UNIVERZA V LJUBLJANI
FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Finančna matematika – 1. stopnja

Tanja Grill

Dinamični stohastični model splošnega ravnotežja z denarjem

Delo diplomskega seminarja

Mentor: izr. prof. dr. Sašo Polanec

Ljubljana, 2012

Kazalo

Dinamični stohastični model splošnega ravnotežja z denarjem

POVZETEK

Glavna naloga dinamičnih stohastičnih modelov splošnega ravnotežja je preučevanje obnašanja gospodarstva. Makroekonomski agregati se lahko zelo spreminjajo zaradi različnih šokov. Eden izmed teh šokov je tudi monetarni šok, kateri je osrednji del v tej diplomski nalogi. Ločila sem dva modela. Temelj je osnovni DSSR model z denarjem, ki nima cenovnih rigidnosti, v nadaljevanju pa sem opisala model, ki vključuje rigidnost cen. Namen slednjega je pokazati, kako se spreminja dinamika cen, plač in drugih kjučnih makroekonomskih spremenljivk, zaradi spreminjanja monetarne ekonomije.

DSGE model

ABSTRACT

The main function of dynamic stochastic general equilibrium models (DSGE) is the study of the behavior of the economy. Macroeconomic aggregats can vary greatly due to the different shocks. One of these shocks is monetary shock, which is a central part of this work. I distinguished two models. The foundation is the basic DSGE model with money that does not have price rigidity, below I outlined staggered pricing model. The purpose of this model is to show the changing dynamics of prices, wages, and other key macroeconomic variables due to changes in monetary economics.

Math. Subj. Class. (2010): 91B51

Ključne besede: DSSR, preučevanje, monetarni šok, model z rigidnostjo cen

Keywords: DSGE, study, monetary shock, staggered pricing model

1. Uvod

Dinamični stohastični model splošnega ravnotežja (v nadaljevanju DSSR) je orodje, s katerim makroekonomisti opisujejo značilnosti in preučujejo obnašanje gospodarstva. DSSR metodologija poskuša razložiti tako dolgoročno gospodarsko rast, kot tudi kratkoročne poslovne cikle. Omogoča tudi analizo učinkov fiskalne in monetarne politike na dinamiko BDP, cen, plač in drugih ključnih makroekonomskih spremenljivk. Modeli so postavljeni na mikroekonomskih temeljih, kar pomeni, da agenti zasledujejo ciljne funkcije ob lastnih omejitvah. Gradni elementi DSSR modelov se ujemajo z osnovnimi elementi makroekonomije, to pa so potrošnja, varčevanje, investiranje ter ponudba in povpraševanje po delu. Odločevalci v modelu so tako imenovani agentje, to so gospodinjstva, podjetja, država in centralna banka.

Kot pravi ime so DSSR modeli dinamični. Agenti iščejo optimalne odločitve, ki veljajo za več (navadno neskončno) obdobij. So tudi stohastični, kar povzema dejstvo, da je modelsko gospodarstvo podvrženo različnim šokom, med katerimi prednjačijo tehnološke spremembe, šoki v cenah (npr. nafte), preferencah, monetarni in fiskalni politiki[7].

Tradicionalni makroekonomski modeli napovedovanja, ki so jih uporabljale centralne banke v preteklosti ocenjujejo korelacijo cen in velikosti na različnih področjih ekonomije, pogosto vključuje tudi veliko spremenljivk. Ker so modeli DSSR analitično bolj zahtevni, se nagibajo k razlikovanju v velikih sektorskih elementih in imajo zato veliko manj spremenljivk, (zgolj nekaj spremenljivk v DSSR teorijah, ali po naročilu sto spremenljivk v poizkusnih DSSR napovednih modelih, ki jih sestavljajo centralne banke).

Pomankljivosti DSSR modelov v sektorskih elementih se poskuša nadomestiti z logično doslednostjo, ker modeli temeljijo na mikroekonomskih osnovah z optimizacijo ob dinamičnih omejitvah. DSSR modeli zato morajo upoštevati naslednje vidike ekonomije [7] :

- PREFERENCE: Cilji agentov v ekonomiji morajo biti določeni. Tako gospodinjstva maksimizirajo funkcijo koristnosti s potrošnjo in delom, podjetja pa maksimizirajo vrednost, ki se v odsotnosti stroškov prilagajanja zvedejo na dobiček,

- TEHNOLOGIJA: Produktivnost agentov v ekonomiji mora biti točno določena. Na primer podjetja imajo produkcijsko funkcijo, v kateri je točno določena količina proizvedenih dobrin, v odvisnosti od količine dela in kapitala. Tehnološke omejitve agenta oziroma agentovih odločitev lahko vsebujejo tudi stroške prilagajanja kapitala, njihovih zaposlitvenih razmerij, ali pa cen njihovih produktov,

- INSTITUCIONALNI OKVIR: Ta okvir v katerem ekonomski agentje delujejo, mora biti določen. V veliko DSSR modelih to pomeni, da se agentje odločajo znotraj eksogeno določenih proračunskih omejitev in da se pričakuje prilagoditev cen dokler se trgi ne stabilizirajo. Lahko tudi pomeni določanje pravil denarne in fiskalne politike, ali celo kako državna pravila in proračunske omejitve spremenijo odvisnost od ekonomskega razvoja.

1.1. **Prednosti in slabosti DSSR modela.**

Z določanjem preferenc gospodinjstev, tehnologije, ki je na razpolago v določenem časovnem obdobju in institucij (način delovanja/sodelovanja) je mogoče (v teoriji, vendar zahtevno v praksi) poiskati ravnotežje DSSR modela. Napovedati je mogoče kaj je obseg proizvodnje, potrošnje, investicij, kapitala, cene dobrin in plače, obrestne mere, javnofinančne izdatke ter davke, kako se te spremenljivke razvijajo skozi čas in kako se odzivajo na razne šoke. Načeloma je tudi možno predvidevati učinke spreminjanja institucionalnega okvirja. Glavna prednost modela je, da je fleksibilen in prilagodljiv na različna vprašanja in perspektive.[7]

Robert E. Lucas je poudaril,da je tako predvidevanje nemogoče dobro utemeljiti s tradicionalnimi makroekonomskimi modeli napovedovanja, saj ti modeli temeljijo na opazovanju preteklih korelacij makroekonomskih spremenljivk. Pričakovana je sprememba teh korelacij, ko bo predstavljena nova strategija, ki bo ovrgla predvidevanja na podlagi preteklih opazovanjih.

1.2. **DSSR in centralna banka.**

Zaradi težavnosti konstruiranja DSSR modela, ki vključuje vse relevantne spremenljivke, se večina centralnih bank zananaša na tradicionalne makroekonomske modele za kratkoročno napoved. Vseeno pa izvedba teh alternativnih strategij temelji na DSSR metodah. Ker DSSR modeli temeljijo na predpostavkah o preferencah agenta, se je smiselno vprašati ali so upoštevane strategije Pareto optimalne, ali kako dobro zadovoljijo kakšen drug kriterij družbene blaginje, ki izhaja iz preferenc gospodinjstev.

V zadnjih 15 letih se je kakovost napovedi DSSR modelov bistveno izboljšala. Centralne banke v bolj in manj razvitih gospodarstvih čedalje bolj zanima njihova uporabnost za analiziranje gospodarstev in napovedi. Kljub temu se centralne banke srečujejo z raznimi izzivi in problemi pri uporabi teh modelov. Še vedno niso zmožni doseči vsega kar se od njih pričakuje. Prvi problem je: še vedno je treba vključiti ustrezne mehanizme za prenos ali sektorje gospodarstva,
drugi: kako jih empirično preveriti oziroma preveriti,
tretji: kako jih učinkovito vključiti in vzpostaviti komunikacijo z gospodarstvom in javnostjo.[3]

Na splošno pa imajo DSSR modeli v trenutnem stanju veliko omejitev. Kako velik problem to dejansko predstavlja, pa je odvisno od konkretnih aplikacij modelov v centralnih bankah ter monetarnih in fiskalnih institucijah, kjer se jih sicer tudi uporablja.

1.2.1. *Evropska centralna banka (ECB).*

Evropska centralna banka je razvila DSSR model imenovan Smets-Wouters model, ki se ga uporablja za analizo ekonomije celotnega Evro-območja. Model ne analizira ločeno posamezne evropske države. Namenjen je kot alternativa Area-Wide modelu (AWM), ki je bolj tradicionalen empiričen model napovedovanja. ECB ga uporablja že nekaj let. Glavna razlika med njima je, da so parametri in šoki v sestavljenih enačbah povezani z bolj natančnim opisovanjem strukture preferenc gospodinjstev ter tehnoloških in institucionalnih okvirjev.

Te mikroekonomske osnove imajo tri prednosti:

- Ponujajo teoretično razlago o zgradbi modela, ki se ocenjuje. To je lahko zelo koristno v primerih, ko sami podatki niso dovolj informativni (na primer upoštevanje vedenja ekonomije na dolgi rok ali sprememba režima),

- Sposobnost povezovanja reduciranih parametrov z bolj strukturnimi parametri. To naredi uporabnost modela pri analizi gospodarstva precej bolj ustrezno in tako so manj podvrženi Lucasovi kritiki, saj se ti strukturni parametri ne bodo tako zlahka spremenili, kot naprimer posledica spremembe političnega režima,

- Mikroekonomsko utemeljeni modeli lahko ponudijo primernejši okvir za analizo optimalnosti različnih strategij v gospodarstvu, saj se koristnost agentov v gospodarstvu lahko vzame kot merilo blaginje.

To so razlogi, da sta ECB in evro-sistem začela razvijati empirični DSSR model za analiziranje monetarne politike. Smets-Wouters model je primer srednje velikega DSSR modela, ki je ocenjen na podlagi četrtletnih makroekonomskih podatkov evro območja. Model vključuje tri skupine ekonomskih agentov, in sicer gospodinjstva, podjetja in centralna banka. Gospodinjstva se odločijo koliko potrošiti, varčevati, investirati v vrednostne papirje ter koliko delati in za kakšno plačilo. Podjetja zaposlujejo delavce in kapital ter se odločajo koliko proizvesti in po kakšnih cenah bodo prodajali svoje produkte. Centralna banka pa nadzira monetarno politiko.[8]

1.3. **Ideji DSSR modeliranja.**

Večji del DSSR modeliranja oblikujeta dve teoriji, in sicer:

- Modeli realnih poslovnih ciklov: Ti temeljijo na neoklasičnem modelu rasti, pri katerem predpostavljamo, da so cene fleksibilne. Preučuje kako lahko eksogeni tehnološki šoki v gospodarstvu povzročijo nihanje gospodarskega cikla. Za razliko od drugih vodilnih teorij poslovnega cikla, teorija realnih poslovnih ciklov vidi recesije in obdobja gospodarske rasti, kot učinkovit odziv na zunanje eksogene spremembe v realnem gospodarskem okolju. Ti eksogeni tehnološki šoki so, da obseg domače proizvodnje nujno maksimizira pričakovano koristnost. Zato bi se vlada morala osredotočiti na dolgoročno strukturno politiko sprememb, ne da bi nenehno posegala skozi samosvojo neomejeno fiskalno in monetarno politiko, ki nastane kot posledica kratkoročnih ekonomskih sprememb oziroma nestabilnosti gospodarstva. Modeli realnih ciklov pojasnjujejo gospodarska nihanja brez upoštevanja monetarnih dejavnikov. Torej denar v slednjih nima nikakršnega vpliva na gospodarstvo, saj preference določajo diskontne mere. To pomeni, da so definirani s prilagajanjem obrestnih mer, kot odgovor na odstopanje inflacije in kazalnikov gospodarske aktivnosti od svojih ciljnih vrednosti.[2]

- Novo-keynezianski modeli DSSR: Ključna elementa novo-keynesianskih modelov DSSR sta torej nominalna rigidnost in učinek monetarne politike. Parametri v modelu so, prav tako kot v modelih realnih poslovnih ciklov, večinoma izbrani tako, da je dinamičnost modela podobna dejanskim makroekonomskim podatkom države ali regije, katero se ocenjuje. Temeljijo na mikroekonomskih elementih in opisujejo odločitve gospodinjstev, monopolističnih podjetjih, vlade ali centralne banke in včasih tudi na drugih agentih. Monopolisti privzamejo rigidnost cen, to pomeni, da se mora podjetje vedno, ko določi ceno zavedati, da obstaja možnost, da bodo cene ostale fiksne dlje kot bi si želeli. Njihovo dejanje torej ne bo ostalo brez posledic in stroškov. Veliko modelov privzame, da so plače prav tako toge, nepremične. Celotna proizvodnja je določena, odvisna od potrošnje gospodinjstev, ta pa je odvisna od cen.[2]

Dinamičnost modelov torej sledi iz tega, da je makroekonomsko obnašanje posledica vzajemnega delovanja odločitev vseh teh agentov skozi čas, ob navzočnosti negotovosti glede stanja narave.

Osrednje vprašanje diplomskega seminarja je, kako količina denarja v obtoku oziroma monetarna ekonomija vpliva na makroekonomske agregate. DSSR modeli se uporabljajo za boljši vpogled v vrsto vprašanj, ki so pomembna za monetarno ekonomijo. Ločila sem dva modela, in sicer: osnovni DSSR model z denarjem, ki nima cenovnih rigidnosti in model, ki vključuje rigidnost cen, v katerem sem uporabila metodo, ki jo je razvil Guillermo Calvo (1983).

2. OSNOVNI MODEL

Izhajamo iz Ramseyevega modela rasti (1927), ki je temeljni model za analizo dolgoročne gospodarske rasti, ta pa je podlaga za modele poslovnih ciklov z denarjem. Pri osnovnem modelu vpeljemo denar v funkcijo koristnosti, kjer predpostavimo, da denar oskrbi gospodarstvo z delom. Koristi tega dela pa lahko prikažemo v funkciji koristnosti. Prvi, ki se je začel ukvarjati s tovrtnimi funkcijami koristnosti je bil Robert E. Lucas (1972).[1]

Uporabimo funkcijo koristnosti, pri kateri povečanje naložb direktno poveča imetje. Koristnost, ki jo posameznik želi maksimizirati je še vedno sedanja vrednost neskončne vsote obdobnih koristnosti. Obdobna funkcija koristnosti v času t za posameznika i je oblike

$$u(c_t^i, \frac{m_t^i}{P_t}, l_t^i) = u(c_t^i, \frac{m_t^i}{P_t}, 1 - h_t^i),$$

kjer je m_t^i količina denarja, ki jo drži posameznik i v času t in P_t agregatna cena, razmerje $\frac{m_t^i}{P_t}$ pa predstavlja realno količino denarja. V času t lahko potroši največ toliko kot si pripravi denarja v prejšnjem obdobju. c_t^i in l_t^i sta potrošnja in delo gospodinjstva i v obdobju t, $1 - h_t^i$ pa predstavlja prosti čas.

Denar neposredno vstopa v funkcijo koristnosti. V monetarni ekonomiji je taka funkcija pogosto uporabljena, ker predstavlja poenostavitev in preprostejše matematične izraze.

2.1. **Model.**

2.1.1. *Gospodinjstva.*

Reprezentativno gospodinjstvo maksimizira funkcijo koristnosti

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t^i, \frac{m_t^i}{P_t}, 1 - h_t^i),$$

kjer $0 < \beta < 1$, E_0 se nanaša na pričakovanja iz obdobja 0. Pri tem je proračunska omejitev gospodinjstva v času t,

$$c_t^i + k_{t+1}^i + \frac{m_t^i}{P_t} = w_t h_t^i + r_t k_t^i + (1-\delta) k_t^i + \frac{m_{t-1}^i}{P_t} + (g_t - 1)\frac{M_{t-1}}{P_t}, \tag{1}$$

kjer je $w_t h_t^i$ dohodek dela, pri čemer je w urna postavka, $r_t k_t^i$ dohodek kapitala, pri čemer je r bruto donos kapitala, $(1-\delta)k_t^i$ kapital, ki se prenese v naslednje obdobje, pri čemer je δ stopnja amortizacije. $(g_t - 1)M_{t-1}$ so transferji, ki jih dobijo gospodinjstva v času t, pri čemer je M_{t-1} agregatna količina obveznic v času t. Nato funkcijo koristnosti $u()$ zapišemo v obliki,

$$u(c_t^i, \frac{m_t^i}{P_t}, 1 - h_t^i) = \ln c_t^i + D \ln(\frac{m_t^i}{P_t}) + B h_t^i,$$

kjer je D parameter, ki odraža odzivnost zadovoljstva na (logaritem) denarja, ki ga drži gospodinjstvo, $B = A\frac{\ln(1-h_0)}{h_0}$ pa predstavlja vsako družino, ki mora z verjetnostjo p_t^i opraviti h_0 dela. Če definiramo h_t^i kot pričakovano količino dela v času $t \Rightarrow h_t^i = p_t^i h_0$. Če zapišemo Lagrangevo funkcijo maksimizacije funkcije koristnosti ob proračunski omejitvi,

$$\mathcal{L} = \ln c_t^i + D\ln(\tfrac{m_t^i}{P_t}) + Bh_t^i - \mu(c_t^i + k_t^i + \tfrac{m_t^i}{P_t} - w_t h_t^i - r_t k_t^i - (1-\delta)k_t^i - \tfrac{m_{t-1}^i}{P_t} - (g_t - 1)\tfrac{M_{t-1}}{P_t})$$

Pogoji prvega reda so sedaj

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t^i} = \frac{1}{c_t} - \mu_t = 0,$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \frac{m_t}{P_t}} = \frac{DP_t}{m_t} - \mu_t + E_t \mu_{t+1}\beta = 0,$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_t^i} = B + \mu_t w_t = 0$$

in

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_t^i} = -\mu_{t+1}\beta E_t + \mu_t r_t + \mu_t(1-\delta) = 0.$$

Če uredimo te enačbe dobimo,

$$\frac{1}{c_t^i} = \beta E_t \frac{P_t}{c_{t+1}^i P_{t+1}} + \frac{DP_t}{m_t^i}, \tag{2}$$

$$\frac{1}{c_t^i} = \beta E_t \frac{1}{c_{t+1}^i}[r_{t+1} + (1-\delta)], \tag{3}$$

$$\frac{1}{c_t^i} = -\frac{B}{w_t}. \tag{4}$$

Upoštevamo, da so gospodinjstva identična in tako enačbo (1) pri zgornjih pogojih prvega reda zapišemo kot agregatno

$$\frac{1}{P_t C_t} = \beta E_t \frac{1}{C_{t+1} P_{t+1}} + D \frac{1}{M_t}.$$

Če to zapišemo kot pričakovano vrednost v času $t+1$

$$E_t \frac{1}{C_{t+1} P_{t+1}} = \beta E_t \frac{1}{C_{t+2} P_{t+2}} + D \frac{1}{M_{t+1}}$$

in vstavimo v prvo enačbo, dobimo

$$\frac{1}{P_t C_t} = \beta E_t [\beta E_t \frac{1}{C_{t+2} P_{t+2}} + D \frac{1}{M_{t+1}}] + D \frac{1}{M_t} = \beta^2 E_t \frac{1}{C_{t+2} P_{t+2}} + \beta E_t D \frac{1}{M_{t+1}} + D \frac{1}{M_t}.$$

S ponavljanjem te substitucije pridemo do enačbe

$$\frac{1}{P_t} = D C_t \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j E_t \frac{1}{M_{t+j}}.$$

Vključimo še pravilo rasti denarja,

$$M_{t+1} = g_{t+1} M_t,$$

da zgornjo enačbo izrazimo kot zaporedje rasti vrednosti denarja,

$$\frac{1}{P_t} = \frac{D C_t}{M_t} \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j E_t \prod_{k=1}^{j} \frac{1}{g_{t+k}}. \tag{5}$$

Cene so odvisne od trenutne potrošnje, količine denarja s katero gospodinjstvo vstopi v čas t in od pričakovane rasti vrednosti denarja.

2.1.2. *Podjetja.*

Vsa podjetja imajo dostop do enake Cobb-Douglasove produkcijske funkcije, zato lahko obravnavamo kar agregatno produkcijsko funkcijo

$$Y_t = \lambda_t K_t^{\theta} H_t^{1-\theta},$$

λ_t označuje tehnološko raven v obdobju t in je definirana kot

$$\ln \lambda_t = \gamma \ln \lambda_{t-1} + \varepsilon_t,$$

kjer so $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma)$ pozitivni, neodvisni enako porazdeljeni šoki in velja $0 < \gamma < 1$. Stroški pri agregatni produkcijski funkciji pa so enaki $w_t H_t + r_t K_t$. Ti se pokažejo pri pogojih dejavnikov konkurenčnosti na trgu, in sicer

$$r_t = \frac{dY_t}{dK_t} = \theta \lambda_t K_t^{\theta-1} H_t^{1-\theta}$$

in

$$w_t = \frac{dY_t}{dH_t} = (1-\theta) \lambda_t K_t^{\theta} H_t^{-\theta}.$$

Pri tem privzamemo, da so stohastični šoki za tehnologijo λ_t in za rast denarja g_t enaki

$$\ln \lambda_t = \gamma \ln \lambda_{t-1} + \varepsilon_t^\lambda$$

in

$$\ln g_t = (1-\pi)\ln \bar{g} + \pi \ln g_{t-1} + \varepsilon_t^g,$$

kjer $\varepsilon_t^i \sim N(0, \sigma^i)$ za $i = \lambda, g$ in $\bar{g}$ je stacionarno stanje rasti vrednosti denarja. Ker imamo identična gospodinjstva in zavarovalni sistem zagotavlja enak prihodek gospodinjstvu če dela ali ne, tako so agregatni pogoji za tako gospodarstvo enaki

$$\begin{aligned} C_t &= c_t^i, \\ M_t &= m_t^i, \\ H_t &= h_t^i, \\ K_t &= k_t^i, \end{aligned}$$

za vsak $t \geq 0$.

2.1.3. *Monetarna oblast.*

Predpostavimo, da država financira stohastično porabo g_t z izdajanjem novega denarja. Proračunska omejitev za državo je

$$g_t = \widehat{g}_t \bar{g} = \frac{M_t - M_{t-1}}{P_t},$$

kjer je $\bar{g}$ povprečna vrednost deficita financiranega z izdajanjem denarja in $\widehat{g}_t$ stohastični šok (ponudba) denarja definiran kot

$$\ln \widehat{g}_t = \pi \ln \widehat{g_{t-1}} + \varepsilon_t^g,$$

pri čemer je $\varepsilon_t^g \sim N(0, \sigma_g)$ s standardno napako σ_g. Za lažjo uporabo te enačbe pri določanju stacionarnega stanja definiramo stopnjo rasti denarja v času t kot $M_t = \varphi_t M_{t-1}$ in zapišemo

$$g_t = \widehat{g}_t \bar{g} = \frac{(\varphi_t - 1)M_{t-1}}{P_t} = \frac{(\varphi_t - 1)}{\varphi_t}\frac{M_t}{P_t}.$$

2.1.4. *Cel model.*

Cel model za gospodarstvo, ki izdaja denar, z upoštevanjem agregatnih pogojev je oblike

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_t} &= \beta E_t \frac{P_t}{C_{t+1}P_{t+1}} + \frac{DP_t}{M_t}, \\ \frac{1}{w_t} &= \beta E_t \frac{1}{w_{t+1}}[r_{t+1} + (1-\delta)], \\ w_t &= -BC_t, \\ C_t + K_{t+1} + \frac{M_t}{P_t} &= w_t H_t + r_t K_t + (1-\delta)K_t + \frac{M_{t-1}}{P_t}, \\ Y_t &= \lambda_t K_t^\theta H_t^{1-\theta}, \\ r_t &= \theta \lambda_t K_t^{\theta-1} H_t^{1-\theta}, \\ w_t &= (1-\theta)\lambda_t K_t^\theta H_t^{-\theta}, \\ g_t &= \widehat{g}_t \bar{g} = \frac{M_t - M_{t-1}}{P_t}. \end{aligned}$$

Ta model je enak kot prej, le da četrta enačba ne vsebuje transferjev od države. Zadnjo enačbo pa lahko obravnavamo kot omejitev državnega proračuna ali kot enačbo izdajanja denarja.

2.2. **Stacionarno stanje.**

V stacionarnem stanju so stohastični šoki enaki nič. Torej je rast denarja konstantna $\bar{g}$, prav tako so konstantne ostale realne spremenljivke $\bar{Y}, \bar{C}, \bar{H}, \bar{K}, \bar{w}, \bar{r}$ intudi realno ravnotežje $\frac{M_t}{P_t}$. Državna proračunska omejitev je enaka

$$\bar{g} = (1 - \frac{1}{\varphi})\frac{\bar{M}}{\bar{P}}.$$

Proračunska omejitev za gospodinjstva

$$\bar{C} + [1 - \frac{1}{\varphi}]\frac{\bar{M}}{\bar{P}} = \bar{w}\bar{H} + (\bar{r} - \delta)\bar{K}.$$

To lahko preoblikujemo v

$$\bar{C} + \bar{g} + \delta\bar{K} = \bar{Y}, \tag{6}$$

da se produkt v stacionarnem stanju porabi za potrošnjo, potrošnjo države ter, da zamenja podcenjeno obveznico. Rente, plače in potrošnja so neodvisne od stopnje rasti ponudbe denarja. Imamo,

$$\bar{r} = \frac{1}{\beta} - (1 - \delta),$$

$$\bar{w} = (1 - \theta)[\frac{\theta}{\bar{r}}]^{\frac{\theta}{1-\theta}}$$

in

$$\bar{C} = -\frac{\bar{w}}{B}.$$

Pri pogojih prvega reda za denar sta

$$\frac{\bar{M}}{\bar{P}} = D\frac{\bar{\varphi}\bar{C}}{\bar{\varphi} - \beta}$$

in državna proračunska omejitev

$$\bar{g} = (1 - \frac{1}{\bar{\varphi}})D\frac{\bar{\varphi}\bar{C}}{\bar{\varphi} - \beta} = \frac{(\bar{\varphi} - 1)D}{\bar{\varphi} - \beta}\bar{C}.$$

In za tržne pogoje je

$$\bar{Y} = [\frac{(1 - \theta)\bar{r}}{\theta\bar{w}}]^{1-\theta}\bar{K}.$$

Če to vstavimo v enačbo (6) dobimo

$$[1 + \frac{(\bar{\varphi} - 1)D}{\bar{\varphi} - \beta}]\bar{C} = ([\frac{(1 - \theta)\bar{r}}{\theta\bar{w}}]^{1-\theta} - \delta)\bar{K},$$

ali

$$\bar{K} = \frac{[1 + \frac{(\bar{\varphi}-1)D}{\bar{\varphi}-\beta}]}{[\frac{(1-\theta)\bar{r}}{\theta\bar{w}}]^{1-\theta} - \delta}\bar{C}.$$

Ko je $\bar{K}$ določen lahko dobimo stacionarno stanje za delo

$$\bar{H} = (\frac{1 - \theta}{\bar{w}})^{\frac{1}{\theta}}\bar{K}$$

in za produkcijsko funkcijo

$$\bar{Y} = \bar{K}^{\theta}\bar{H}^{1-\theta}.$$

3. MODEL Z RIGIDNOSTJO CEN

Ta model je pogosto imenovan Novo-keynezianski model. Model predstavljen v tem poglavju ni tipičen Novo-keynezianski model, ohranja obliko prejšnjega modela z dodatno uporabo rigidnosti cen. Namen je namreč pokazati kako se osnovni model izboljša tako, da se bolje prilagaja podatkom.

Tukaj želimo mehanizem, ki bo upočasnil vračanje cen v ravnovesno stanje in povečal začasno obstojnost učinkov, ki so jih povzročili šoki. Zato uporabimo način modeliranja, ki ga je razvil Guillermo Calvo[1]. V tem modelu samo naključno izbran del proizvajalcev dobi opcijo, da prilagodi cene v danem obdobju, medtem ko ostali ne morejo prilagoditi cen. Spremenimo produkcijski sektor tako, da imajo proizvajalci nekaj moči na trgu in zato lahko postavijo cene nad mejne stroške. Produkcijski sektor razdelimo na dva dela, in sicer, proizvajalci ki delajo različne polizdelke in konkurenčni proizvajalci končnih dobrin. Proizvajalci končnih dobrin uporabijo polizdelke, da ustvarijo končne dobrine. Te so namenjene za potrošnjo in investicije. Proizvajalci polizdelkov lahko določijo cene, vendar ne v vsakem obdobju. Vsako obdobje si naključno in neodvisno izbran del $(1-\rho)$ proizvajalcev polizdelkov določi svoje cene. Preostali del proizvajalcev polizdelkov pa obdrži cene, ki so jih nazadnje določili ali pa uporabljajo pravilo palca. Polizdelki za izdelavo končnih dobrin uporabijo konkurenčni proizvajalci končnih dobrin. Za poenostavitev predpostavimo, da lahko ta proizvajalci uporabljajo polizdelke brez kakršnihkoli stroškov, s tem, da ne uporabljajo dela in kapitala.
Gospodinjstva so identična in potrebujejo denar za potrošnjo. V tem modelu je potrebo prirediti proračunsko omejitev gospodinjstev, ker proizvajalci izkoriščajo moč na trgu in tako ustvarjajo dodaten dobiček. Ta dobiček pa je sedaj izplačan gospodinjstvom, ki so enakovredni lastniki proizvajalcev, in sicer v obliki dividend.

3.1. **Model.**

Ločeno obravnavamo odločitve gospodinjstva in podjetja. Gospodinjstva se obnašajo kot prej. Proizvajalci polizdelkov pa bodo izkoriščala svojo moč na trgu tako, da bo optimalna količina polizdelkov proizvajalcev odvisna od obnašanja cen in razmerja med mejnimi stroški in cenami.

3.1.1. *Proizvajalci končnih dobrin.*

Predpostavimo, da je vsak proizvajalec točka na intervalu $k \in [0,1]$ in da so produkti vsakega proizvajalca polizdelkov različni. V času t te produkte uporabijo konkurenčni proizvajalci, ki izdelujejo končne dobrine Y_t. Produkcijska funkcija dobrin je enaka

$$Y_t = [\int_0^1 Y_t(k)^{\frac{\psi}{1-\psi}} dk]^{\frac{\psi}{1-\psi}},$$

za $\psi > 1$, ki prikazuje elastičnost substitucije v proizvodnji. Integral je na potenco $\frac{\psi}{1-\psi}$, da produkcijska funkcija prikaže konstantno donosnost velikoserijske proizvodnje. Ta podjetja maksimizirajo dobiček

$$dobicek_t = P_t Y_t - \int_0^1 P_t(k) Y_t(k) dk,$$

ob upoštevanju zgornje produkcijske funkcije. Ker je vstop v panogo prost, bo njegov dobiček enak nič. Problem, ki ga proizvajalci končnih dobrin rešujejo v času t je

$$\max_{\{Y_t(k)\}} P_t [\int_0^1 Y_t(k)^{\frac{\psi}{1-\psi}} dk]^{\frac{\psi}{1-\psi}} - \int_0^1 P_t(k) Y_t(k) dk,$$

iz tega pa dobimo pogoj prvega reda

$$[\int_0^1 Y_t(k)^{\frac{\psi}{1-\psi}} dk]^{\frac{\psi}{1-\psi}} Y_t(k)^{\frac{-1}{\psi}} = P_t(k),$$

ki se poenostavi v funkcijo povpraševanja po dobrini k-tega proizvajalca

$$Y_t(k) = Y_t (\frac{P_t}{P_t(k)})^{\psi}. \tag{7}$$

Če to vstavimo v formulo za produkcijo končnih dobrin dobimo

$$Y_t = [\int_0^1 [Y_t (\frac{P_t}{P_t(k)})^{\psi}]^{\frac{\psi-1}{\psi}} dk]^{\frac{\psi}{1-\psi}},$$

kar zapišemo kot

$$\frac{1}{P_t} = [\int_0^1 (\frac{1}{P_t(k)})^{\psi-1} dk]^{\frac{1}{\psi-1}},$$

ali kot pravilo cenitve končnih dobrin

$$P_t = [\int_0^1 P_t(k)^{1-\psi} dk]^{\frac{1}{1-\psi}}. \tag{8}$$

3.1.2. *Proizvajalci polizdelkov.*

Te maksimizirajo tržno vrednost podjetja z upoštevanjem povpraševanja proizvajalcev končnih dobrin po njihovih produktih. Krivulja povpraševanja je podana v enačbi (7). Proizvajalci polizdelkov določijo koliko bodo proizvajali v vsakem obdobju, vendar ob upoštevanju Calvovega pravila ne morejo določiti cen njihovih produktov v vsakem obdobju. V vsakem obdobju t je del proizvajalcev, $0 < 1 - \rho < 1$, naključno izbran in jim je dovoljeno, da določijo svojo ceno v obdobju t, ki jo označimo z $P_t^*(k)$. Ostali del proizvajalcev ρ, katerim ni dovoljeno določiti optimalne cene, uporabljajo pravilo palca za določitev cene. Možna so različna pravila na prst, odvisno od predpostavk modela. V tem modelu upoštevamo naslednja tri pravila za proizvajalce k, ki niso med tistimi proizvajalci ρ, ki lahko določijo optimalne cene v času t. To so:

1) cene ostanejo iste kot v prejšnjem obdobju,

$$P_t(k) = P_{t-1}(k),$$

2) določanje cene glede na fiksno stopnjo inflacije $\bar{\pi}$,

$$P_t(k) = \bar{\pi} P_{t-1}(k),$$

3) določitev cene glede na realizirano stopnjo inflacije iz prejšnjega obdobja, $\pi_{t-1} = \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}}$,

$$P_t(k) = \pi_{t-1}P_{t-1}(k).$$

Katero od teh treh pravil je izbrano ima velik vpliv na dinamičnost modela. V nadaljevanju bomo predpostavili, da cene dela proizvajalcev ρ, ki jih ne morejo sami doličiti, ostanejo iste kot v prejšnjem obdobju. Torej uporabimo pravilo 1.

Na trgu sta delo in kapital konkurenčna, zato vsak proizvajalec polizdelkov privzame plače in rente kot so dane na trgu. Produkcijska funkcija proizvajalca polizdelkov k je

$$Y_t(k) = \lambda_t K_t^{\theta}(k) H_t^{1-\theta}(k),$$

kjer vsi proizvajalci upoštevajo enak tehnološki šok λ_t. Vsak proizvajalec z verjetnosto ρ obdrži ceno iz prejšnjega obdobja in z verjetnostjo $1-\rho$ lahko sami določijo optimalno ceno. Torej, ko je cena v obdobju t določena, potem bo z verjetnostjo ρ taka ostala tudi v obdobju $t+1$, z verjetnostjo ρ^2 v $t+2$, in tako dalje. Seveda proizvajalci upoštevajo te verjetnosti in zato proizvajalec polizdelkov k, ki lahko določi ceno v času t, določi ceno $P_t^*(k)$ tako, da maksimizirajo

$$(9) \qquad E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \rho^i [P_t^*(k) Y_{t+i} (\frac{P_{t+i}}{P_t^*(k)})^{\psi} - P_{t+i} r_{t+i} K_{t+i}(k) - P_{t+i} w_{t+i} H_{t+i}(k)],$$

ob upoštevanju produkcijske funkcije

$$Y_{t+i}(\frac{P_{t+i}}{P_t^*(k)})^{\psi} = \lambda_{t+i} K_{t+i}^{\theta}(k) H_{t+i}^{1-\theta}(k).$$

Omejitev produkcije pomeni, da v vsakem obdobju proizvajalec proizvede toliko izdelkov kot je povpraševanje po teh, po njihovi trenutni ceni. Cena, ki jo bo proivajalec določil v nekem prihodnjem obdobju $t+n$, je odvisna od realizacije gospodarstva od časa t do časa $t+n$ ter od prihodnjih pričakovanj glede informacij dosegljivih v $t+n$. Ta cena je neodvisna od cene določene danes, tako da prihodnje določanje cen nima zveze s problemom maksimizacije danes. Z maksimiziranjem enačbe (9), proizvajalec istočasno minimizira celotne stroške. To v splošnem ni nujno, vendar v tem primeru drži. Lahko najdemo pogoje pri katerih minimiziramo stroške in jih nadomestimo s stroški v enačbi (9). Minimizacija stroškov za proizvajalca polizdelkov k v času $t+i$ je enaka

$$\min_{K_{t+i}(k), H_{t+i}(k)} r_{t+i} K_{t+i}(k) + w_{t+i} H_{t+i}(k),$$

pri tem upoštevamo produkcijsko funkcijo

$$Y_{t+i}(k) = \lambda_{t+i} K_{t+i}^{\theta}(k) H_{t+i}^{1-\theta}(k).$$

Zapišemo Lagrangevo funkcijo,

$$\mathcal{L} = r_{t+i} K_{t+i} + w_{t+i} H_{t+i} - \mu(\lambda_{t+i} K_{t+i}^{\theta} H_{t+i}^{1-\theta}).$$

Pogoji prvega reda so sedaj

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_{t+i}} = r_{t+i} - \mu \lambda_{t+i} \theta K_{t+i}^{\theta-1} H_{t+i}^{1-\theta} = 0$$

in

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial H_{t+i}} = w_{t+i} - \mu\lambda_{t+i}K_{t+i}^{\theta}(1-\theta)H_{t+i}^{-\theta} = 0.$$

Iz teh dveh pogojev dobimo, da je

$$\frac{(1-\theta)r_{t+i}}{\theta w_{t+i}} = \frac{H_{t+i}(k)}{K_{t+i}(k)}.$$

To je ena izmed enačb, ki bo vključena v rešitev modela. Druga enačba, ki jo dobimo iz problema minimizacije, pa je produkcijska funkcija. Če ti dve združimo, dobimo povpraševanje proivajalca k po delu,

$$H_{t+i}(k) = \frac{Y_{t+i}(k)}{\lambda_{t+i}}[\frac{r_{t+i}(1-\theta)}{w_{t+i}\theta}]^{\theta}$$

in povpraševanje proivajalca k po kapitalu,

$$K_{t+i}(k) = \frac{Y_{t+i}(k)}{\lambda_{t+i}}[\frac{r_{t+i}(1-\theta)}{w_{t+i}\theta}]^{\theta-1}.$$

Če ti dve povpraševanji vstavimo v enačbo stroškov dobimo

$$r_{t+i}\frac{Y_{t+i}(k)}{\lambda_{t+i}}[\frac{r_{t+i}(1-\theta)}{w_{t+i}\theta}]^{\theta-1} = w_{t+i}\frac{Y_{t+i}(k)}{\lambda_{t+i}}[\frac{r_{t+i}(1-\theta)}{w_{t+i}\theta}]^{\theta}.$$

To zapišemo kot izraz realnih stroškov proizvajalca polizdelkov k, ko ta proizvede količino $Y_{t+i}(k)$ dobrin,

$$\frac{w_{t+i}}{(1-\theta)\lambda_{t+i}}[\frac{r_{t+i}(1-\theta)}{w_{t+i}\theta}]^{\theta}Y_{t+i}(k).$$

Ker se vsi proizvajalci v vsakem obdobju srečujejo z enakimii plačami, rentami in tehnologijo, so mejni stroški v obdobju $t+i$ za vse proizvajalce enaki, in sicer

$$MC_{t+i} = \frac{w_{t+i}}{(1-\theta)\lambda_{t+i}}[\frac{r_{t+i}(1-\theta)}{w_{t+i}\theta}]^{\theta}.$$

Celotne stroške proizvajalca k lahko vstavimo v enačbo (9) in tako je problem maksimizacije proizvajalca k, ki lahko določi ceno polizdelkov v obdobju t, enak

(10)

$$\max_{P_t^*(k)} E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\beta\rho)^i[P_t^*(k)Y_{t+i}(\frac{P_{t+i}}{P_t^*(k)})^{\psi} - P_{t+i}\frac{w_{t+i}}{(1-\theta)\lambda_{t+i}}[\frac{r_{t+i}(1-\theta)}{w_{t+i}\theta}]^{\theta}Y_{t+i}(\frac{P_{t+i}}{P_t^*(k)})^{\psi}],$$

ali

$$\max_{P_t^*(k)} E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\beta\rho)^iY_{t+i}(\frac{P_{t+i}}{P_t^*(k)})^{\psi}[P_t^*(k)\frac{P_{t+i}w_{t+i}}{(1-\theta)\lambda_{t+i}}[\frac{r_{t+i}(1-\theta)}{w_{t+i}\theta}]^{\theta}].$$

Pogoj prvega reda za ta problem je

$$0 = E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\beta\rho)^iY_{t+i}(k)[1-\psi+\frac{\psi P_{t+i}w_{t+i}}{P_t^*(k)(1-\theta)\lambda_{t+i}}[\frac{r_{t+i}(1-\theta)}{w_{t+i}\theta}]^{\theta}]. \tag{11}$$

Pomemben rezultat, ki ga dobimo iz tega je, da k-ti proizvajalec polizdelkov, ki lahko določi svojo ceno v času t, jo določi kot

$$P_t^*(k) = \frac{\psi}{\psi-1}\frac{E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\beta\rho)^iP_{t+i}Y_{t+i}(k)\frac{w_{t+i}}{(1-\theta)\lambda_{t+i}}[\frac{r_{t+i}(1-\theta)}{w_{t+i}\theta}]^{\theta}}{E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\beta\rho)^iY_{t+i}(k)}.$$

Pri tem je $\psi > 1$, ker gre za monopolistične konkurente, izraz $\frac{\psi}{\psi-1} > 1$ pa je faktor, ki odraža pribitek cene nad mejne stroške v primeru popolnoma fleksibilnega določanja cen.
Vsi proizvajalcu, ki lahko določijo svojo ceno, imajo enako povišanje cene pri istih mejnih stroških. Zato je v vsakem obdobju t $P_t^*(k)$ za vse $1-\rho$ proizvajalce, kateri lahko prilagodijo svojo ceno. Če upoštevamo enačbo (8), pravilo cenitve končnih dobrin in dejstvo, da vsi proizvajalci, ki imajo možnost prilagoditve cen, določijo isto ceno ter predpostavko, da proizvajalci, ki ne morejo določiti svoje cene, obdžijo cene iz preteklega obdobja, dobimo naslednji izraz za raven cen

$$P_t^{1-\psi} = \rho P_{t-1}^{1-\psi} + (1-\rho)(P_t^*)^{1-\psi}. \tag{12}$$

Pri tem so vsi proizvajalci, ki lahko določijo svoje cene, naključno izbrani in medsebojno neodvisni. To pomeni, da je porazdelitev cen med tistimi, ki nimajo možnosti določitve cen identična porazdelitvi cen v gospodarstvu v preteklem obdobju. Tako so te cene v obdobju t enake cenam iz obdobja $t-1$.

Če povzamemo zgornji model in recimo, da se pojavi nekoliko nerealističen dogodek za proizvajalce polizdelkov. Predpostavimo, da je v model vključena metoda ocena na prst, cene ostanejo enake kot so bile določene pri zadnjem določanju. Gospodarstvo pa ima pozitivno stacionarno stopnjo inflacije. Proizvajalci polizdelkov proivedejo toliko kot povprašujejo proizvajalci končnih dobrin pri tej ceni. Če proizvajalci polizdelkov ne bi mogli prilagoditi svojih cen za daljše obdobje, bi bila njihova cena nižja v primerjavi z agregatno ceno, in sicer zaradi inflacije. Povpraševanje po teh izdelkih bi bilo tako visoko in proizvajalci bi tako morali najemati novo delovno silo in kapital. Stroški bi bili relativno visoki glede na cene. Proivajalec bi ustvarjal izgubo, dokler ne bi lahko določil novo ceno. Te izgube so v nasprotju z dividendami in bi jih seveda morali kriti delničarji. S pravilom določanja cen bi del proizvajalcev skozi več obdobij ostalo pri isti ceni in tako bi morali njihove izgube kriti delničarji. V realnosti takega ravnanja v večini primerov ni opaziti. S pravilom na prst, ki posodablja cene v vsakem obdobju, se dolgoročne izgube ne morejo ustvariti kljub stacionarni ali naraščajoči stopnji inflacije.

3.1.3. *Gospodinjstva.*

Gospodinjstva prinesejo denar za potrošnjo iz prejšnjega obdobja. Imamo tudi nedeljivo delo tako, da gospodinjstvo i maksimizira

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln c_t^i + B h_t^i],$$

pri tem upoštevamo denar vnaprej omejitev

$$P_t c_t^i = m_{t-1}^i + (g_t - 1) M_{t-1},$$

kjer je $(g_t - 1)M_{t-1}$ stohastični (pavšalni) denarni transfer ali davek (ko $g_t < 1$). Omejitev proračuna pa je podana z

$$k_{t+1}^i + \frac{m_t^i}{P_t} = w_t h_t^i + r_t k_t^i + \xi_t^i + (1-\delta) k_t^i.$$

Pri tem se pojavi nova spremenljivka ξ_t^i, ki prikazuje presežek dobička proizvajalcev polizdelkov, ki ga izplačajo gospodinjstvu i v času t. Predpostavimo, da je vsako gospodinjstvo lastnik enakega deleža proizvajalcev polizdelkov in da je izplačilo presežka dobička gospodinjstvu videno kot (pavšalni) transfer. Ta predpostavka je nujna, ker bodo proizvajalci polizdelkov zaradi svoje moči na trgu, ustvarjali presežen dobiček in ta mora biti utemljen v modelu.

Iz Lagrangeve funkcije

$$\mathcal{L} = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} (\beta^t [\ln c_t^i + B h_t^i] - \mu(k_{t+1}^i + \frac{m_t^i}{P_t} - w_t h_t^i - r_t k_t^i - \xi_t^i - (1-\delta) k_t^i)),$$

dobimo pogoje prvega reda za gospodinjstvo i

$$\frac{B}{w_t} = E_t[\frac{B\beta}{w_{t+1}}(r_{t+1} + (1-\delta))]$$

in

$$-E_t[\frac{\beta}{c_{t+1}^i P_{t+1}}] = \frac{B}{w_t P_t}.$$

Ravnotežni pogoji:

Ker so vsa gospodinjstva identična zapišemo naslednje pogoje kot agregatne pogoje

$$C_t = c_t^i,$$

$$K_t = k_t^i,$$

$$H_t = h_t^i$$

in

$$M_t = m_t^i.$$

Pri tem potrošnja in denar predstavljata agregatno povpraševanje gospodinjstev, kapital in delo pa predstavljata agregatno ponudbo.
Ravnovesje pri dejavniku na trgu pomeni, da je ponudba enaka povpraševanju tako pri delu, kot pri kapitalu. Na trgu dela torej velja

$$H_t = \int_0^1 H_t(k) dk.$$

Ker je povpraševanje proizvajalcev polizdelkov po delu v času t enako

$$H_t(k) = \frac{Y_t(k)}{\lambda_t}[\frac{r_t(1-\theta)}{w_t\theta}]^{\theta},$$

je ravnotežni pogoj na trgu dela v času t

$$H_t = \int_0^1 H_t(k) dk = \frac{1}{\lambda_t}[\frac{r_t(1-\theta)}{w_t\theta}]^{\theta} \int_0^1 Y_t(k) dk.$$

Na trgu kapitala velja,

$$K_t = \int_0^1 K_t(k) dk.$$

Povpraševanje po kapitalu proizvajalcev polizdelkov v času t je

$$K_t(k) = \frac{Y_t(k)}{\lambda_t}[\frac{r_t(1-\theta)}{w_t\theta}]^{\theta-1},$$

ravnotežni pogoj na trgu kapitala v času t pa je

$$K_t = \int_0^1 K_t(k)dk = \frac{1}{\lambda_t}[\frac{r_t(1-\theta)}{w_t\theta}]^{\theta-1}\int_0^1 Y_t(k)dk.$$

Vsa gospodinjstva imajo enak delež lastnišva v proizvodnjah polizdelkov in tako je agregatni presežek dobička, ki ga dobijo gospodinjstva, v času t enak

$$P_t\xi_t = P_t\int_0^1 \xi_t^i di = P_t\int_0^1 dobicek(k)dk =$$

$$\int_0^1 P_t(k)Y_t(k)dk - P_t\frac{w_t}{(1-\theta)\lambda_t}[\frac{r_t(1-\theta)}{w_t\theta}]^{\theta}\int_0^1 Y_t(k)dk.$$

Proizvajalci končnih izdelkov so popolno konkurenčna in ne ustvarjajo dobička, zato velja

$$P_tY_t = \int_0^1 P_t(k)Y_t(k)dk.$$

Če to vstavimo v zgornjo enačbo agregatnega presežnega dobička v času t in odstranimo (delimo) P_t, dobimo presežni dobiček kot

$$\xi_t = Y_t - \frac{w_t}{(1-\theta)\lambda_t}[\frac{r_t(1-\theta)}{w_t\theta}]^{\theta}\int_0^1 Y_t(k)dk.$$

3.1.4. *Cel model.*

Model z rigidnostjo cen združuje agregatne pogoje prvega reda gospodinjstev in njihovo proračunsko omejitev. Določa tudi pogoje prvega reda proizvajalcev polizdelkov in njihovo proračunsko omejitev. Poleg tega upošteva še pravilo določitve cen proizvajalcev končnih dobrin, agregatne pogoje in stopnjo rasti denarja. Pri tem pa upoštevamo še količino denarja s katero gospodinjstva vstopajo v prihodnje obdobje (omejitev cash-in-advance).

Torej te enačbe so agregatni pogoji prvega reda za gospodinjstva

$$\frac{1}{w_t} = E_t[\frac{\beta}{w_{t+1}}(r_{t+1} + (1-\delta))]$$

in

$$-E_t[\frac{\beta}{C_{t+1}P_{t+1}}] = \frac{B}{w_tP_t},$$

agregatna denar vnaprej omejitev

$$P_tC_t = g_{t+1}M_{t-1},$$

in agregatna proračunska omejitev gospodinjstva

$$K_{t+1} + \frac{M_t}{P_t} = w_tH_t + r_tK_t + \xi_t + (1-\delta)K_t.$$

Predpostavimo, da gospodinjstva dobijo ves dohodek, ta pa se sešteje v odhodek

$$Y_t = w_tH_t + r_tK_t + \xi_t,$$

potem je proračunska omejitev za gospodinjstva enaka

$$K_{t+1} + \frac{M_t}{P_t} = Y_t + (1-\delta)K_t.$$

Odločitve proizvajalcev polizdelkov nam podajo enačbo cen, za tiste proizvajalce, kateri lahko sami določijo ceno v času t, in sicer

$$P_t^*(k) = \frac{\psi}{\psi - 1} \frac{E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\beta\rho)^i P_{t+i} Y_{t+i}(k) \frac{w_{t+i}}{(1-\theta)\lambda_{t+i}} [\frac{r_{t+i}(1-\theta)}{w_{t+i}\theta}]^\theta}{E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\beta\rho)^i Y_{t+i}(k)},$$

pogoj prvega reda za minimiziranje stroškov

$$\frac{(1-\theta)r_t}{\theta w_t} = \frac{H_t(k)}{K_t(k)}$$

in enačbo agregatne produkcije

$$\int_0^1 Y_t(k) dk = \lambda_t K_t^\theta H_t^{1-\theta}.$$

Pri proizvajalcih končnih dobrin pa upoštevamo pravilo določanja cene končnega izdelka v času t,

$$P_t^{1-\psi} = \rho P_{t-1}^{1-\psi} + (1-\rho)(P_t^*)^{1-\psi}.$$

Poleg tega upoštevamo še ponudbo denarja pri stopnji rasti g_t

$$M_t = g_t M_{t-1}$$

in stohastični proces tehnologije in rasti denarja

$$\ln \lambda_t = \gamma \ln \lambda_{t-1} + \varepsilon_t^\lambda,$$
$$\ln g_t = \pi \ln g_{t-1} + \varepsilon_t^g.$$

3.2. **Stacionarno stanje.**

DSSR modele se ponavadi rešuje tako, da se jih log-linearizira okrog neke točke in to je okrog stacionarnega stanja.
V stacionarnem stanju so stohastični šoki enaki nič, torej $\lambda_t = \bar{\lambda} = 1$ in $g_t = \bar{g} = 1$. Pogoji prvega reda za gospodinjstva so enaki kot prej,

$$\frac{1}{\beta} = \bar{r} + (1-\delta) \tag{13}$$

in

$$\beta \bar{w} = -B\bar{C}. \tag{14}$$

Pogoj denar vnaprej je enak

$$\bar{C} = \frac{\bar{M}}{\bar{P}}, \tag{15}$$

in proračunska omejitev je

$$\frac{\bar{M}}{\bar{P}} = \bar{w}\bar{H} + \bar{\xi} + (\bar{r} + \delta)\bar{K} = \bar{Y} - \delta\bar{K}. \tag{16}$$

Pravilo za določanje cene končnih dobrin je

$$\bar{P}^{1-\psi} = \rho \bar{P}^{1-\psi} + (1-\rho)(\bar{P}^*(k))^{1-\psi},$$

ali

$$\bar{P} = \bar{P}^*(k) = \bar{P}(k).$$

Če to vstavimo v funkcijo povpraševanja za polizdelek k dobimo

$$\bar{Y}(k) = \bar{Y}(\frac{\bar{P}}{\bar{P}(k)})^{\psi} = \bar{Y}.$$

Funkcija cene za proizvajalce, ki lahko sama določijo svojo ceno v času t je

$$\bar{P}^*(k) = \frac{\psi}{1-\psi}\frac{\frac{1}{1-\beta\rho}\bar{P}\bar{Y}\frac{\bar{w}}{(1-\theta)\bar{\lambda}}[\frac{\bar{r}(1-\theta)}{\bar{w}\theta}]^{\theta}}{\frac{1}{1-\beta\rho}\bar{Y}} = \frac{\psi}{1-\psi}\bar{P}\frac{\bar{w}}{(1-\theta)\bar{\lambda}}[\frac{\bar{r}(1-\theta)}{\bar{w}\theta}]^{\theta},$$

ali

$$\frac{\psi}{1-\psi} = \frac{1}{\frac{\bar{w}}{(1-\theta)}[\frac{\bar{r}(1-\theta)}{\bar{w}\theta}]^{\theta}}. \tag{17}$$

Zadnja enačba pomeni da je zvišanje enako kvocientu, kjer so v imenovalcu mejni stroški. Ker je $\bar{r}$ definiran s pogojem prvega reda, in sicer v enačbi (13), iz enačbe (17) dobimo plačo v stacionarnem stanju

$$\bar{w} = [\frac{(\psi-1)(1-\theta)^{1-\theta}\theta^{\theta}}{\psi\bar{r}^{\theta}}]^{\frac{1}{1-\theta}}.$$

Ko so plače v stacionarnem stanju znane nam pogoji prvega reda iz enačbe (14) določajo potrošnjo. Z dano potrošnjo pogoji prvega reda iz enačbe (15) določijo ravnotežje. Ko je to določeno, količina denarja $\bar{M}$ določi stopnjo cene v stacionarnem stanju, in sicer $\bar{P} = \frac{\bar{M}}{\bar{C}}$. Z znanimi rentami in plačami je povpraševanje, v stacionarnem stanju, po delu in kapitalu enako

$$\bar{H} = [\frac{\bar{r}(1-\theta)}{\bar{w}\theta}]^{\theta}\bar{Y}$$

in

$$\bar{K} = [\frac{\bar{r}(1-\theta)}{\bar{w}\theta}]^{\theta-1}\bar{Y}.$$

Ko enačbo (17) vstavimo v enačbo presežnega dobička, dobimo da je presežni dobiček v stacionarnem stanju

$$\bar{\xi} = \bar{Y}(1 - \frac{\bar{w}}{(1-\theta)}[\frac{\bar{r}(1-\theta)}{\bar{w}\theta}]^{\theta}).$$

Določiti je treba še produkcijo. Pri tem uporabimo proračunsko omejitev iz enačbe (16), pogoj prvega reda za potrošnjo iz enačbe (14) in zgornjo enačbo. Upoštevamo še, da je B<0. Tako je

$$-\frac{\beta\bar{w}}{B} = \bar{w}[\frac{\bar{r}(1-\theta)}{\bar{w}\theta}]^{\theta}\bar{Y} + \frac{\bar{Y}}{\psi} + (\bar{r}-\delta)[\frac{\bar{r}(1-\theta)}{\bar{w}\theta}]^{\theta-1}\bar{Y} \tag{18}$$

in

$$\bar{Y} = \frac{-\beta\bar{w}}{B(\bar{w}[\frac{\bar{r}(1-\theta)}{\bar{w}\theta}]^{\theta} + \frac{1}{\psi} + (\bar{r}-\delta)[\frac{\bar{r}(1-\theta)}{\bar{w}\theta}]^{\theta-1})}.$$

3.3. **Log-linearizacija.**

Vodilo log-linearizacije je uporaba Taylorjeve aproksimacije okrog stacionarnega stanja (Uhligovo pravilo), tako da vse enačbe zamenjamo s približno vrednostjo, katere so linearne funkcije razlike logaritmov spremenljivk. Pri tem modelu je zanimiv del problema log-linearizacije v enačbi podjetij.

3.3.1. *Log-linearizacija problema proizvajalcev.*

Uporabimo metodo Harolda Uhliga[5], da dobimo rezultate log-linearizacije za problem proizvajalcev polizdelkov in proizvajalcev končnih izdelkov. Komplicirane stvari iz originalnega modela se bodo s tem poenostavile. Kot prvo poiščemo enostavnejši izraz za pravilo določanja cen proizvajalcev končnih dobrin. Nato poenostavimo pravilo določanja cen za proizvajalce polizdelkov. Kot zadnje združimo ti dve poenostavitvi, da dobimo pravilo gibanja ravni cen, kar je pogosto gledano kot različica Phillipsove krivulje.

3.3.2. *Pravilo določanja cen za končne dobrine.*

Torej uporabimo cene, ki so bile določene za proizvajalce končnih dobrin

$$P_t^{1-\psi} = \rho P_{t-1}^{1-\psi} + (1-\rho)P_t^*(k)^{1-\psi}.$$

Uhligova metoda za log-linearizacijo nam da

$$\bar{P}^{1-\psi}e^{(1-\psi)\tilde{P}_t} = \rho\bar{P}^{1-\psi}e^{(1-\psi)\tilde{P}_{t-1}} + (1-\rho)\bar{P}^{1-\psi}e^{(1-\psi)\tilde{P}_t^*(k)},$$

kjer lahko nadomestimo $\bar{P}^*(k)$ z $\bar{P}$. V stacionarnem stanju brez inflacije imajo vsi proizvajalci isto ceno $\bar{P}^*(k)$ in vse cene lahko zapišemo kar kot $\bar{P}^*(k) = \bar{P}$. Če uporabimo standardno pravilo aproksimacije dobimo

$$1 + (1-\psi)\tilde{P}_t \approx \rho(1 + (1-\psi)\tilde{P}_{t-1}) + (1-\rho)(1 + (1-\psi)\tilde{P}_t^*(k)),$$

ali

$$\tilde{P}_t \approx \rho\tilde{P}_{t-1} + (1-\rho)\tilde{P}_t^*(k).$$

3.3.3. *Pravilo določanja cen za polizdelke.*

Cene dobrin proizvajalcev polizdelkov so enake

$$P_t^*(k) = \frac{\psi}{\psi-1}\frac{E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\beta\rho)^i P_{t+i}Y_{t+i}(k)\frac{w_{t+i}}{(1-\theta)\lambda_{t+i}}[\frac{r_{t+i}}{w_{t+i}}]^\theta}{E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\beta\rho)^i Y_{t+i}(k)}.$$

Pomnožimo z imenovalcem ulomka na desni strani enačbe

$$P_t^*(k)E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\beta\rho)^i Y_{t+i}(k) = \frac{\psi}{\psi-1}E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\beta\rho)^i P_{t+i}Y_{t+i}(k)\frac{w_{t+i}}{(1-\theta)\lambda_{t+i}}[\frac{r_{t+i}}{w_{t+i}}]^\theta.$$

Uhligova metoda za log-linearizacijo leve strani te enačbe nam da

$$\begin{aligned}
E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\beta\rho)^i P_t^*(k)Y_{t+i}(k) &= E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\beta\rho)^i\bar{P}^*(k)\bar{Y}(k)e^{\tilde{P}_t^*(k)+\tilde{Y}_{t+i}(k)} \\
&\approx \bar{P}^*(k)\bar{Y}(k)E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\beta\rho)^i(1 + \tilde{P}_t^*(k) + \tilde{Y}_{t+i}(k)) \\
&= \frac{\bar{P}^*(k)\bar{Y}(k)}{1-\beta\rho}(1 + \tilde{P}_t^*(k)) + \bar{P}^*(k)\bar{Y}(k)E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\beta\rho)^i(\tilde{Y}_{t+i}(k)).
\end{aligned}$$

Če log-lineariziramo desno stran enačbe dobimo

$$\begin{aligned}
&\frac{\psi}{\psi-1}E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\beta\rho)^i P_{t+i}Y_{t+i}(k)\frac{w_{t+i}}{(1-\theta)\lambda_{t+i}}[\frac{r_{t+i}(1-\theta)}{w_{t+i}\theta}]^\theta \\
&= \frac{\psi}{\psi-1}\bar{P}\bar{Y}(k)\frac{\bar{w}}{(1-\theta)\bar{\lambda}}[\frac{(1-\theta)\bar{r}}{\theta\bar{w}}]^\theta
\end{aligned}$$

$$\times E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\beta\rho)^i e^{\tilde{P}_{t+i}+\tilde{Y}_{t+i}(k)+(1-\theta)\tilde{w}_{t+i}-\tilde{\lambda}_{t+i}+\theta\tilde{r}_{t+i}}$$

$$\approx \frac{\psi}{\psi-1}\bar{P}\bar{Y}(k)\frac{\bar{w}}{(1-\theta)\bar{\lambda}}[\frac{(1-\theta)\bar{r}}{\theta\bar{w}}]^\theta$$

$$\times E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\beta\rho)^i [1+\tilde{P}_{t+i}+\tilde{Y}_{t+i}(k)+(1-\theta)\tilde{w}_{t+i}-\tilde{\lambda}_{t+i}+\theta\tilde{r}_{t+i}].$$

V stacionarnem stanju je

$$\frac{\psi}{\psi-1} = \frac{1}{\frac{\bar{w}}{(1-\theta)\bar{\lambda}}[\frac{(1-\theta)\bar{r}}{\theta\bar{w}}]^\theta},$$

tako da desna strana postane

$$\approx \bar{P}\bar{Y}(k)E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\beta\rho)^i [1+\tilde{P}_{t+i}+\tilde{Y}_{t+i}(k)+(1-\theta)\tilde{w}_{t+i}-\tilde{\lambda}_{t+i}+\theta\tilde{r}_{t+i}].$$

Torej vemo, da je $\bar{P} = \bar{P}^*$, tako da lahko cene v stacionarnem stanju in $\bar{Y}$ izpustimo na obeh straneh enačbe. Potem ostane na eni in na drugi strani $E_t \sum_{i=0}^{\infty}(\beta\rho)^i \tilde{Y}_{t+i}(k)$, kar lahko pokrajšamo. Po teh poenostavitvah dobimo log-linearno pravilo določanja cen za proizvajalce polizdelkov,

$$\tilde{P}_t^*(k) = (1-\beta\rho)E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\beta\rho)^i [\tilde{P}_{t+i}+(1-\theta)\tilde{w}_{t+i}-\tilde{\lambda}_{t+i}+\theta\tilde{r}_{t+i}].$$

3.3.4. *Inflacijska enačba (Phillipsova krivulja).*

Da se znebimo $\tilde{P}_t^*(k)$ vstavimo

$$\tilde{P}_t^*(k) = (1-\beta\rho)E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\beta\rho)^i [\tilde{P}_{t+i}+(1-\theta)\tilde{w}_{t+i}-\tilde{\lambda}_{t+i}+\theta\tilde{r}_{t+i}]$$

v enačbo

$$\tilde{P}_t \approx \rho\tilde{P}_{t-1} + (1-\rho)\tilde{P}_t^*(k)$$

in dobimo

$$\tilde{P}_t \approx \rho\tilde{P}_{t-1} + (1-\rho)(1-\beta\rho)E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\beta\rho)^i [\tilde{P}_{t+i}+(1-\theta)\tilde{w}_{t+i}-\tilde{\lambda}_{t+i}+\theta\tilde{r}_{t+i}].$$

Desna stran enačbe vsebuje neskončno vsoto pričakovane prihodnje vrednosti šokov pri cenah, plačah, rentah in tehnologiji. Potrebno je odstraniti večji del tega iz enačbe. To lahko naredimo s "kvazi diferenciacijo". Pri tem pomnožimo enačbo z $1-\beta\rho L^{-1}$, kjer je L zaostajajoč operator (lag operator). Če je L pomnožen s spremenljivko X_t to pomeni, da spremenljivka zaostaja eno obdobje,

$$LX_t = X_{t-1}.$$

To lahko zapišemo, da je prednostni operator (lead operator) L^{-1} pomnožen s spremenljivko X_t, kar pomeni, da je spremenljivka eno obdobje v prihodnosti,

$$L^{-1}X_t = X_{t+1}.$$

Uporabimo to na prejšni enačbi. Na levi strani dobimo

$$(1-\beta\rho L^{-1})\tilde{P}_t = \tilde{P}_t - \beta\rho\tilde{P}_{t+1}$$

in na desni strani

$$
\begin{aligned}
&(1-\beta\rho L^{-1})(\rho\tilde{P}_{t-1}+(1-\rho)(1-\beta\rho)\\
&\times E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\beta\rho)^i[\tilde{P}_{t+i}+(1-\theta)\tilde{w}_{t+i}-\tilde{\lambda}_{t+i}+\theta\tilde{r}_{t+i}]).\\
&=\rho\tilde{P}_{t-1}+(1-\rho)(1-\beta\rho)\\
&\times E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\beta\rho)^i[\tilde{P}_{t+i}+(1-\theta)\tilde{w}_{t+i}-\tilde{\lambda}_{t+i}+\theta\tilde{r}_{t+i}]\\
&-\beta\rho\rho\tilde{P}_t+\beta\rho(1-\rho)(1-\beta\rho)\\
&\times E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\beta\rho)^i[\tilde{P}_{t+1+i}+(1-\theta)\tilde{w}_{t+1+i}-\tilde{\lambda}_{t+1+i}+\theta\tilde{r}_{t+1+i}].
\end{aligned}
$$

Ker je kvazi diferenciacija jasno določena, se večina izrazov od časa $t+1$ naprej uniči. Tako ostane

$$
\begin{aligned}
&\tilde{P}_t-\beta\rho E_t\tilde{P}_{t+1}\approx\rho\tilde{P}_{t-1}-\beta\rho\rho\tilde{P}_t\\
&+(1-\rho)(1-\beta\rho)[\tilde{P}_t+(1-\theta)\tilde{w}_t-\tilde{\lambda}_t+\theta\tilde{r}_t].
\end{aligned}
$$

Če preuredimo enačbo dobimo Phillipsovo krivuljo v obliki

$$
[\tilde{P}_t-\tilde{P}_{t-1}]\approx\beta[E_t\tilde{P}_{t+1}-\tilde{P}_t]+\frac{(1-\rho)(1-\beta\rho)}{\rho}[(1-\theta)\tilde{w}_t-\tilde{\lambda}_t+\theta\tilde{r}_t]. \tag{19}
$$

Ta enačba Phillipsove krivulje je lahko zapisana v obliki inflacije kot

$$
\ln\pi_t\approx\beta E_t\ln\pi_{t+1}\frac{(1-\rho)(1-\beta\rho)}{\rho}[(1-\theta)\tilde{w}_t-\tilde{\lambda}_t+\theta\tilde{r}_t].
$$

Z izpeljavo formule (19) smo odstranili $\tilde{P}^*(k)$ iz modela in dobili izraz za razvoj cen glede na stacionarno stanje agregatnih cen, plač, rent in tehnologije.

3.3.5. *Log-linearizirana inačica modela.*

Log-linearna inačica modela je modelirana z uporabo Uhligove metode pri enačbah iz poglavja 3.1.4, pri čemer uporabimo log-linearne enačbe za podjetja polizdelkov in končnih dobrin opisanih v poglavjih 3.3.2, 3.3.3. V tem modelu imamo deset spremenljivk $\tilde{r}_t, \tilde{w}_t, \tilde{C}_t, \tilde{P}_t, \tilde{g}_t, \tilde{M}_t, \tilde{K}_t, \tilde{H}_t, \tilde{Y}_t$ in $\tilde{\lambda}_t$.
Log-linearizacija pogojev prvega reda nam da

$$
-\tilde{w}_t=\beta\bar{r}E_t\tilde{r}_{t+1}-E_t\tilde{w}_{t+1}
$$

in

$$
E_t\tilde{C}_{t+1}+E_t\tilde{P}_{t+1}=\tilde{w}_t\tilde{P}_t.
$$

Za denar vnaprej in proračunsko omejitev je

$$
(\tilde{P}_t+\tilde{C}_t)=(\tilde{g}_t+\tilde{M}_{t-1})
$$

in

$$
\bar{K}\tilde{K}_{t+1}+\frac{\bar{M}}{\bar{P}}(\tilde{M}_t-\tilde{P}_t)=\bar{Y}\tilde{Y}_t+(1-\delta)\bar{K}\tilde{K}_t.
$$

To enačbo dobimo, če zamenjamo produkt (output) s celotnimi stroški. S tem odstranimo $\tilde{\xi}_t$ iz modela. Drugi pogoj prvega reda in omejitev denar vnaprej lahko združimo v

$$
E_t[\tilde{g}_{t+1}+\tilde{M}_t]=\tilde{w}_t+\tilde{P}_t,
$$

če upoštevamo še diferenčno enačbo za $\tilde{g}_{t+1}$, ki je $\tilde{g}_{t+1} = \pi \tilde{g}_t$, dobimo to v obliki

$$\pi \tilde{g}_t + \tilde{M}_t = \tilde{w}_t + \tilde{P}_t.$$

Za določanje enačb za cene uporabimo enačbo (18),

$$[\tilde{P}_t - \tilde{P}_{t-1}] \approx \beta[E_t \tilde{P}_{t+1} - \tilde{P}_t] + \frac{(1-\rho)(1-\beta\rho)}{\rho}[(1-\theta)\tilde{w}_t - \tilde{\lambda}_t + \theta \tilde{r}_t].$$

Pogoj prvega reda za podjetja polizdelkov je

$$\tilde{H}_t + \tilde{w}_t = \tilde{r}_t + \tilde{K}_t.$$

Agregatna produkcijska funkcija je enaka

$$\tilde{Y}_t = \tilde{\lambda}_t + \theta \tilde{K}_t + (1-\theta)\tilde{H}_t.$$

Razvoj za agregatno obveznico je

$$\tilde{M}_t = \tilde{M}_{t-1} + \tilde{g}_t.$$

Enačbi za stohastični proces sta

$$\tilde{\lambda}_t = \gamma \tilde{\lambda}_{t-1} + \varepsilon_t^g$$

in

$$\tilde{g}_t = \pi \tilde{g}_{t-1} + \varepsilon_t^g.$$

Pri log-linearizaciji vidimo, da sta definifiniciji produkcije pravzaprav enaki. Kjer je ena definirana kot združena produkcijska funkcija, pri drugi pa uporabimo integral. Če uporabimo združeno produkcijsko funkcijo

$$Y_t^{\frac{\psi-1}{\psi}} = \int_0^1 Y_t(k)^{\frac{\psi-1}{\psi}} dk$$

in jo zapišemi v log-linearni obliki dobimo

$$\bar{Y}^{\frac{\psi-1}{\psi}}(1 + \frac{\psi-1}{\psi}\tilde{Y}_t) \approx \bar{Y}^{\frac{\psi-1}{\psi}}[\int_0^1 (1 + \frac{\psi-1}{\psi}\tilde{Y}_t(k))dk]$$

ali

$$\tilde{Y}_t \approx [\int_0^1 \tilde{Y}_t(k)dk].$$

Torej vse log-linearizirane enačbe, ki so potrebne za model so

$$0 = \tilde{w}_t + \beta \bar{r} E_t \tilde{r}_{t+1} - E_t \tilde{w}_{t+1},$$

$$0 = \tilde{M}_t - \tilde{M}_{t-1} - \tilde{g}_t,$$

$$0 = \beta E_t \tilde{P}_{t+1} + \frac{(1-\theta)(1-\rho)(1-\beta\rho)}{\rho}\tilde{w}_t - \frac{(1-\rho)(1-\beta\rho)}{\rho}\tilde{\lambda}_t + \frac{\theta(1-\rho)(1-\beta\rho)}{\rho}\tilde{r}_t - (1+\beta)\tilde{P}_t + \tilde{P}_{t-1},$$

$$0 = \tilde{g}_t + \tilde{M}_{t-1} - \tilde{P}_t - \tilde{C}_t,$$

$$0 = \bar{Y}\tilde{Y}_t(1-\delta)\bar{K}\tilde{K}_t - \bar{K}\tilde{K}_{t+1} - \frac{\bar{M}}{\bar{P}}\tilde{M}_t + \frac{\bar{M}}{\bar{P}}\tilde{P}_t,$$

$$0 = \tilde{w}_t + \tilde{P}_t - \tilde{M}_t - \pi \tilde{g}_t,$$

$$0 = \tilde{\lambda}_t + (1-\theta)\tilde{H}_t + \theta \tilde{K}_t - \tilde{Y}_t,$$

$$0 = \tilde{H}_t + \tilde{w}_t - \tilde{K}_t - \tilde{r}_t.$$

3.4. **Grafični prikaz.**

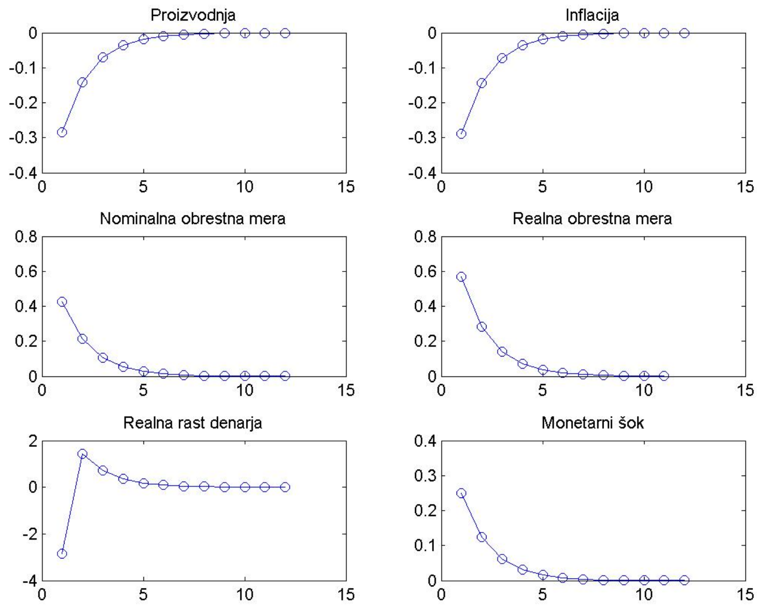
Za grafični prikaz vzamemo paremetre, ki so določeni v spodnji tabeli[4]:

TABELA 1

β	σ	φ	α	ε	η	θ	ϕ_π	ϕ_y	ρ_ν	ε_t^ν
0.99	1	1	1/3	6	4	2/3	1.5	0.5/4	0.5	0.0625

Vrednost $\beta = 0.99$ pomeni, da je stacionarno stanje dobička finančnih sredstev v višini približno $\rho = -\ln\beta \approx 4\%$. Koristnost zapisana v logaritmih je prikazana z $\sigma = 1$ in $\varphi = 1$. $\theta = 2/3$ pomeni povprečno trajanje cene v obdobju $\frac{1}{1-\theta} = 3$ četrtin. $\phi_\pi = 1.5$ in $\phi_y = 0.5/4$ sta nenegativna parametra inflacije in proizvodnje. ε_t^ν pa so pozitivni, neodvisni in enako porazdeljeni šoki, ki se odzivajo na spremembe monetarne politike.

Simulacija impulznih odzivov je prikazana na sliki 1. Razvidno je, da monetarni šoki vplivajo na povečanje realne obrestne mere in zmanjšanje inflacije in proizvodnje. Slednja dva učinka, vplivata na manjšo proizvodnjo, saj monetarni šok ne vpliva direktno na raven proizvodnje. Nominalna obrestna mera naraste, čeprav za manj od njenega eksogenega sestavnega dela, kar je posledica popravka navzdol, ki ga povzroči padec inflacije in proizvodnje. Da bi dosegli odgovor obrestne mere, mora centralna banka zmanjšati ponudbo denarja. Kalibriran model torej prikaže likvidnostni učinek. Vidi se tudi, da je odziv realne obrestne višji od nominalne obrestne zaradi zmanjšanja pričakovane inflacije. Torej iz grafa je razvidno, da so odzivi na monetani šok zelo dinamični.



SLIKA 1. Vpliv monetarnega šoka

3.5. **Realističnost predpostavk cenovne rigidnosti.**

Nominalna rigidnost lahko povzame obliko lepljivih cen ali pa je v obliki referenčnih cen in stroškov. Referenčne cene ostanejo nespremenjene okoli enega leta. Na trajanje referenčnih cen ima tudi vpliv relacija med cenami in stroški. Cene so sistematično in nepopolno v zvezi s stroški. Presenetljivo pa se cene redko spremenijo, razen če pride do spremembe stroškov.
Brezpogojna marža (unconditional markup) in trajanje referenčne cene je specifično. Za vsako dano dobrino je nominalna referenčna cena povprečje pribitka na nominalni referenčni strošek. Prodajalec ponastavi (resetira) referenčno ceno tako, da obdrži dejansko maržo plus/minus 10 procentov od zaželene marže na referenčne stroške. V povprečju, če prodajalec spremeni referenčno ceno pomeni, da ponovno vzpostavi brezpogojno maržo (pribitek).
Kljub temu pa so empirične študije pokazale, da je uporaba referenčnih cen pri modelu, ki ga je razvil Calvo, nekonsistentna. S tem se povišuje verjetnost, da se referenčne cene spremenijo, če je razlika med hipotetičnim zvišanjem in povprečnim zvišanjem nekoliko večja.[6]

4. Dodatek

Dynare koda - Monetarni šoki z rigidnostjo cen

```
var pi y Y rn i m_r n a v;
varexo eps_v eps_a;
parameters beta epsilon theta sigma rho phi alpha phi_pi phi_y eta
PSI_yan THETA lambda kappa rho_v rho_a LAMBDA_v LAMBDA_a;

beta = 0.99;
sigma = 1;
phi = 1;
alpha = 1/3;
epsilon = 6;
eta = 4;
theta = 2/3;
phi_pi = 1.5;
phi_y = 0.5/4;
PSI_yan = (1+phi)/(sigma*(1-alpha)+phi+alpha);
THETA = (1-alpha)/(1-alpha+alpha*epsilon);
lambda = (1-theta)*(1-beta*theta)*THETA/theta;
kappa = lambda*(sigma+(phi+alpha)/(1-alpha));
rho = 1/beta-1;
rho_v = 0.5;
rho_a = 0.9;
LAMBDA_v = 1/((1-beta*rho_v)*(sigma*(1-rho_v)+phi_y)+
kappa*(phi_pi-rho_v));
LAMBDA_a = 1/((1-beta*rho_a)*(sigma*(1-rho_a)+phi_y)+
kappa*(phi_pi-rho_a));

model(linear);
i = rho+phi_pi*pi+phi_y*y+v;
y = y(+1) - 1/sigma*(i-pi(+1)-rn); rn = rho+sigma*PSI_yan*(a(+1)-a);
Y = PSI_yan*(1-sigma*(1-rho_a)*(1-beta*rho_a)*LAMBDA_a)*a;
pi = beta*pi(+1)+kappa*y;
m_r = y-eta*i;
n = (((PSI_yan-1)-sigma*PSI_yan*(1-rho_a)*(1-beta*rho_a)*
LAMBDA_a)/(1-alpha))*a;
a = rho_a*a(-1) + eps_a;
v = rho_v*v(-1) + eps_v;
end;

check;

shocks;

var eps_v = 0.0625;
var eps_a = 0;
end;
```

```
tech = 0;
policy = 1;

stoch_simul(irf=12);

if policy==1;
figure(2);clf;
subplot(3,2,1);plot(y_eps_v, '-o');title('Proizvodnja');
subplot(3,2,2);plot(4*pi_eps_v, '-o');title('Inflacija');
subplot(3,2,3);plot(4*i_eps_v, '-o');
title('Nominalna obrestna mera');
subplot(3,2,4);plot(4*i_eps_v(1:end-1)-4*[pi_eps_v(2:end)],'-o');
title('Realna obrestna mera');
subplot(3,2,5);plot(4*(m_r_eps_v-[0;m_r_eps_v(1:end-1)]),'-o');
title('Realna rast denarja');
subplot(3,2,6);plot(v_eps_v,'-o');title('Šok monetarne politike');
end;
```

Literatura

[1] M. McCandless, *The ABCs of RBC*, Harvard University Press, London, 2008.

[2] J. Galí, *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle*, Princeton University Press, New Jersey, 2008.

[3] C. E. Tover, *DSGE and central banks*, verzija 6. 5. 2009, [ogled 4. 11. 2011], dostopno na http://www.economics-ejournal.org/economics/journalarticles/2009-16.

[4] D. Bergholt, *The Basic New Keynesian Model*, januar 2012, [ogled 24. 08. 2012], dostopno na http://bergholt.weebly.com/uploads/1/1/8/4/11843961/the_basic_new_keynesian_model_-_drago_bergholt.pdf.

[5] H. Uhlig, *A Toolkit for Analyzing Nonlinear Dynamic Stochastic Models*, 1997, [ogled 22. 06. 2012], dostopno na http://www2.wiwi.hu-berlin.de/institute/wpol/html/toolkit/MacAppSoft/paper.pdf.

[6] M. Eichenbaum, N. Jamovich, S. Rebelo, *Reference Prices and Nominal Rigidities*, verzija No. 13829, marec 2009, [ogled 4. 11. 2011], dostopno na http://www.nber.org/papers/w13829.

[7] *Dynamic stochastic general equilibrium*, [ogled 28. 11. 2011], dostopno na http://en.wikipedia.org/wiki/Dsge#Schools_of_DSGE_modeling.

[8] *Smets-Wouters (2003) Model*, [ogled 28. 11. 2011], dostopno na http://www.ecb.int/home/html/researcher_swm.en.html.