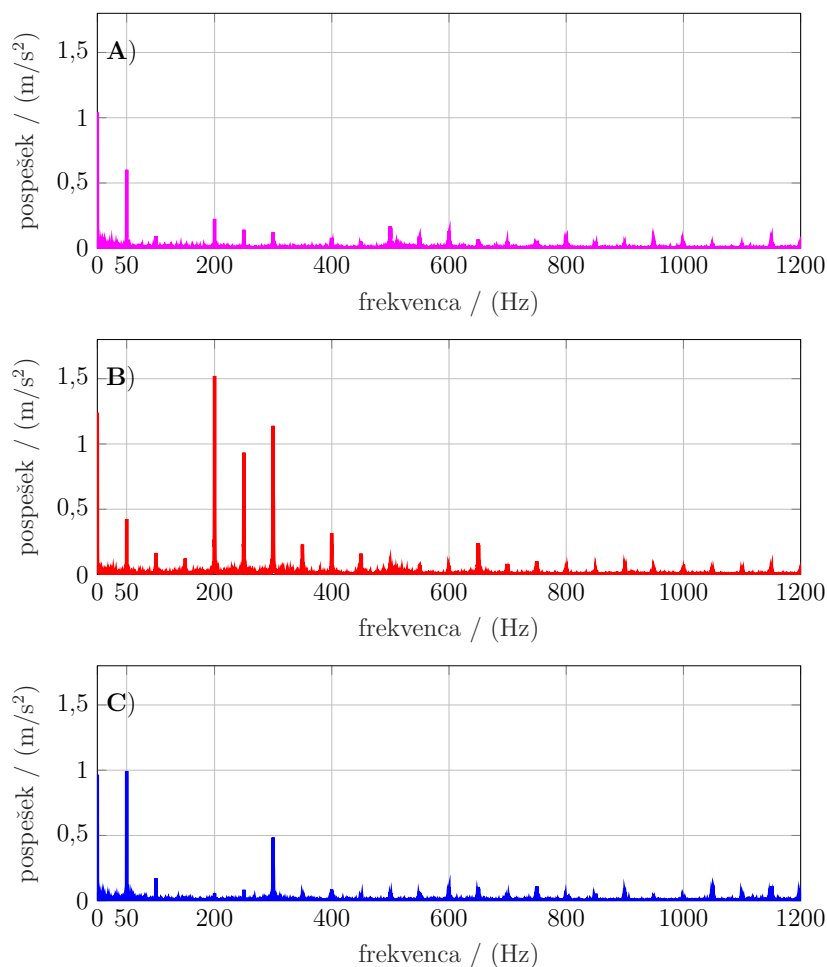
Slika 6.13: Frekvenčni spekter pospeška, merjen s pospeškometerom, brez bremena

V meritvi prikazani na sliki 6.13, ko na rotorju nimamo obremenitve, opazimo na A in C grafu, ki predstavljata radialno oziroma tangencialno smer pospeškometera, frekvenco 50 Hz. Ta je posledica necentrirane gredi rotorja in ležajev ter sama zračnost med gredjo in ležaji, katere posledica je radialni pomik. Na A in B grafu iz slike 6.13, ki predstavljata radialno oziroma aksialno smer pospeškometera, opazimo ojačane komponente v okolici 500 Hz. Ojačanje je posledica minimalnega vzbujanja pri lastnem mehanskem odziva sistema, kar vidimo na sliki 6.14.



Slika 6.14: Frekvenčni odziv sistema pri iskanju lastnih frekvenc

Iz A in C grafa slike 6.15, ki predstavljata radialno oziroma tangencialno smer pospeška, se vidi ojačana frekvenca 50 Hz. Ta je posledica večjega debalansa rotorja zaradi dodane elise. V rezultatih tangencialnega pospeška smo dobili tudi 6. harmonsko komponento vzbujalne frekvence, kar je razvidno iz tretjega grafa slike 6.15. V aksialni smeri (B graf slike 6.15) vidimo ojačanje pri 200, 250 in 300 Hz. Predvidevamo, da zaradi višjih frekvenc, ki se zaradi višjih harmonikov pojavijo v napajanju vzbujanja, in zaradi trenja ležajev. Gred z rotorjem in eliso oscilira v okolici 250 Hz.



Slika 6.15: Frekvenčni spekter pospeška, merjen s pospeškometerom, z bremenom

Uspešno smo matematično opisali torzijsko nihanje in odziv kot akcija in reakcija rotorja oziroma statorja. V tem poglavju bomo predstavili še enega izmed efektov, ki je posledica mehanskih napak pri izdelavi. To je ekscentričnost rotorja.

6.5 Ekscentričnost rotorja

Kot smo že omenili, je v vibracijah prisotna frekvenca vrtenja rotorja. Prvi problem se pojavi pri izdelavi rotorja. Gred, ki se vstavlja v rotor, se najprej zalije

s plastiko. Vstavljanje gredi v rotor in neenakomerno trdenje plastike povzročata radialno ekscentrično oziroma poševno postavitve rotorja na gred. Posledica tega bo drugačen vztrajnostni moment in debalans rotorja. Drugi problem pa so ležaji, ki zaradi svoje zračnosti z gredjo in plastičnim ohišjem omogočajo radialni premik rotorja z gredjo. V določeni točki je z vidika pospeškomera ta premik tudi tangencialen. Rezultat so izmerjeni pospeški pri 50 Hz.

Enačba centrifugalne sile na točkasto maso m na razdalji e je iz [12]:

$$F_c = ma_r \quad (6.27)$$

kjer je a_r radialni pospešek, čigar enačba je:

$$a_r = e\omega_{meh}^2 \quad (6.28)$$

Z U v enačbi (6.29) označimo debalans, ki je podan na tehničnih risbah v enotah g mm:

$$U = me \quad (6.29)$$

kjer je m predstavlja maso rotorja in gredi, e pa dolžino od težišča rotorja do osi vrtenja.

Dobimo enačbe za izračun radialne sile oziroma pospeška:

$$\begin{aligned} F_c &= U\omega_{meh}^2 \\ a_r &= \frac{U\omega_{meh}^2}{m} \end{aligned} \quad (6.30)$$

kjer ω_{meh} predstavlja mehansko kotno hitrost.

V tehničnih risbah je podan podatek o maksimalnem debalansu rotorja, ki je 0,1 g mm. Amplituda sile zaradi ekscentričnosti rotorja je iz enačbe (6.30) v radialni in tangencialni smeri 9,9 mN.

Debalansiran rotor smo obravnavali le z mehanskega vidika. Iz elektromagnetnega vidika pa tak rotor povzroči v motorju drugačen magnetni krog, saj se zračna reža na eni strani zmanjša, na drugi pa poveča. Rezultat je spremenjena karakteristika elektromagnetnega navora.

7 Zaključek

Zastavljeni cilj magistrske naloge je bil opraviti analitično in numerično analizo elektromagnetnih in mehanskih lastnosti sinhronskega motorja s trajnim magnetom. V ta namen smo opravili analitične in numerične izračune ter izvedli eksperimentalna merjenja.

V prvem delu naloge smo izhajali iz že obstoječih enačb za izračun gostote magnetnega pretoka, nato pa smo s pomočjo Maxellovega napetostnega tenzorja izračunali elektromagnetni navor na gredi rotorja. V nadaljevanju smo z mehanskim časovnim odzivom rotorja in statorja določili frekvenčne spektre pospeškov, ki se v končni aplikaciji ojačajo, kar povzroči nihanje zraka in s tem hrup.

V ta namen smo morali najprej analizirati elektromagnetna stanja v motorju in kot rezultat dobiti tangencialno in radialno gostoto magnetnega pretoka. Slednje smo naredili tako ob prisotnosti električnega vzbujanja v faznih navitjih, kot tudi brez oziroma le ob prisotnosti vzbujanja s strani magnetov.

Nato smo na podlagi izpeljanih enačb izračunali samodržni navor in valovitost delovnega navora. Primerjali smo rezultate, pridobljene po metodi Maxwellovega napetostnega tenzorja in po metodi navideznega dela. Z rezultati smo zadovoljni, saj je razlika med metodama reda $\approx 0,5\%$. Čas računanja odziva z izpeljanimi algoritmi, ko enkrat poznamo gostoto magnetnega pretoka v odvisnosti od lege rotorja, je bistveno krajši v primerjavi s časom računanja z numeričnim programom Ansys Maxwell. Za obravnavani model v tej nalogi so algoritmi za tisočkrat pohitrili izračune.

Rezultate analitičnih izračunov navora smo nato uporabili pri izračunu diferencialne enačbe torzijskega nihanja. Opazovali smo časovni mehanski odziv rotorja; najprej brez bremena, kjer smo dobili nedušeno nihanje, nato pa še z bremenom v obliki ventilatorske elise, kjer smo dobili dušen odziv. Zopet smo primerjali analitični izračun in numerični izračun z metodo končnih elementov. Rezultati nedušenega in dušenega nihanja se ujemajo, z minimalno razliko le v najnižji nihajni frekvenci in v amplitudi šeste višjeharmonske frekvence vrtilnega magnetnega polja.

V zaključnem delu naloge smo primerjali frekvenčne spektre popeškov analitičnih in eksperimentalnih rezultatov. Pri rezultatih smo opazovali le vsebnost frekvenc v spektru, ne pa tudi njihovih amplitud. Vse analitično izračunane frekvence pospeškov na statorju opazimo tudi na eksperimentalnih meritvah s pospeškomerom. Dodatne frekvence, ki se pojavijo v vseh treh oseh, upravičimo kot mešanje frekvenc zaradi prisotnosti mehanskih nepravilnosti v izdelavi. Te vznjujejo sistem (stator, rotor) pri lastnih resonančnih frekvencah.

V nalogi smo naredili prvi korak k modeliranju sklopljene analize elektromagnetnih in mehanskih stanj motorja z analitičnimi pristopi in numeričnimi programi, ki temeljijo na metodi končnih elementov. Implementira se jo lahko kot nadgradnja programov za izračun gostote magnetnega pretoka v zračni reži motorja za namen predvidevanja odziva rotorja z bremenom v delovni točki. Razvite modele bi lahko nadgradili z vključitvijo modalne analize. Pomembno nadgradnjo pa bi predstavljala tudi vključitev optimizacijskih algoritmov, kar bi bistveno prispevalo k izdelavi stroja z visokim izkoristkom ter optimalnimi elektromagnetnimi in mehanskimi lastnostmi.

Literatura

- [1] D. Zarko, *A systematic approach to optimized design of permanent magnet motors with reduced torque pulsations*. PhD thesis, University of Wisconsin - Madison, 2004.
- [2] C. Power, "Typical data for SURA[®] M700-50A [Internet]." Dosegljivo: <https://cogent-power.com/cms-data/downloads/m700-50a.pdf>. [Dostopano: 7. 8. 2017].
- [3] Magtrol, "Hysteresis Brakes [Internet]." Dosegljivo: http://www.magtrol.com/brakesandclutches/hysteresis_brakes.html. [Dostopano: 21. 8. 2017].
- [4] Magtrol, "Principles of Hysteresis [Internet]." Dosegljivo: <http://www.magtrol.com/brakesandclutches/principles.html>. [Dostopano: 15. 9. 2017].
- [5] Kistler, "Torque Sensor [Internet]." Dosegljivo: http://www.process-controls.com/intertechnology/Kistler/pdfs/Torque_Model_4503A.pdf. [Dostopano: 28. 8. 2017].
- [6] Kistler, "Kistler Model 4503A Torque Sensors [Internet]." Dosegljivo: http://www.process-controls.com/intertechnology/Kistler/Torque_Model_4503A.htm. [Dostopano: 28. 8. 2017].
- [7] D. Miljavec in P. Jereb, *Električni stroji temeljna znanja*. Založba FE in FRI, druga izdaja izd., 2009.
- [8] A. R. Sinigoj, *ELMG polje*. Fakulteta za elektrotehniko, 1996.
- [9] D. Styer, "The Maxwell stress tensor [Internet]." Dosegljivo: <http://www2.oberlin.edu/physics/dstyer/Electrodynamics/MaxwellStressTensor.pdf>. [Dostopano: 11. 9. 2017].
- [10] H. Stöcker, *Matematični priročnik z osnovami računalništva*. Tehniška založba slovenije, 4. izdaja izd., 2006.
- [11] M. Boltežar, *Mehanska nihanja*. Fakulteta za strojništvo, 2010.
- [12] B. Kraut, *Krautov strojniški priročnik*. Littera picta, 14. izdaja izd., 2007.