

**Bestimmung verschiedener Eisklassen
durch statistische Analyse der Rauigkeit von Meereis**

Carola von Saldern

Universität Bremen 2007

Bestimmung verschiedener Eisklassen durch statistische Analyse der Rauigkeit von Meereis

Am Alfred-Wegener-Institut für
Polar- und Meeresforschung durchgeführte und

vom Fachbereich für Physik und Elektrotechnik
der Universität Bremen

zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)
genehmigte Dissertation

von

Carola von Saldern
aus Hamburg

1. Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. P. Lemke
2. Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. G. Lohmann

Eingereicht am: 12.12.2006
Tag des Promotionskolloquiums: 23.02.2007

Inhaltsverzeichnis

Abstract	iii
Zusammenfassung	iv
1 Einleitung	1
2 Messdaten	6
2.1 Laserprofile der Eisoberfläche	6
2.1.1 Filterparameter	8
2.1.2 Fehlerquellen	11
2.2 Eisdickendaten	12
2.3 Verwendete Datensätze	13
2.3.1 Laser- und Dickendaten der Messkampagne ARK XIX	14
2.3.2 Laser- und Dickendaten der Messkampagne ARK XX	14
2.3.3 Laser- und Dickendaten der Messkampagne GreenICE 2004	14
2.3.4 Laser- und Dickendaten der Messkampagne IRIS 2003	14
3 Statistische Analyse der Eisrauigkeit	19
3.1 Stationarität	22
3.2 Fraktale Eigenschaften	24
3.3 Großskalige Rauigkeit: Presseisrücken	27
3.4 Homogenität	38
3.5 Waveletanalyse	43
3.5.1 Die diskrete Wavelet-Transformation (DWT)	46
3.5.2 Waveletanalyse von Eisprofilen	47
3.6 Statistische Parameter zur Charakterisierung der Rauigkeit	52
3.7 Vergleich der Rauigkeiten von Eisober- und Unterseite	58
4 Klassifizierung von Eistypen	67
4.1 Diskriminanz-Analyse	67
4.1.1 K-Nächste-Nachbarn-Klassifizierung	68
4.1.2 Abstandsbasierte Klassifizierung	69
4.1.3 Auswahl von Klassifizierungsvariablen	70
4.1.4 Güte der Klassifizierung	71
4.1.5 Ablauf der Diskriminanz-Analyse	71
4.1.6 Diskriminanz-Analyse von Laserdaten	72
4.1.7 Anwendbarkeit der Klassifizierungsmethode	79
4.2 Clusteranalyse	81
4.2.1 Clusteranalyse der Laserdaten	83

5 Synthetische Rauigkeitsprofile	91
5.1 Eigenschaften synthetischer Profile	91
5.2 Clusteranalyse synthetischer Profile	105
5.2.1 Sensitivität bezüglich des Abstands der Klassen	108
5.2.2 Sensitivität bezüglich der Elementanzahl der Klassen	108
5.2.3 Sensitivität bezüglich der Kompaktheit der Klassen	108
5.2.4 Diskussion	113
6 Schlussfolgerungen	116
Literaturverzeichnis	120
Danksagung	125

Abstract

Among the properties of sea ice, roughness is an important parameter. It affects the interactions between ice, atmosphere and ocean. The morphological properties of the top and underside surface influence the transfer of energy and momentum. In satellite remote sensing, the knowledge of surface roughness characteristics is important, because they influence the measured signal in a complex way.

Based on in-depth statistical analyses of sea-ice roughness, two classification methods are investigated in this work regarding their potential to separate different ice types. These methods are discriminant and cluster analysis.

In order to take different aspects of roughness into account, datasets from four different geographical locations are used. These comprise data from the Lincoln Sea north of Greenland, the Arctic Ocean near Svalbard, and the Baltic Sea. One dataset from the Arctic Ocean was obtained during summer. The available data thus enable investigations of regional as well as seasonal changes of sea-ice roughness.

The statistical analyses reveal regional differences in sea-ice roughness. Surface roughness profiles are found to be nonstationary and to display fractal properties on length scales below 20 m. The distributions of height and spacing of pressure ridges are approximately exponential or lognormal, respectively. Pressure ridges are not distributed randomly over the ice surface but appear in clusters. Significant correlations exist between profiles of the sea-ice surface and draft. Spatial scales that contribute most to the surface roughness are found to be smaller than 50 m. The surface roughness is thus largely influenced by length scales comparable to observed pressure ridge widths. The statistical analyses lead to a set of parameters, consisting of mean height, RMS height, skewness, kurtosis, fractal dimension and RMS slope, which characterize the roughness and form the basis for the classification analysis.

The discriminant analysis shows that the thickest ice classes can be distinguished from one another and from thinner ice using the surface roughness parameters to separate the classes. The cluster analysis reveals that different types of surface roughness cannot be distinguished clearly from one another.

Synthetic roughness profiles are important for studies of the interactions between the sea-ice surface and the atmosphere. In this work a numerical model for simulations of sea-ice draft is assessed regarding its potential to generate realistic sea-ice surface profiles. It is shown that the model is capable of reproducing many of the properties of real surface roughness profiles.

Zusammenfassung

Ein wichtiger Parameter zur Beschreibung von Meereis ist seine Rauigkeit. Diese beeinflusst die Wechselwirkungen zwischen Atmosphäre und Eis bzw. Schneeauflage an der Eisoberfläche und zwischen Ozean und Eis an der Eisunterseite. Insbesondere der Impuls- und Energieaustausch werden von den morphologischen Eigenschaften der Grenzfläche beeinflusst. Für die satellitengestützte Fernerkundung von Meereis ist eine genaue Kenntnis der Rauigkeit wichtig, da das vom Sensor gemessene Signal in komplexer Weise von ihr beeinflusst wird.

Basierend auf detaillierten statistischen Analysen der Rauigkeit von Meereis werden in dieser Arbeit zwei Klassifizierungsverfahren auf ihre Eignung zur Unterscheidung verschiedener Eisklassen geprüft. Dies sind Verfahren der Diskriminanz- und der Clusteranalyse.

Um ein möglichst umfassendes Bild der Rauigkeit zu erhalten, werden für die Untersuchungen vier Datensätze aus unterschiedlichen geographischen Regionen verwendet. Dies sind drei Datensätze aus der Arktis (aus der Lincolnsee nördlich von Grönland sowie der Umgebung von Spitzbergen) sowie ein Datensatz aus der Ostsee. Ein Datensatz aus der Umgebung von Spitzbergen wurde während des Sommers gemessen. Somit können sowohl regionale als auch saisonale Änderungen der Eisrauigkeit analysiert werden.

Die statistischen Analysen belegen regionale Unterschiede der Eisrauigkeit in den verschiedenen Messgebieten. Weiterhin zeigt sich, dass Rauigkeitsprofile nichtstationär sind, und auf Skalen unterhalb von 20 m fraktales Verhalten aufweisen. Die Verteilungen der Höhen und Abstände von Presseisrücken folgen annähernd einer Exponential- bzw. Lognormalverteilung. Die Presseisrücken sind nicht zufällig über das Eis verteilt sondern bilden Haufen. Zwischen Rauigkeitsprofilen der Eisoberfläche und dem Eistiefgang bestehen signifikante Korrelationen. Längenskalen, die maximal zur Rauigkeit beitragen, sind kleiner als 50 m. Damit wird die Rauigkeit wesentlich von kleinen Skalen in der Größenordnung der Breite von Presseisrücken beeinflusst. Die statistischen Analysen führen zu einem Satz von Parametern, bestehend aus mittlerer Höhe, RMS Höhe, Schiefe, Kurtosis, fraktaler Dimension und RMS Steigung, der die Rauigkeit charakterisiert und die Grundlage der Klassifizierungsverfahren bildet.

Die Diskriminanz-Analyse zeigt, dass sich die dicksten Eisklassen anhand der Rauigkeit voneinander sowie von dünneren Eisklassen unterscheiden lassen. Die Clusteranalyse ergibt keine klar gegeneinander abgegrenzten Rauigkeitsklassen. Synthetische Rauigkeitsprofile sind ein wichtiges Hilfsmittel für Studien der Wechselwirkungen zwischen der Eisoberfläche und der Atmosphäre. In dieser Arbeit wird ein Modell zur numerischen Simulation von Profilen des Eistiefgangs auf seine Eignung zur Erzeugung von realistischen Profilen der Eisoberfläche untersucht. Es zeigt sich, dass das Modell viele Eigenschaften von natürlichen Rauigkeitsprofilen erfasst.

Kapitel 1

Einleitung

Die Rolle von Meereis im Klimasystem

Die Kryosphäre ist definiert als derjenige Teil der Erde, der permanent oder saisonal mit Schnee und Eis bedeckt ist (Albritton und Filho, 2001). Veränderungen der Balance zwischen Akkumulation und Ablation von Schnee und Eis haben das Klima der Erde seit Millionen von Jahren durch den Wechsel von Kälte- und Wärmeperioden beeinflusst. Die zwei größten Komponenten der Kryosphäre sind Landeis, in Form von Eisschilden (beispielsweise über Grönland und der Antarktis), Schelfeis (an der Küste festgewachsenes Eis, wie beispielsweise die Larsen-, Ross- oder Filchner-Ronne-Schelfeisgebiete der Antarktis) und Gletschern, sowie Meereis. Sowohl Land- als auch Meereis wechselwirken untereinander und mit dem Klimasystem auf komplexe Weise, und werden andererseits von Klimaänderungen auf unterschiedlichen Zeitskalen beeinflusst. Zu den wichtigsten klimarelevanten Prozessen von Meereis gehören die folgenden:

- Meereis besitzt eine größere Albedo als Meerwasser. Während die Albedo von trockenem Schnee im Bereich von 80-97% liegt (Paterson, 1994), schwanken die Werte für schneefreies Meereis je nach Entwicklungsstadium zwischen 16% für Nilas und 49% für einjähriges Eis (Lubin und Massom, 2006, Kap. 5.7). Die Albedo von Meerwasser hängt stark vom Einfallswinkel ab und beträgt ca. 10%. Aufgrund der höheren Albedo reduziert die Meereisbedeckung des Ozeans den Anteil der an der Wasseroberfläche absorbierten solaren Einstrahlung. Eine abnehmende Meereisausdehnung verringert andererseits die Albedo. Sinkt die Albedo, so wird mehr solare Einstrahlung an der Wasseroberfläche absorbiert und es kommt zu einer Erwärmung, die der Bildung von Meereis entgegenwirkt. Dieser Rückkoppelungseffekt wird als *Eis-Albedo-Feedback* bezeichnet.
- Im langwelligen Bereich wirkt Meereis dem Ozean gegenüber als Wärmeisolierung. In Gebieten offenen Wassers im Packeis (Rinnen und Polynjen) findet ein intensiver Austausch von Wärme, Feuchtigkeit und CO_2 zwischen dem Ozean und der Atmosphäre statt. Veränderungen der Eisdicke und des Anteils an offenem Wasser modifizieren den Wärmeaustausch, da eine Vergrößerung des Anteils an offenem Wasser den Wärmeverlust des Ozeans an die Atmosphäre verstärkt.
- Die Entstehung von Neueis in Rinnen offenen Wassers und Polynjen führt zum Ausstoß von Sole in das Meerwasser. Dieser zusätzliche Salzeintrag erzeugt Konvektion und ist eine der Hauptquellen für die Bildung von dichtem,

kalten Tiefenwasser. Veränderungen der Meereiskonzentration wirken sich deshalb indirekt auf die Struktur der ozeanischen Wassermassen aus.

Die Größe der mit Meereis bedeckten Ozeanfläche beträgt im Laufe des Jahres maximal ca. 10%. Dabei ist die Gesamtbedeckung starken saisonalen Schwankungen unterworfen. In der Arktis schwankt die Bedeckung zwischen ca. $7.5 \times 10^6 \text{ km}^2$ im Sommer und ca. $15.5 \times 10^6 \text{ km}^2$ im Winter, während die Werte für die Antarktis zwischen $3.8 \times 10^6 \text{ km}^2$ im Sommer und $19 \times 10^6 \text{ km}^2$ im Winter liegen (Comiso, 2003). Aufgrund dieser großen jahreszeitlichen Variabilität ist Meereis eine der dynamischsten Komponenten der Kryosphäre. Da es bereits auf sehr kurzen Zeitskalen von Klimaveränderungen beeinflusst wird, ist dieser Teil der Kryosphäre ein wichtiger Indikator für kurzfristige Klimaänderungen (Bamber und Payne, 2004). Zur Zeit machen sich die Klimaänderungen besonders stark in der Arktis bemerkbar. Das arktische Meereis kann deshalb gewissermaßen als „Frühwarnsystem“ angesehen werden, in welchem die Auswirkungen von kurzfristigen Klimaänderungen sichtbar werden (ACIA, 2004).

Die Bedeutung der Eisoberfläche und seiner Rauigkeit

Die Eisoberfläche ist die Grenzfläche zwischen dem Meereis und der Atmosphäre. Die morphologischen Eigenschaften dieser Grenzfläche haben wesentlichen Einfluss auf die Wechselwirkungen zwischen der Atmosphäre und dem Eis bzw. der Schneeaufgabe des Eises. Dies gilt insbesondere für den Energie- und Impulsaustausch. Der Impulsübertrag zwischen der Atmosphäre und dem Eis über einer rauen Oberfläche ist wesentlich größer als über einer glatten. Die Beschaffenheit der Eisoberfläche beeinflusst die dynamische und thermische Struktur der bodennahen atmosphärischen Grenzschicht (z.B. Garbrecht (2002); Guest und Davidson (1991); Andreas (1994)). Zum Verständnis des Impulsflusses zwischen der Oberfläche und dem Eis sind daher detaillierte Kenntnisse der Rauigkeit der Oberfläche erforderlich. Insbesondere für die Modellierung der bodennahen Grenzschicht ist es wichtig, Rauigkeiten realistisch abzubilden. Gleiches gilt für die Eisunterseite, die die Grenzschicht zwischen Meereis und Ozean bildet. Die Beschaffenheit dieser Grenzschicht hat Einfluss auf die Wechselwirkungen (Impuls- und Wärmeaustausch) zwischen dem Ozean und dem Eis. Auch hier gilt, dass für die Modellierung der Prozesse innerhalb der eisnahen Grenzschicht ein genaues Verständnis der Rauigkeit unerlässlich ist.

Aufgrund seiner großen Ausdehnung und der Tatsache, dass Meereis überwiegend in unzugänglichen Regionen der Erde anzutreffen ist, sind satellitengestützte Methoden der Fernerkundung die einfachste Möglichkeit, diesen Teil der Kryosphäre großflächig und kontinuierlich zu beobachten. Dazu eignen sich vor allem Mikrowellensensoren, da sie im Gegensatz zu Sensoren im optischen oder Nah-Infrarot-Bereich auch bei Dunkelheit oder wolkenbedecktem Himmel Daten der Eisoberfläche liefern. Bei Mikrowellensensoren wird unterschieden zwischen passiven Systemen, die die von der Oberfläche oder der Atmosphäre emittierte thermische Mikrowellenstrahlung messen, und aktiven Systemen, die ein Signal aussenden und dessen Reflexion und Streuung messen.

Die zur Untersuchung von Meereis verwendeten passiven Mikrowellenradiometer sind das „scanning multi-spectral microwave radiometer“ (SMMR, Daten von 1978-1987), der „special sensor microwave/imager“ (SSM/I, seit 1987) sowie das „advanced microwave scanning radiometer“ (AMSR) an Bord des Aqua-Satelliten der NASA,

das seit 2002 Daten liefert. Aus den Daten dieser Sensoren lassen sich die Ausdehnung und die Konzentration des Meereises ableiten, und Zeitserien dieser Größen reichen bis in die 1970er Jahre zurück. Ein Nachteil der passiven Sensoren im Mikrowellenbereich ist ihre schlechte räumliche Auflösung. Dies ist durch die Tatsache bedingt, dass die Auflösung durch die Wellenlänge begrenzt ist, die bei Mikrowellen um ca. 10^4 größer als im sichtbaren Bereich ist (Bamber und Kwok, 2004).

Bei den aktive Mikrowellensensoren, die zur Beobachtung von Meereis eingesetzt werden, nehmen SAR-Systeme eine herausragende Stellung ein. SAR-Sensoren (englisch „synthetic aperture radar“) verwenden synthetische Antennen. Mit diesem Verfahren lässt sich eine sehr gute räumliche Auflösung in Flugrichtung (Azimuth) erreichen. Typische Auflösungen satellitengetragener SAR-Sensoren liegen im Bereich von ca. 5-100 m (Bamber und Kwok, 2004).

Die Dicke von Meereis, die für die Bestimmung des Volumens (d.h. des Produktes aus eisbedeckter Fläche und Dicke (Haas, 2003)) erforderlich ist, lässt sich mit den oben beschriebenen satellitengetragenen Sensoren nicht direkt messen. Radarmessungen der Eisdicke von Satelliten werden dadurch erschwert, dass Meereis einerseits ein sehr inhomogenes Medium ist, das die einfallene Strahlung stark streut. Zudem können die Radarwellen aufgrund des hohen Salzgehaltes nicht tief genug in das Eis eindringen, um die Lage der Eisunterseite zu bestimmen (Lubin und Massom, 2006, Kap. 5.9.6). Satellitengetragene Sensoren sehen vor allem die Oberfläche oder das Volumen der obersten Schicht des Eises, nicht jedoch die Eisunterseite. Eine genaue Kenntnis der Eisdicke bzw. seines Volumens ist jedoch unerlässlich für ein detailliertes Verständnis der Wechselwirkungen zwischen dem Meereis und dem restlichen Klimasystem und zur Analyse seiner Veränderungen. Daher sind Verfahren von großer Wichtigkeit, die indirekt aus dem gemessenen Signal auf die Dicke des Eises schließen lassen. Dazu ist eine genaue Kenntnis der Eigenschaften, die das Signal beeinflussen, unerlässlich. Die Intensität der gemessenen Rückstreuung wird von zahlreichen Faktoren beeinflusst. Darunter fallen neben Polarisierung, Frequenz und Einfallswinkel der Strahlung die elektromagnetischen und physikalischen Parameter der Eisoberfläche und der Schneeeauflage. Dies sind die dielektrischen Eigenschaften des Eises und der Schneeeauflage, das Vorhandensein von dielektrischen Diskontinuitäten wie beispielsweise Gasblasen im Eis, die Oberflächenrauigkeit und die Orientierung der Oberfläche relativ zum Sensor (Lubin und Massom, 2006, Kap. 5.7).

Klassifizierung von Meereis

Indigene Volksgruppen der Polargebiete, für die das Meereis ein notwendiger Bestandteil ihres Lebensraumes ist, besitzen ein sehr umfangreiches Wissen über diesen Teil der Kryosphäre. Um sich auf dem Eis sicher über lange Strecken bewegen zu können und zu jagen, ist eine detaillierte Kenntnis der Eiseigenschaften erforderlich. Die Fähigkeit, Meereis aufgrund seiner Eigenschaften zu klassifizieren, ist zum Überleben in dieser Umgebung unerlässlich.

Für die Industrienationen hat eine Einteilung von Meereis in verschiedene Eisklassen vor allem wirtschaftliche Gründe. Die Möglichkeit zur Identifikation von Gebieten dickeren und dünneren Eises ist unerlässlich zur Navigation von Eisbrechern und anderen Schiffen, die die Packeisgebiete der Polarregionen und andere eisbedeckte Gebiete befahren. Die finanziellen Auswirkungen einer Fehlklassifizierung von dickem Eis in vermeintlich dünnes Eis können gravierend sein.

Für wissenschaftliche Zwecke sind Verfahren zur Klassifizierung von Meereis in mehrfacher Hinsicht wichtig. Da das Meereis sehr große Flächen bedeckt, vereinfacht eine Einteilung in Klassen gleicher Eigenschaften die Behandlung dieser Komponente der Kryosphäre in Modellen und Studien seiner Wechselwirkungen im Klimasystem erheblich. Die Interpretation von Satellitenbildern wird vereinfacht, wenn das Eis in homogene Gebiete unterteilt werden kann. Da satellitengetragene Sensoren, wie erwähnt, zwar die Oberflächeneigenschaften des Eises sehen, nicht jedoch seine Dicke, ist eine Einteilung der Bilder in Eistypen bestimmter Eigenschaften ein wichtiges Hilfsmittel, um Anhaltspunkte über die Eisdicke zu erhalten (Bamber und Kwok, 2004). Für eine solche Klassifizierung von Satellitenbildern bietet sich die Eisklassifikation der World Meteorological Organization (WMO) an (WMO, 1989). Die Topographie und die dielektrischen Eigenschaften von Meereis variieren für unterschiedliche Entwicklungsstadien. So ist beispielsweise der Salzgehalt von mehrjährigem Eis niedriger als der von einjährigem Eis. Dies beeinflusst die dielektrischen Eigenschaften und somit die Intensität des rückgestreuten Signals. Damit wird eine Unterscheidung zwischen Eistypen verschiedener Entwicklungsstadien möglich. Für die einfachste derartige Einteilung wird zwischen einjährigem und mehrjährigem Eis in Mikrowellendaten unterschieden. Diese beiden Eistypen lassen sich dann als (grobe) Indikatoren für die Eisdicke verwenden. Analysen dieser Art wurden beispielsweise von Kwok und Cunningham (1994) für Daten aktiver Mikrowellensensoren und von Cavalieri und Gloersen (1984) für Daten passiver Mikrowellensensoren durchgeführt. Obwohl dieser Ansatz im Vergleich zu in situ Messungen ungenau ist, liefert er Informationen über die Eisdickenverteilung auf sehr viel größeren Skalen, als mit direkten Messungen erfasst werden können.

Ziele der Arbeit

Das Hauptziel dieser Arbeit bestand darin, zu untersuchen, ob eine Einteilung von Meereis in unterschiedliche Klassen aufgrund der Rauigkeit möglich ist. Um eine Klassifizierungsmethode zu entwickeln, muss daher zunächst die Rauigkeit von Meereis in geeigneter Weise charakterisiert werden. Zu diesem Zweck wurden umfangreiche Analysen der statistischen Eigenschaften der Eisoberfläche durchgeführt, deren Ergebnisse in Kapitel 3 vorgestellt werden. In diesem Rahmen wurde insbesondere die Eisrauigkeit in verschiedenen Regionen verglichen. Dafür wurden Messungen aus verschiedenen Gebieten der Arktis und der Ostsee verwendet. Ein weiteres Ziel der Analysen lag darin, Unterschiede zwischen der Rauigkeit des Eises im Winter und im Sommer zu quantifizieren. Im Winter wird die Rauigkeit der Oberfläche stark von der Rauigkeit der Schneeaufgabe beeinflusst. Im Sommer ist hingegen wenig Schnee vorhanden, der zudem häufig stark wassergesättigt ist. Zusätzlich führen Schmelzprozesse zu einer Glättung der Oberflächentopographie. Ein weiterer wichtiger Unterschied zum Winter sind die Schmelztümpel, die sich im Sommer auf den Eisschollen ausbilden. All diese Effekte lassen erwarten, dass sich die Oberflächenrauigkeit des Eises im Sommer grundlegend von derjenigen des Winters unterscheidet.

Mit den Ergebnissen der statistischen Analyse war es möglich, die Rauigkeit des Meereises durch einen Satz statistischer Parameter zu charakterisieren. Basierend auf diesen Parametern wurden verschiedene Verfahren zur Klassifizierung entwickelt und auf ihre Güte hin verglichen (Kapitel 4). Dabei wurde zunächst untersucht, ob es möglich ist, Profile der Eisoberfläche allein aufgrund ihrer Rauigkeit unterschiedlichen Eisdickenklassen oder -regimen zuzuordnen. Dieses Verfahren zielte darauf ab,

die Beziehung zwischen der Eisdicke und der Rauigkeit zu quantifizieren und, falls möglich, diese Beziehung zur Prognose von Eisdicken auszunutzen. Dies wäre auch ein wichtiges Hilfsmittel bei der Interpretation von Satellitenbildern. Ein weiteres, grundlegend anderes Verfahren wurde verwendet, um Oberflächenprofile verschiedenen Rauigkeitsklassen zuzuordnen. In dieser Untersuchung wurde analysiert, wie gut sich verschiedene Rauigkeitsparameter für eine Unterscheidung von Rauigkeitstypen eignen, und wie stark sich Rauigkeitsklassen gegeneinander abgrenzen lassen.

Kapitel 2

Messdaten

In dieser Arbeit wurden zwei verschiedene Typen von Daten verwendet. Dies sind Profile der Eisoberfläche, die mit einem Laseraltimeter gemessen wurden, sowie Eisdickenprofile, die mit einem elektromagnetischen (kurz: EM) Induktionsverfahren gemessen wurden.

2.1 Laserprofile der Eisoberfläche

Die Oberflächenprofile wurden mit einem Riegler LD90-3100Hs Infrarot-Laseraltimeter gemessen, das eine Wellenlänge von 905 nm besitzt. Das Altimeter befindet sich auf der gleichen Plattform wie der EM-Sensor zur Messung der Eisdicke und wird von einem Helikopter in einer Höhe von 10-20 m über die Eisoberfläche geschleppt. Für jeden Flug stehen damit gleichzeitige Rauigkeits- und Eisdickenprofile zur Verfügung. Die Messfrequenz des Lasers beträgt 100 Hz, was bei einer Fluggeschwindigkeit von 60-80 Knoten einem Messpunktabstand von 30-40 cm entspricht. Die Messgenauigkeit beträgt 15 mm (Riegler, 2005). Das Rauschen wurde während eines Fluges über ebenes Eis bestimmt und beträgt ± 20 mm. Damit liegt das Rauschen in der gleichen Größenordnung wie die Messgenauigkeit. Der Öffnungswinkel des Lasers beträgt 1.8 mrad. Damit beträgt die Strahlbreite am Boden (englisch „footprint“) bei einer Höhe von 20 m etwa 4 cm.

Da kein Helikopter perfekt gleichmäßig auf einer Höhe fliegen kann, enthalten die gemessenen Profile der Eisoberfläche niederfrequente Höhengschwankungen, die durch die Helikopterbewegung entstehen. Um diese aus den Rauigkeitsprofilen zu eliminieren, wurden die Laserdaten mit einer von Hibler (1972) entwickelten Kombination aus Hoch- und Tiefpassfiltern prozessiert. Hierfür eignet sich eine Kombination aus Hoch- und Tiefpassfiltern besser als ein reiner Hochpassfilter, da die Frequenzspektren der Rauigkeit und der Hubschrauberbewegung teilweise überlappen. Dies führt dazu, dass ein reiner Hochpassfilter zusätzlich zur Hubschrauberbewegung auch Anteile der Rauigkeit aus dem Spektrum entfernen würde und insbesondere hohe Presseisrücken erniedrigen würde (Hibler, 1972). Abbildung 2.1 illustriert die Überlagerung der Eisrauigkeit mit der Hubschrauberbewegung. Die Abbildung (a) zeigt einen ca. 2 km langen Ausschnitt aus einem der gemessenen Rauigkeitsprofile. Auf der Abszisse ist die Nummer der Messpunkte (englisch „fiducial number“, kurz „fid“) aufgetragen. Mit bloßem Auge sind zwei Frequenzkomponenten erkennbar: Eine niederfrequente Bewegung, und dieser überlagert, ein höherfrequenter Anteil. Letzterer stellt die Oberflächenrauigkeit des Eises dar, während die niederfrequente Bewegung

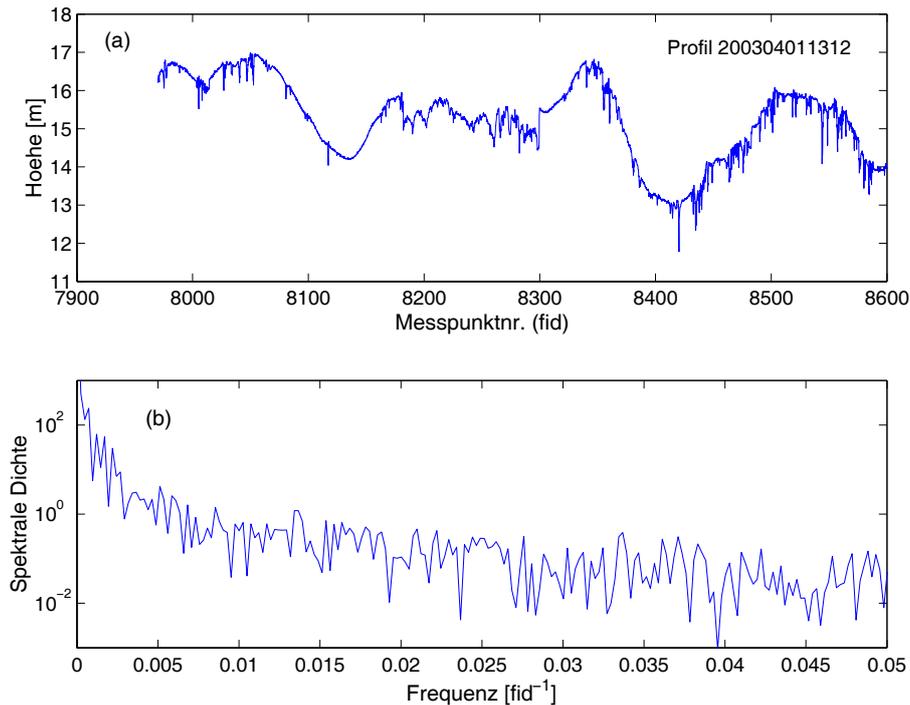


Abbildung 2.1: Ausschnitt eines gemessenen Rauigkeitsprofil (Länge ca. 2 km) (a) und niederfrequenter Teil des dazugehörigen Spektrums (b)

aus den Höenschwankungen des Hubschraubers resultiert. Ein Ausschnitt aus dem niederfrequenten Bereich des für diesen Ausschnitt berechneten Amplitudenspektrums ist in Abbildung 2.1 (b) gezeigt. Der hochfrequenter Anteil ist hier als ausgedehnter Schwanz zu erkennen, während die Helikopterbewegung am linken Rand erkennbar wird. Durch die Prozessierung wird der niederfrequente Anteil aus dem Profil herausgefiltert, wobei gleichzeitig die Rauigkeit erhalten bleibt.

Die Prozessierung erfolgt in drei Schritten. Da der Laser an jedem Punkt den Abstand zwischen Sensor und Eisoberfläche misst, besteht die unprozessierte Messkurve aus den Abständen des Lasers zur Eisoberfläche. Im ersten Schritt wird dieses Profil hochpassgefiltert (Präprozessierung). Im zweiten Schritt werden im gefilterten Profil lokale Maxima innerhalb eines Fensters vorgegebener Breite bestimmt. An diesen Stellen ist der Abstand zwischen Sensor und Oberfläche am größten, so dass diese den tiefsten Punkten der Eisoberfläche entsprechen. Die Werte des ursprünglichen, ungefilterten Profils an diesen Koordinatenpunkten werden durch geradlinige Segmente verbunden. Die so entstandene Kurve liegt oberhalb der ursprünglichen Messkurve. An dieser Stelle der Prozessierung ist eine manuelle Korrektur der automatisch ermittelten lokalen Maxima möglich. Dies ist notwendig, da plötzliche Höhenänderungen des Hubschraubers auftreten können, die durch die automatisch berechneten Maxima nicht aufgelöst werden können. Plötzliche Höhenänderungen des Eisprofils, wie sie z.B. an Schollenkanten auftreten, werden durch die lokalen Maxima ebenfalls nicht aufgelöst. Ein weiterer Grund ist, dass die scheinbare Breite einiger Presserücken im Laserprofil größer als der größtmögliche Abstand zweier automatisch ermittelter Maxima sein kann. Im dritten Schritt (Postprozessierung) wird die stückweis geradlinige Kurve tiefpassgefiltert. Die so entstandene glatte Kurve stellt die modellierte Helikopterbewegung dar. Das Profil der Oberflächenrauigkeit

ergibt sich schließlich durch Subtraktion des ursprünglichen Profils von dieser Kurve. Bei den Eisrauigkeiten handelt es sich dabei um Höhen relativ zur Höhe des ebenen Eises, nicht um das Freibord des Eises relativ zur Wasseroberfläche.

2.1.1 Filterparameter

Der erste und der dritte Schritt der Prozessierung erfolgen in unterschiedlichen Softwaremodulen. Bei beiden Programmen müssen die Frequenzintervalle der Filter vorgegeben werden. Statt eines reinen Hochpass- bzw. Tiefpassfilters werden Bandpassfilter verwendet. Diese benötigen je zwei Parameter, die den Frequenzbereich des Filters definieren. Bei der Präprozessierung ist der entscheidende Parameter λ_{max} , dessen Kehrwert die untere Grenze des Frequenzintervalls des Hochpassfilters festlegt. Ein Wert von $\lambda_{max} = 40$ m bedeutet, dass nur Wellenlängen kleiner oder gleich 40 m den Filter passieren, oder äquivalent, nur Frequenzen größer oder gleich $1/40$ m. Bei der Postprozessierung ist der entscheidende Parameter λ_{min} , dessen Kehrwert die obere Grenze des Frequenzintervalls des Tiefpassfilters festlegt. Ein Wert von $\lambda_{min} = 55$ m bedeutet, dass nur Wellenlängen größer oder gleich 55 m den Filter passieren, bzw. nur Frequenzen kleiner oder gleich $1/55$ m.

Für beide Filter wurden unterschiedliche Parameterwerte untersucht. Das Ziel bestand darin, die Hubschrauberbewegung, die hauptsächlich niederfrequente Anteile besitzt, möglichst optimal zu modellieren. Die Abbildungen 2.2 und 2.3 illustrieren die Auswirkung verschiedener Parameterwerte. Die gezeigten Profilausschnitte wurden dazu sehr stark vergrößert. In Abbildung 2.2 (a) ist das Ergebnis der Hochpassfilterung für unterschiedliche Werte des Filterparameters λ_{max} gezeigt. Bei einem Wert von $\lambda_{max} = 10$ m passieren nur die höchsten Frequenzen (entsprechend Wellenlängen kleiner oder gleich 10 m) den Filter. Die gefilterte Kurve weist deshalb kaum vertikale Schwankungen auf, und die Bestimmung von lokalen Maxima ist schwierig. Für größere Werte von λ_{max} enthält die gefilterte Kurve zunehmend größere Wellenlängen, und die vertikalen Schwankungen im gefilterten Profil nehmen zu. Abbildung 2.2 (b) zeigt das gemessene Profil. Zusätzlich sind für unterschiedliche Werte von λ_{max} die Punkte verbunden, an denen das hochpassgefilterte Profil lokale Maxima aufwies. Für $\lambda_{max} = 10$ und $\lambda_{max} = 100$ unterscheidet sich die Lage dieser Punkte deutlich. Für $\lambda_{max} = 10$ schneidet die stückweis geradlinige Kurve, die diese Punkte verbindet, teilweise das gemessene Profils. In einem solchen Fall würde das fertigprozessierte Profil unrealistische negative Eishöhen aufweisen.

Abbildung 2.3 zeigt das gemessene Profil sowie das Ergebnis der Tiefpassfilterung der stückweis geradlinigen Kurve für verschiedene Werte von λ_{min} , d.h. die modellierte Hubschrauberbewegung. Bei einem Wert von $\lambda_{min} = 10$ m passieren alle Wellenlängen größer oder gleich 10 m den Filter. Bei einer Wahl von $\lambda_{min} = 100$ m bleiben andererseits nur die niedrigsten Frequenzen entsprechend Wellenlängen größer oder gleich 100 m übrig, so dass die gefilterte Kurve gegenüber dem ursprünglichen Profil abweicht. In der Abbildung wird dies bei einer Entfernung von ca. 180 m und 300 m deutlich. Die Subtraktion der ursprünglichen von der tiefpassgefilterten Kurve würde an diesen Stellen zu unrealistischen negativen Eishöhen führen. Bei den in dieser Arbeit verwendeten Profilen wurden Werte von λ_{min} zwischen 35 und 55 m verwendet. Bei der Wahl der Werte für λ_{max} und λ_{min} wurden dabei zwei Punkte berücksichtigt. Einerseits sollten nicht nur die höchsten Frequenzen den Hochpassfilter passieren (durch die Wahl von λ_{max}), andererseits sollte die tiefpassgefilterte Kurve

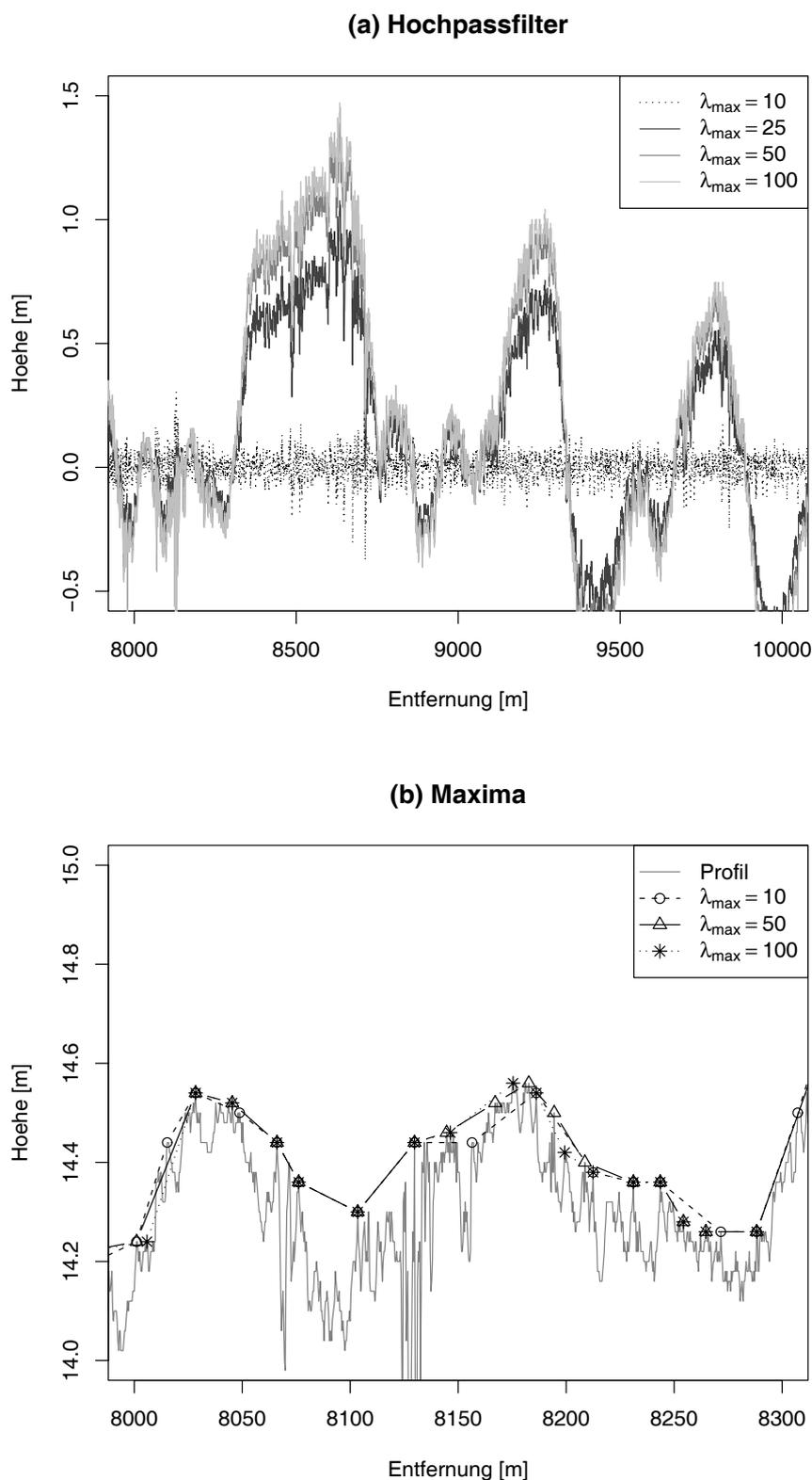


Abbildung 2.2: (a) Ausschnitt des hochpassgefilterten Profils für Werte $\lambda_{\max} = 10, 25, 50, 100$ m. (b) Ausschnitt des gemessenen Profils sowie, durch Segmente verbundene Punkte, an denen das hochpassgefilterte Profil lokale Maxima aufwies. Diese Kurven sind für Werte von $\lambda_{\max} = 10, 50, 100$ m gezeigt. Die Profilausschnitte in Teilbild (a) und (b) sind nicht identisch.

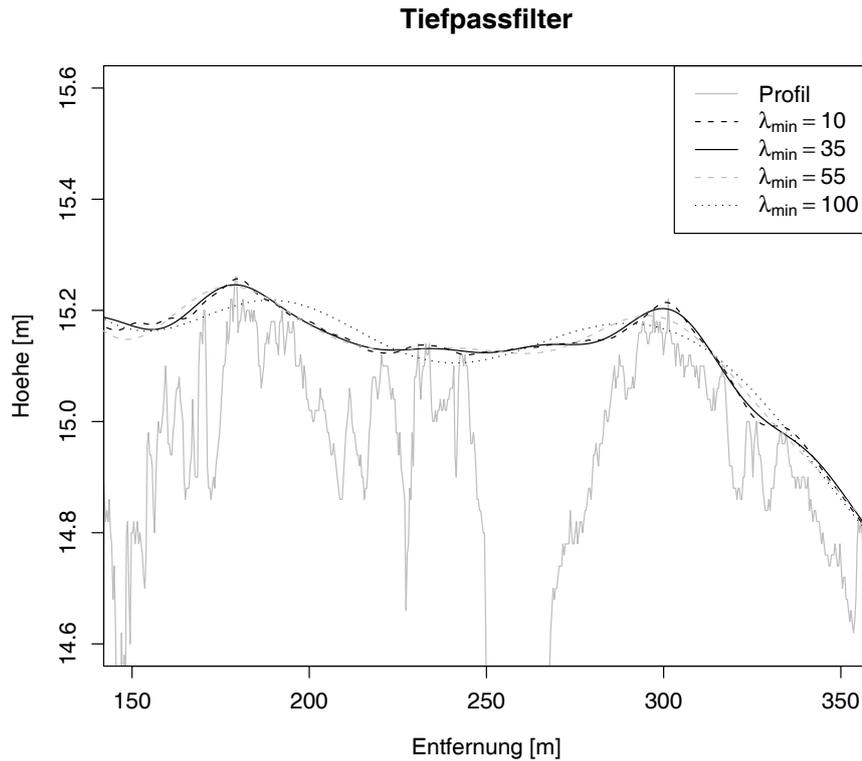


Abbildung 2.3: Ausschnitt des gemessenen Profils und der modellierten Hubschrauberbewegung. Letztere ist das Ergebnis der Tiefpassfilterung der Kurve zwischen Punkten lokaler Maxima im hochpassgefilterten Profil und ist für Werte $\lambda_{min} = 10, 35, 55, 100$ m gezeigt.

aufgrund der Wahl von λ_{min} nicht zu stark von dem ursprünglichen Profil abweichen. Bei der Wahl von λ_{max} sollten typische Breiten von Presseisrücken berücksichtigt werden. In den Laserprofilen wurden, je nach Winkel, in dem die Presseisrücken überflogen wurden, und je nachdem, wie stark deformiert das Eis war, bis zu 32 m breite Rücken beobachtet. Wellenlängen dieser Größenordnung sollten den Hochpassfilter passieren, da sie einen wichtigen Beitrag zur Oberflächenrauigkeit liefern. Weiterhin sollte die tiefpassgefilterte Kurve das ursprüngliche Profil nicht schneiden, da die Subtraktion der beiden Kurven sonst zu negativen Eishöhen führen würde. Trotz der Unterschiede, die sich durch verschiedene Werte von λ_{max} und λ_{min} in den einzelnen Schritten der Prozessierung ergeben, wie besonders in Abbildung 2.2 (a) deutlich wird, sind die Auswirkungen auf die endgültige Kurve der Hubschrauberbewegung gering. In Abbildung 2.3 sind die größten Unterschiede zwischen den Kurven für $\lambda_{min} = 10$ m und $\lambda_{min} = 100$ m erkennbar. Wie die obige Diskussion zeigt, sind diese Werte jedoch Extreme, die für die tatsächliche Prozessierung nicht verwendet wurden (der Wertebereich von λ_{min} lag zwischen 35 und 55 m). Die Unterschiede zwischen den Kurven für $\lambda_{min} = 35$ m und $\lambda_{min} = 55$ m sind in Abbildung 2.3 nur klein. Zusammenfassend zeigen diese Ergebnisse, dass das Prozessierungsverfahren robust gegenüber Veränderungen der Filterparameter ist.

Nach Subtraktion der tiefpassgefilterten Maxima-Kurve vom ursprünglichen Messprofil ergibt sich das Rauigkeitsprofil. Ein Beispiel ist in Abbildung 2.4 (a) gezeigt.

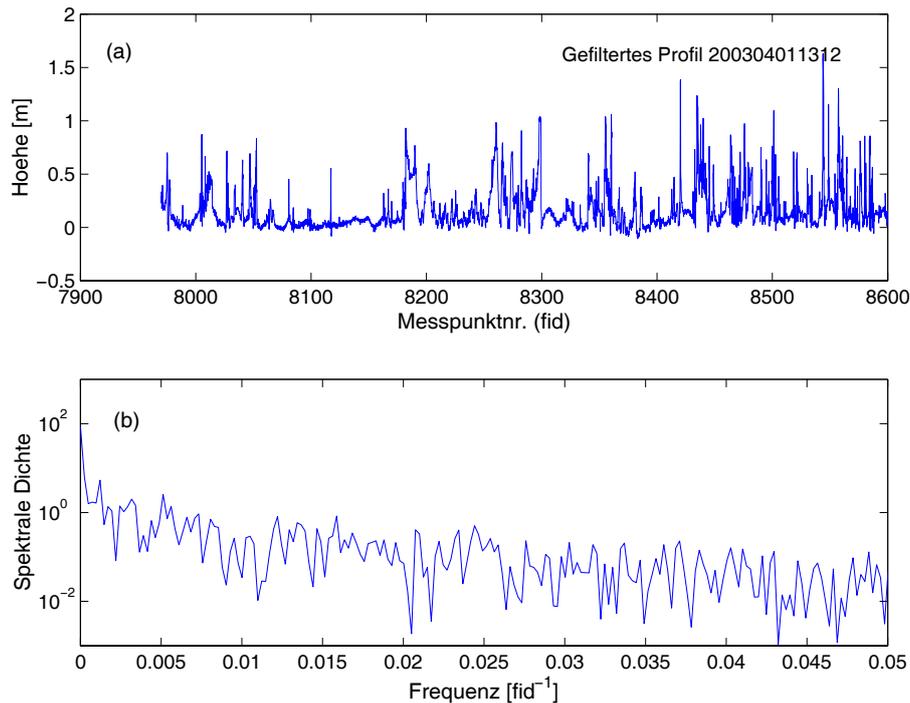


Abbildung 2.4: Prozessiertes Rauigkeitsprofil (a) und Ausschnitt aus dem niederfrequenten Teil des dazugehörigen Spektrums (b)

In Abbildung 2.4 (b) ist das Frequenzspektrum der gefilterten Kurve gezeigt. Ein Vergleich mit Abbildung 2.1 (b) bei Frequenzen unterhalb von 0,005 verdeutlicht, dass durch den Filterprozess der niederfrequente Anteil zum größten Teil aus dem Spektrum entfernt wurde.

2.1.2 Fehlerquellen

Im Rahmen der Präprozessierung ist eine manuelle Korrektur möglich. Unterschiedliche Personen, die die Prozessierung durchführen, bringen unterschiedliche manuelle Korrekturen an. Um zu testen, wie empfindlich das Programm zur Prozessierung auf diese manuellen Korrekturen reagiert, wurden Sensitivitätsstudien anhand eines Fluges vom 14.05.2006 durchgeführt. Als Referenz (Fall 0) diente das ohne manuelle Korrekturen erzeugte Profil. Zum Vergleich wurden in Fall (1) sehr viele manuelle Korrekturen angebracht, die dazu führten, dass die korrigierte Kurve sich der gemessenen möglichst gut anschmiegte. In Fall (2) wurden die Korrekturen so angebracht, dass die korrigierte Kurve stets oberhalb des gemessenen Profils lag, um durch die Subtraktion die Entstehung von negativen Eishöhen zu vermeiden. Diese beiden Fällen wurden als Extremfälle der Prozessierung ausgewählt. Die Auswirkungen der manuellen Prozessierung auf die mittlere Höhe des erzeugten Profils sowie auf Anzahl, mittlere Höhe und mittleren Abstand der in diesem Profil identifizierten Presseisrücken sind in Tabelle 2.1 zusammengefasst. Die größten Unterschiede ergeben sich für Fall (2) und die mittlere Höhe. Die Abweichungen bezüglich des nicht korrigierten Profils liegen bei 5,14%. Da die beiden untersuchten Fälle Extremfälle der Prozessierung darstellen, lassen sich die durch die manuelle Prozessierung bedingten Schwankungen in den Profilhöhen auf $\pm 5\%$ abschätzen. Bezüglich der

Tabelle 2.1: Auswirkungen der manuellen Prozessierung auf das resultierende Profil der Eishöhen. Es gelten folgende Bezeichnungen: μ : Mittlere Profilhöhe, N_R : Anzahl der vorhandenen Presseisrücken, μ_R : mittlere Höhe der Presseisrücken, dx_R : Mittlerer Abstand der Presseisrücken. Fall (0) ist das Referenzprofil, in Fall (1) wurden viele manuelle Korrekturen durchgeführt, und in Fall (2) erfolgten die Korrekturen so, dass das resultierende Profil möglichst wenig Punkte mit negativen Eishöhen enthielt. Die Zahlen in Klammern bei den Fällen (1) und (2) geben die prozentualen Unterschiede im Vergleich zum Referenzprofil an.

Fall	μ [m]	N_R	μ_R [m]	dx_R [m]
(0)	0.306	414	1.401	71.88
(1)	0.299 (-2.16%)	412 (-0.48%)	1.389 (-0.86%)	72.23 (+0.63%)
(2)	0.312 (+5.14%)	418 (+0.97%)	1.412 (+0.79%)	71.19 (+0.43%)

Presseisrücken ist der Schwankungsbereich mit $\pm 1\%$ wesentlich kleiner.

Die Bewegung des Hubschraubers beeinflusst die Bewegung der Messplattform, die an einem Seil befestigt ist und stellt somit eine Fehlerquelle dar. Zwei Arten der Bewegung beeinflussen die Abstandsmessungen des Lasers. Beim Nicken erfolgt die Bewegung um eine horizontale Achse senkrecht zur Flugrichtung, so dass sich die Spitze der zigarrenförmigen Messplattform vertikal nach oben und unten bewegt. Dieser Effekt tritt beispielsweise bei Geschwindigkeitsänderungen des Helikopters auf. Beim Rollen erfolgt die Bewegung um die Längsachse der Sonde. Durch Nicken um den Winkel α oder Rollen um den Winkel β wird die wahre Höhe des Lasers h über dem Boden überschätzt. Die gemessene Höhe ist dabei durch (Holladay *et al.*, 1997)

$$h' \approx \frac{h}{\cos(\alpha)\cos(\beta)} \quad (2.1)$$

gegeben. Wichtig hierbei ist, dass diese Größe proportional zur Flughöhe h ist. Während der Messungen betrug die Höhe des EM-Sensors über dem Boden etwa 15-20 m. Im Feld beobachtete Winkel lagen typischerweise wesentlich unterhalb von 10° . Ein Rollwinkel $\alpha = 10^\circ$ bewirkt bei einer Höhe von $h = 20$ m einen Fehler von $dh = h' - h = 0.31$ m, d.h. die wahre Höhe wird um 1.6% überschätzt. Damit ist dieser Fehler wesentlich größer als die Messgenauigkeit von 15 mm, das Rauschen des Lasers von ± 20 mm oder der Effekt der manuellen Prozessierung.

2.2 Eisdickendaten

Die Eisdicken wurden durch ein elektromagnetisches (kurz: EM) Induktionsverfahren gemessen (Kovacs *et al.*, 1987). Dabei wird ausgenutzt, dass das Meereis eine niedrigere elektrische Leitfähigkeit besitzt als das Meerwasser. Die Sendespule des Instrumentes erzeugt ein primäres Magnetfeld. Dieses induziert Wirbelströme im leitfähigen Salzwasser (Leitfähigkeit $\sigma = 2300 - 2900$ mS/m) (Haas *et al.*, 1997) unter dem Eis, sowie zu einem weit kleineren Teil im weniger leitfähigen Meereis ($\sigma = 0 - 50$ mS/m). Die Wirbelströme erzeugen ein Sekundärfeld, das von der Empfängerspule des Sensors registriert wird. Aus dem Verhältnis von Primär- und Sekundärfeld lässt sich der Abstand des Sensors von der Grenzfläche Eis-Ozean bestimmen. Mit dem Laseraltimeter wird gleichzeitig die Entfernung des Sensors zur

Eisoberfläche gemessen, so dass sich aus der Differenz die Dicke des Eises bestimmen lässt. Der Sensor wird bei zwei Frequenzen betrieben (112 und 3.6 kHz), ist 3.4 m lang und hat ein Gewicht von 120 kg. Die Messfrequenz beträgt 10 Hz, was bei einer Fluggeschwindigkeit des Helikopters von 60-80 Knoten einem Messpunktabstand von 3-4 m entspricht. Der Antennenfleck des Sensors (englisch „footprint“), d.h. der Durchmesser der Fläche unterhalb des Sensors, in der der Großteil des Sekundärfeldes erzeugt wird, beträgt ca. das 2,5-3fache der Höhe über dem Boden (Kovacs *et al.*, 1995; Reid *et al.*, 2006), d.h. für eine Flughöhe von 15 m etwa 37-40 m. Die gemessenen Eisdicken sind somit keine Punktmessungen, sondern werden von der gesamten innerhalb des footprint liegenden Topographie beeinflusst. Im Gegensatz zu den Laserdaten, die durch den kleinen footprint Information praktisch nur entlang einer Dimension, der Flugrichtung, enthalten, fließt in die Dickendaten Information eines breiten Streifens ein. So kann es vorkommen, dass ein Presseisrücken, der seitlich des überflogenen Profils liegt, in den Dickendaten erscheint, in den Laserdaten jedoch nicht.

Die Genauigkeit der Eisdickenbestimmung beträgt über ebenem Eis ca. 10 cm. Über deformierten Eis ist die Eisdickenbestimmung durch das elektromagnetische Induktionsverfahren wesentlich stärker fehlerbehaftet. So kann die Dicke von Presseisrücken um bis zu 50% unterschätzt werden (Haas *et al.*, 1997; Haas, 1998). Im Sommer stellt die Bildung von Süßwasserlinsen unter dem Eis eine zusätzliche Fehlerquelle für die Eisdickenbestimmung dar. Solche Schichten niedrigen Salzgehaltes führen zu einer Überschätzung der Eisdicke (Eicken, 1994; Eicken *et al.*, 2001).

Jedem Messpunkt von Laser und EM-Sonde wird eine Nummer zugeordnet, die sogenannte fid (fiducial number), die diesen Punkt eindeutig identifiziert. Zwei benachbarten Messpunkten der EM-Sonde werden zwei aufeinanderfolgende ganzzahlige fids zugeordnet. Da die Messfrequenz des Lasers um den Faktor 10 größer ist, werden den Messpunkten des Lasers fids zugeordnet, die in Zehntelschritten zählen. Zwischen zwei ganzzahligen fids liegen somit 10 Zehntelfids des Lasers. Um eine Zuordnung der Messpunkte zu geographischen Koordinaten zu ermöglichen, befindet sich auf der Messplattform zusätzlich ein GPS-Gerät, das zu jeder zehnten Messung der EM-Sonde die räumlichen Koordinaten des Sensors ermittelt. Zwischen zwei GPS-Koordinaten liegen 10 EM-Messpunkte und 100 Lasermessungen. Um für diese Punkte die geographischen Koordinaten zu bestimmen, wird stückweise linear zwischen den nächstgelegenen bekannten Koordinaten interpoliert. Das so entstandene Profil ist äquidistant bezüglich der fids, jedoch nicht notwendigerweise bezüglich der metrischen Abstände. Da man annimmt, dass sich die Geschwindigkeit des Helikopters zwischen zwei GPS-Messungen nicht ändert, können die Profile jedoch auch im metrischen Raum als äquidistant betrachtet werden.

2.3 Verwendete Datensätze

Vier unterschiedliche Datensätze, jeweils bestehend aus zeitgleichen Laser- und EM-Dickenprofilen, wurden in dieser Arbeit verwendet. Die Lage der Gebiete, in denen diese Datensätze gemessen wurden, ist in den Abbildungen 2.5 und 2.7 gezeigt. Die ersten drei Datensätze stammen aus unterschiedlichen Gebieten der Arktis, während der vierte Datensatz in der Ostsee gemessen wurde.

2.3.1 Laser- und Dickendaten der Messkampagne ARK XIX

Die Expedition ARK XIX (im Folgenden mit Ark19 bezeichnet) fand im März/April 2003 im Gebiet der Framstraße und der Barentssee mit dem Forschungsschiff *Polarstern* statt (Schauer und Kattner, 2004). Das untersuchte Gebiet ist in Abbildung 2.5 dargestellt und lässt sich grob in drei Regionen einteilen: Den Storfjord und die Barentssee südöstlich von Spitzbergen, sowie das Gebiet der Framstraße nordwestlich. Diese drei Gebiete sind in Abbildung 2.6 dargestellt. Die gemessenen Profile unterscheiden sich somit bereits regional, und es ist zu vermuten, dass auch die Rauigkeit des Eises in den einzelnen Gebieten unterschiedliche Merkmale aufweist.

2.3.2 Laser- und Dickendaten der Messkampagne ARK XX

Die Expedition ARK XX (im Folgenden mit Ark20 bezeichnet) fand im Juli/August 2004 im Gebiet der Framstraße mit dem Forschungsschiff *Polarstern* statt (Abb. 2.5). Die untersuchten Profile decken nur eine relativ kleine Region ab, und sind damit vermutlich recht homogen bezüglich der Rauigkeitseigenschaften. Die Daten dieser Messkampagne zeichnen sich dadurch aus, dass sie während des Sommers gemessen wurden. Aus diesem Grund war einerseits kaum dünnes Eis mehr vorhanden, und andererseits führten die Schmelzprozesse zur Ausbildung von Schmelztümpeln auf den Eisschollen. Die physikalischen Prozesse, die die Rauigkeit beeinflussen, unterscheiden sich damit grundlegend von denen des Winters.

2.3.3 Laser- und Dickendaten der Messkampagne GreenICE 2004

Die Messkampagne (im Weiteren mit Greenice04 bezeichnet) fand im Rahmen des europäischen Projektes *Greenlandic Arctic Shelf Ice and Climate Experiment (GreenICE)* im Mai 2004 nördlich von Grönland und Ellesmere Island statt (Abb. 2.5). Das untersuchte Gebiet zeichnet sich dadurch aus, dass Eis verstärkt an die Küste gedrückt wurde, und somit stark deformiert und sehr dick war.

2.3.4 Laser- und Dickendaten der Messkampagne IRIS 2003

Die Messkampagne fand im Rahmen des EU-Projektes IRIS (*ice ridging information for decision making in shipping operations*), im Folgenden mit Iris03 bezeichnet, im Februar 2003 sowohl in der nördlichen als auch in der westlichen Ostsee statt (Abb. 2.7). Das untersuchte Eis war relativ dünnes, überwiegend einjähriges Eis. Die Daten stellen eine vierte, unabhängige Eissituation dar.

In Abbildung 2.8 ist exemplarisch je ein Laserprofil der vier Datensätze gezeigt, und in Abbildung 2.9 sind die dazugehörigen Eisdickenprofile dargestellt.

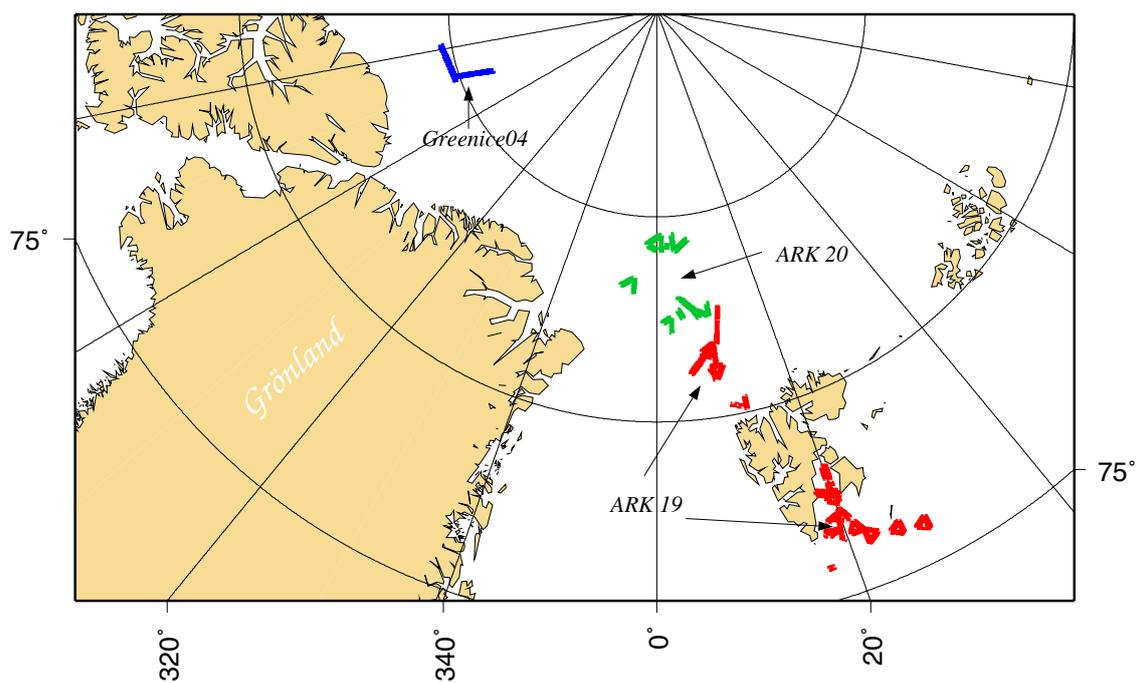


Abbildung 2.5: Karte der Messprofile der Kampagnen Ark19, Ark20 und Greenice04.

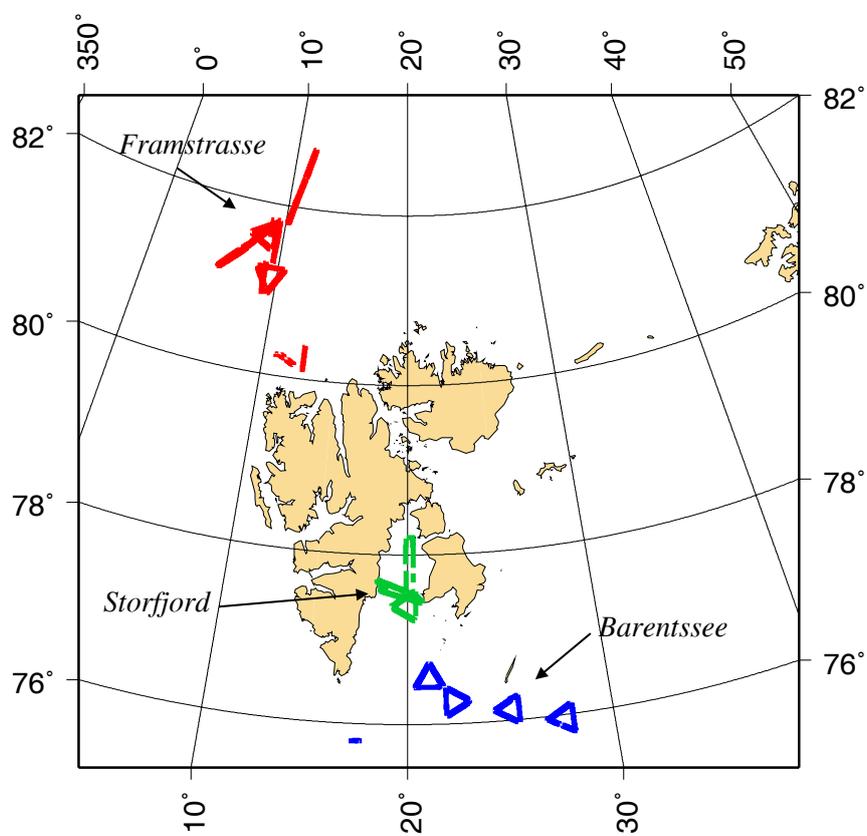


Abbildung 2.6: Messgebiete der Ark19-Kampagne.

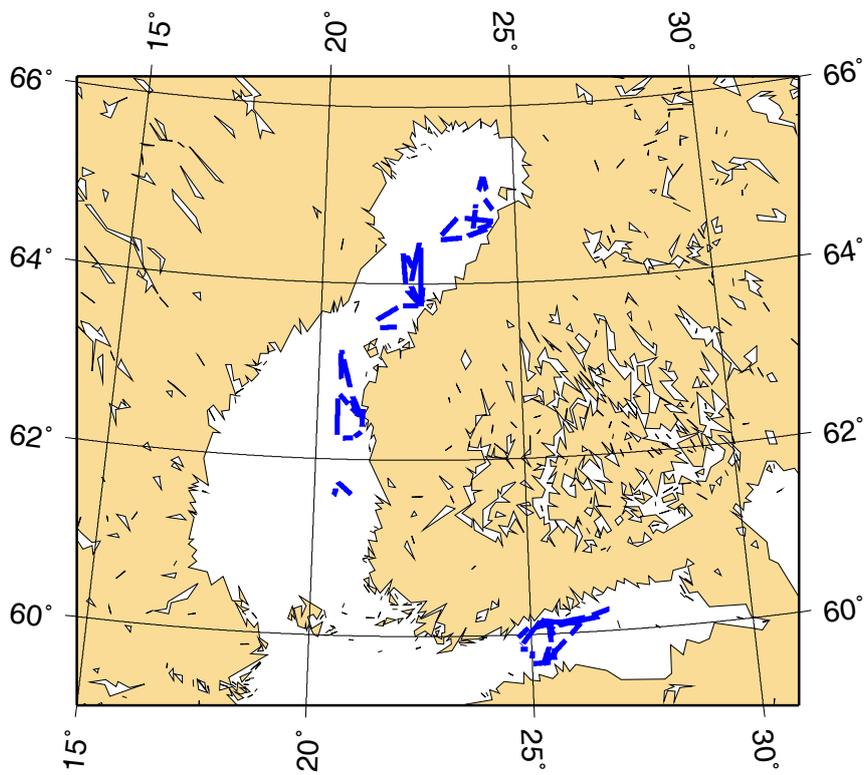


Abbildung 2.7: Karte der Profile der Messkampagne Iris 2003 in der Ostsee mit eingezeichneten Messflügen.

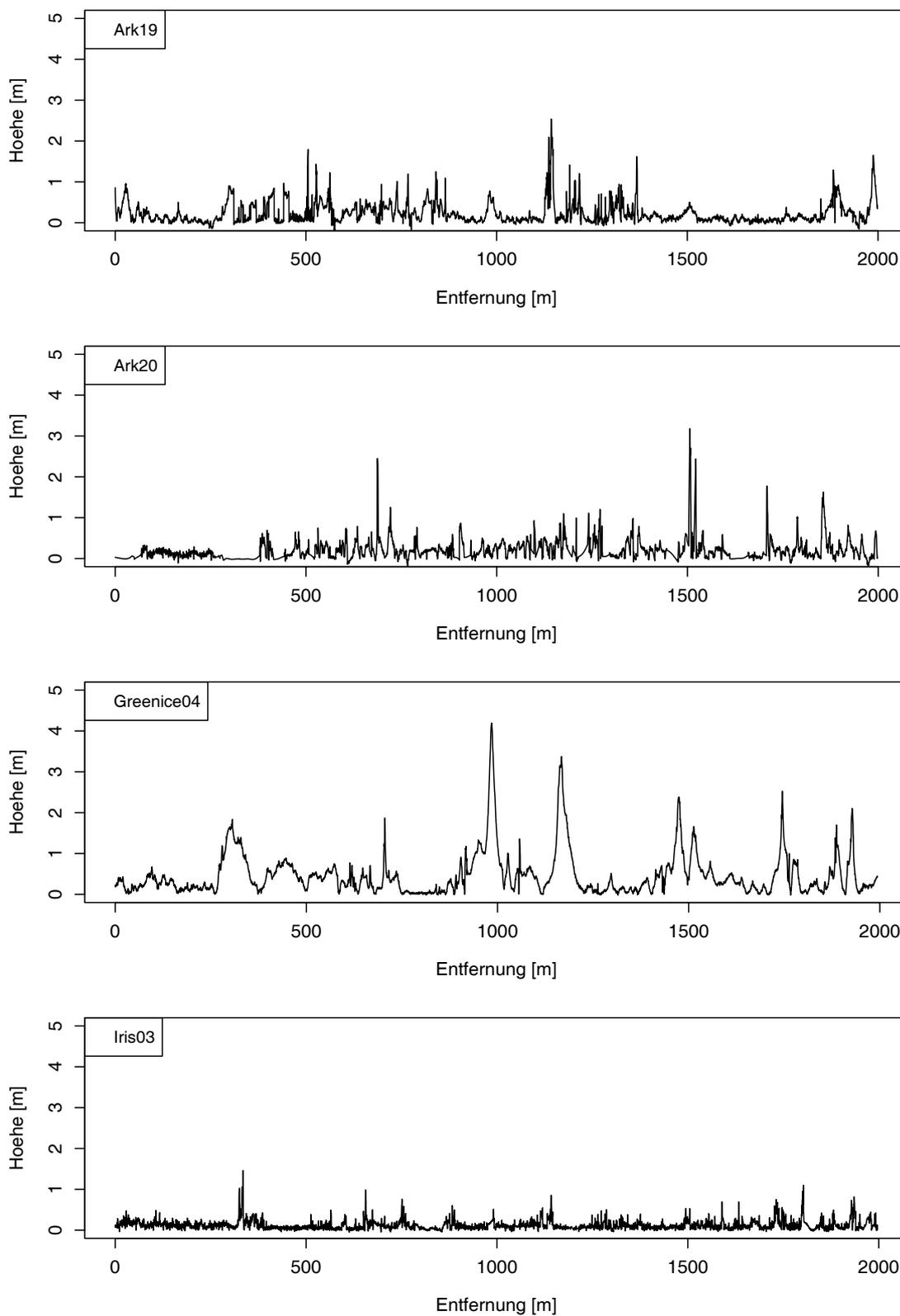


Abbildung 2.8: Beispiele für Laserprofile der vier untersuchten Datensätze.

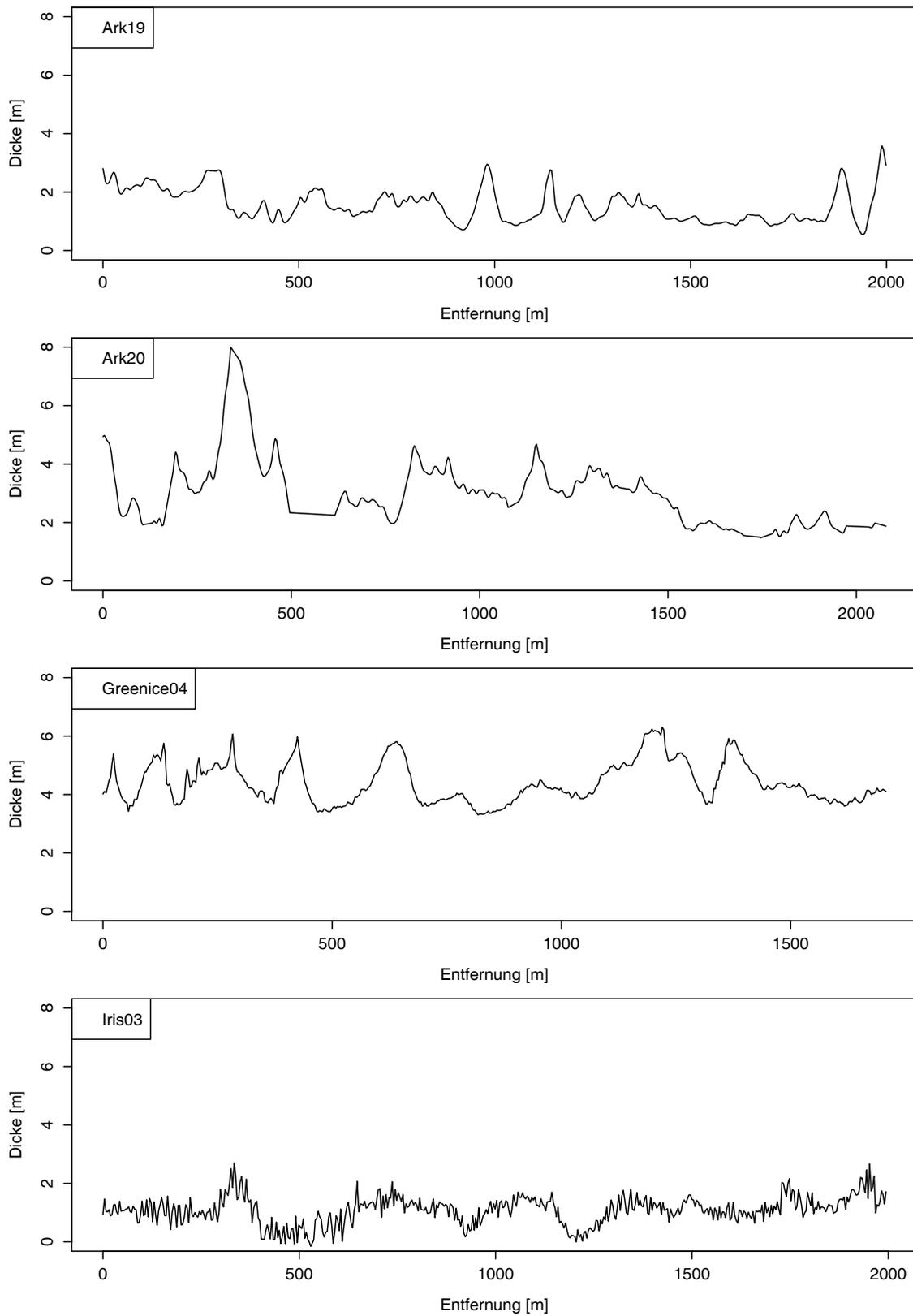


Abbildung 2.9: Beispiele für Eisdickenprofile der vier untersuchten Datensätze

Kapitel 3

Statistische Analyse der Eisrauigkeit

Ein Ziel der Arbeit bestand darin, eine Klassifizierung von Meereis aufgrund seiner Rauigkeit zu entwickeln. Dafür ist es erforderlich, die Rauigkeit genau zu definieren. Zu diesem Zweck wurden zunächst die statistischen Eigenschaften der Eisrauigkeitsprofile, d.h. der Oberflächenprofile des Lasers untersucht. Dafür wurden die vollständigen Profile analysiert, da sie Informationen über die Rauigkeit auf verschiedenen Skalen enthalten.

Ein Eisprofil wurde in dieser Arbeit als Zeitreihe betrachtet, d.h. als eine Abfolge von äquidistanten Messwerten. Jeder Messpunkt einer Zeitreihe ist eindeutig einem bestimmten Zeitpunkt zugeordnet. Im Fall der hier untersuchten Eisprofile erfolgte diese Zuordnung nicht zeitlich, sondern räumlich, d.h. jeder Messpunkt z wurde einem Punkt x entlang des Profils zugeordnet:

$$z = z(x).$$

Einige statistische Kennzahlen der gemessenen Laserhöhen z sind in Tabelle 3.1 für die vier Datensätze aufgeführt. Erkennbar ist, dass sich die einzelnen Regionen hinsichtlich der gemessenen Laserhöhen unterscheiden. Die größten Unterschiede ergeben sich dabei zwischen den Datensätzen Iris03 mit den niedrigsten Werten für Mittelwert, Median und Standardabweichung, und Greenice04 mit den höchsten Werten dieser drei Größen. Eine visuelle Inspektion der Amplitudenspektren der Laserprofile zeigt, dass die Amplituden aller Spektren im Frequenzbereich von ca. $0.1\text{-}2\text{ m}^{-1}$ stärker als $1/f$ mit der Frequenz f abfallen. In diesem Frequenzbereich weisen alle Spektren Potenzverhalten mit negativem Exponenten auf. Abbildung 3.1

Tabelle 3.1: Statistische Kennzahlen der gemessenen Laserhöhen in den vier untersuchten Datensätzen

Kampagne	Mittelwert [m]	St.abw. [m]	Median [m]	Max. [m]
Ark19	0.1623	0.2311	0.0891	6.1790
Ark20	0.1856	0.2382	0.1250	4.8960
Greenice04	0.4306	0.4766	0.2823	7.2340
Iris03	0.1026	0.1360	0.0660	5.4790

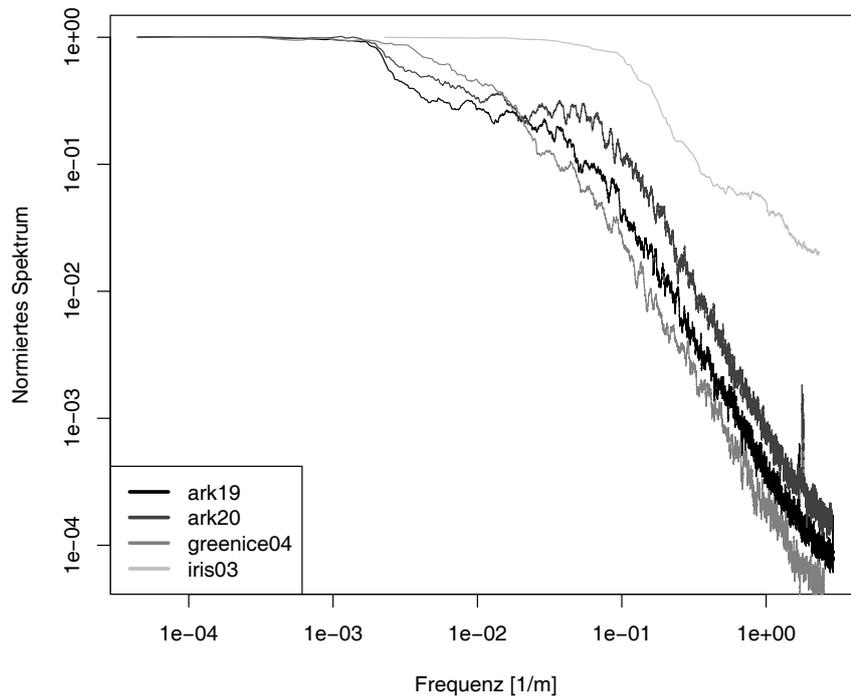


Abbildung 3.1: Geglättete Amplitudenspektren (Breite des Filters = 100 Punkte) für je ein Laserprofil der vier Datensätze

zeigt exemplarisch die geglätteten Amplitudenspektren je eines Laserprofils für jeden der vier Datensätze. Gut erkennbar ist eine Spitze im Spektrum des Ark20-Profiles bei einer Frequenz von ca. $1 m^{-1}$. Diese Spitze wurde für etwa 30% der Spektren beobachtet, und trat in allen vier Datensätzen auf. Die Frequenz von $1 m^{-1}$ entspricht einer Periode von ca. 3 Lasermessungen. Dieser Effekt wurde auch im Amplitudenspektrum eines Profilausschnittes von ausschließlich ebenem Eis beobachtet, wie Abbildung 3.2 zeigt. Dies deutet darauf hin, dass es sich um einen technischen Effekt handelt.

Während sich die Spektren der Profile von Ark19, Ark20 und Greenice04 stark ähneln, ist der Anteil der hohen Frequenzen im Spektrum des Iris03-Profiles wesentlich größer. Dies bestätigt den qualitativen Eindruck, den bereits ein visueller Vergleich der Laserprofile, wie in Abbildung 2.8 gezeigt, erzeugt. Die Rauigkeit des Iris03-Profiles erscheint auf kleinen Skalen wesentlich größer als die der drei anderen Profile. Das Spektrum des Greenice-Profiles besitzt für Frequenzen oberhalb von ca. $0.05 m^{-1}$ die niedrigsten Werte von allen vier Kurven. Andererseits sind die niedrigeren Frequenzen im Bereich $0.005-0.01 m^{-1}$ im Greenice-Profil stärker vertreten als in den beiden Arktis-Profilen. Damit enthält das Greenice-Profil mehr niedrigere Frequenzen, und weniger hohe Frequenzen als die Profile von Ark19 und Ark20.

Diese Beobachtungen lassen sich quantifizieren, indem die Steigung des Spektrums bestimmt wird. Aus Abbildung 3.1 wird deutlich, dass die Steigung der Spektren nicht konstant ist, sondern sich von kleinen zu großen Frequenzen stark ändert. Für den Vergleich der Steigungen unterschiedlicher Spektren ist es wichtig, zu wis-

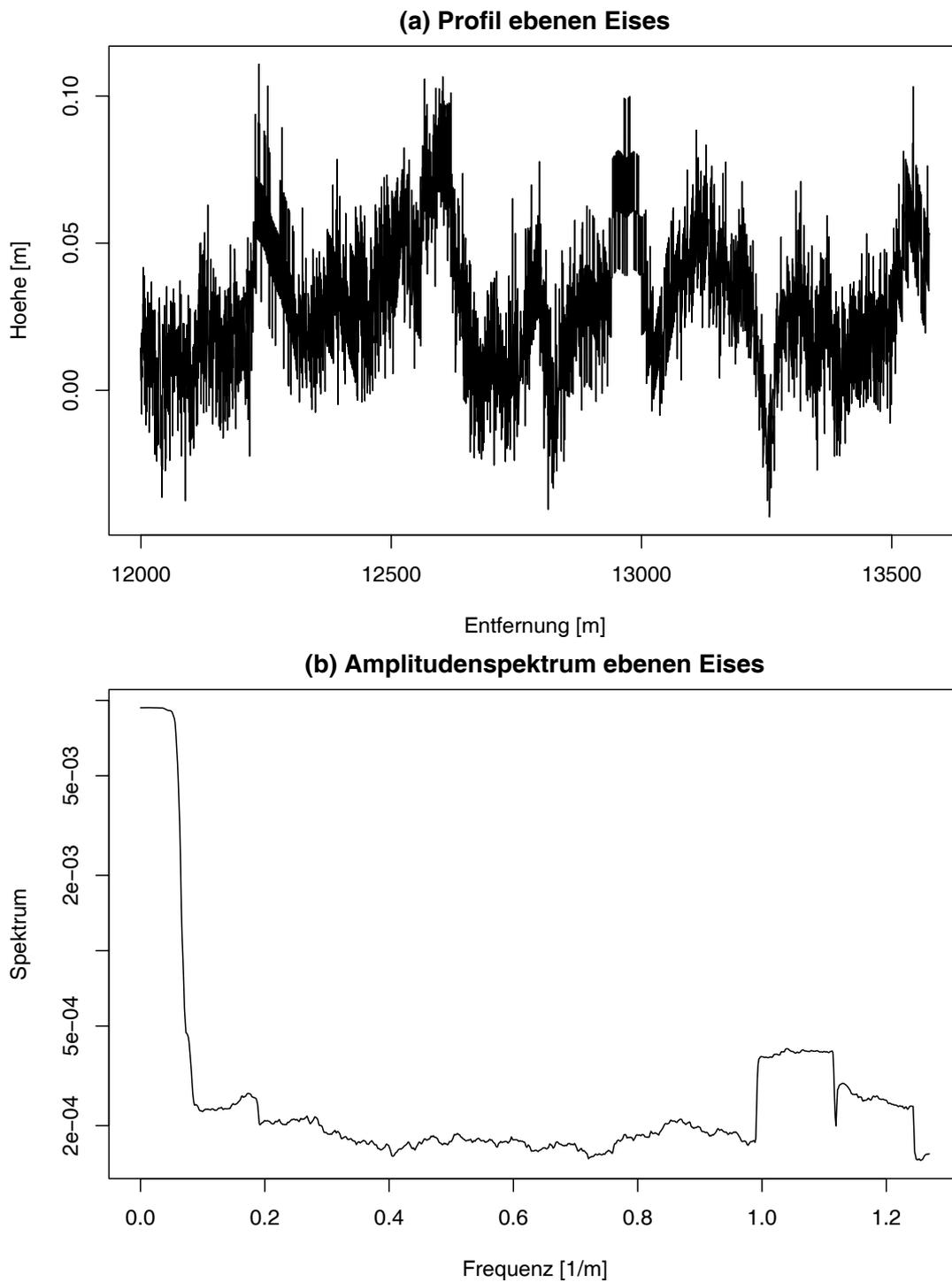


Abbildung 3.2: (a) Ausschnitt eines Laserprofils über ebenem Eis und (b) Amplitudenspektrum dieses Ausschnitts.

sen, für welchen Frequenzbereich die Steigung berechnet wurde. In Abschnitt 3.2 wird ein Verfahren beschrieben, mit dem sich die Punkte bestimmen lassen, an denen sich die Steigung ändert. Um an dieser Stelle einen ersten Überblick über die Unterschiede zwischen den Spektren der vier Datensätze zu erhalten, wurden für alle Profile der untersuchten Datensätze die Steigungen der Spektren über den gesamten Frequenzbereich durch lineare Regression im doppeltlogarithmischen Diagramm bestimmt. Dafür wurden alle Punkte mit Ausnahme der ersten 20 Werte verwendet. Bei diesem Verfahren wurde bewusst in Kauf genommen, dass mehrere Frequenzbereiche mit unterschiedlichen Steigungen vermischt wurden. Um eine Vergleichbarkeit der so ermittelten Steigungen zu gewährleisten, wurden nur diejenigen Spektren berücksichtigt, bei denen die lineare Regression 95% oder mehr der Beobachtungen annähern konnte. Die Verteilungen der so ermittelten Steigungen der Spektren sind in Abbildung 3.3 gezeigt. Zur besseren Übersichtlichkeit sind die Verteilungen der Absolutbeträge der Steigungen gezeigt. Die tatsächlichen Steigungen aller Spektren sind negativ. In dieser Darstellung wird deutlich, dass die Steigungen aller Iris-Spektren wesentlich kleiner sind als die der Spektren der restlichen Datensätze. Die größten Werte der Steigung ergeben sich für Spektren der Datensätze Ark20 und Greenice04. Für den Ark19-Datensatz liegen die Werte im mittleren Bereich und umfassen einen sehr großen Wertebereich.

3.1 Stationarität

Eine wichtige Eigenschaft von Zeitreihen ist ihre Stationarität bzw. Nichtstationarität. Für eine Zeitreihe $z(x)$ bedeutet Stationarität, dass die Momente (Potenzmomente) unabhängig von einer Vergrößerung des Zeitreihenintervalls $m \cdot \Delta x$ sind (Schönwiese, 1985, Kapitel 2.6). Dies bedeutet, dass ab einem nicht zu kleinen Intervall $m \cdot \Delta x$ die Momente invariant sind. Anders ausgedrückt besagt Stationarität, dass sich die statistischen Eigenschaften von Teilintervallen einer Zeitreihe von einem Intervall zum nächsten nicht signifikant ändern. Dies bedeutet insbesondere, dass Mittelwert und Autokorrelation von Teilintervallen translationsinvariant sind, d.h. dass sie sich nicht signifikant ändern, wenn sich der Startpunkt des Intervalls verschiebt (Bendat und Piersol, 1986, Abschnitt 1.3.4). Für nichtstationäre Zeitreihen sind diese statistischen Eigenschaften nicht translationsinvariant. Beispiele für nichtstationäre Datenreihen sind Zeitreihen mit zeitlich variablem Mittelwert oder zeitlich variierender Frequenz. Da insbesondere viele geowissenschaftliche Zeitreihen häufig nichtstationär sind (Schönwiese, 1985), wurden die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Daten auf Stationarität geprüft. Dazu wurden zwei Methoden verwendet, die beide die Variabilität des Mittelwertes prüfen. Lassen die Ergebnisse Stationarität vermuten, so können die höheren Momente geprüft werden.

Im ersten Fall wurden die Mittelwerte von Teilintervallen untersucht, im zweiten wurde ein sogenannter „Reverse Arrangements Test“ durchgeführt. Bei beiden Verfahren wurde jede Datenreihe in N gleich lange Intervalle geteilt. Dabei wurden die Daten jedes Intervalls als unabhängig betrachtet. Im ersten Test wurde untersucht, wie stark die Mittelwerte der einzelnen Intervalle bezüglich eines Mutungsbereiches schwanken (Schönwiese, 1985). Beim zweiten Verfahren wurde die Abfolge der Intervallmittelwerte auf Unabhängigkeit untersucht, indem auf das Vorhandensein eines Trends dieser Mittelwerte getestet wurde. Lässt sich kein Trend nachweisen, so kann die Zeitreihe als stationär betrachtet werden. Für jeden Intervallmittelwert

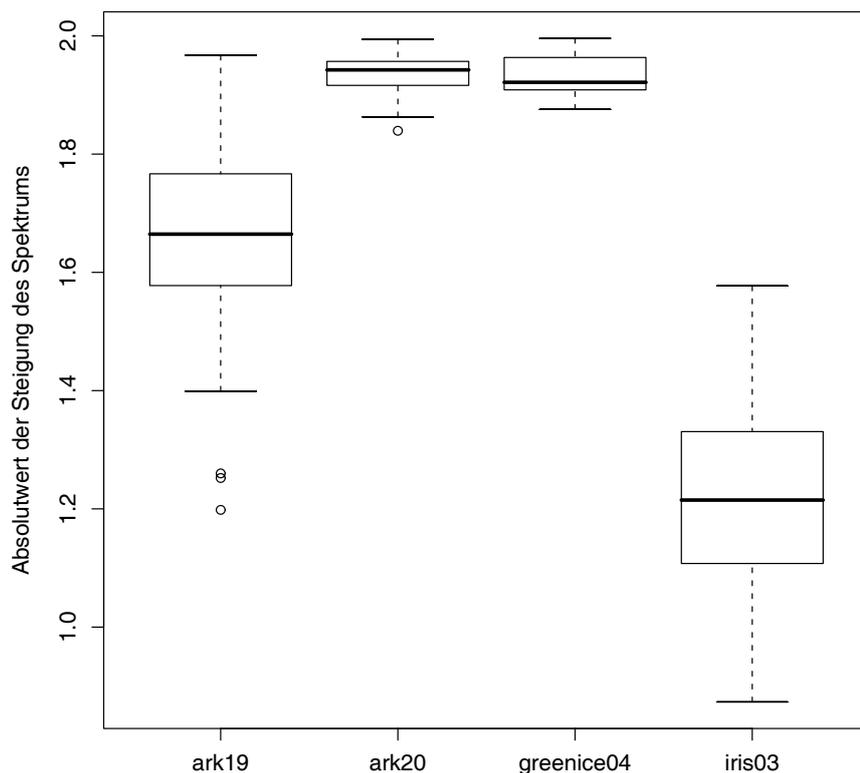


Abbildung 3.3: Verteilungen der Beträge der Steigungen der Spektren der vier Datensätze. Die durchgezogene waagerechte Linie in der Mitte jedes Kästchens markiert den Median, untere und obere Grenze des Kästchens das 1. (25%) bzw. 3. (75%) Quartil. Die gestrichelten vertikalen Linien ober- und unterhalb des Kästchens illustrieren die Streuung des gesamten Datensatzes. Punkte, die sich außerhalb befinden, sind durch Kreise als „Ausreißer“ gekennzeichnet und befinden sich weiter als das Eineinhalbfache des Abstandes zwischen 1. und 3. Quartil vom oberen oder unteren Ende des Kästchens. Gezeigt sind nur Punkte, für die das Regressionsmodell $\geq 95\%$ der Beobachtungen erklären konnte.

$\bar{z}_i(x)$, $i = 1, 2, \dots, N$ wurde gezählt, wie oft $\bar{z}_i(x) > \bar{z}_j(x)$ für $i < j$ war. Diese Ungleichheiten werden als reverse arrangements bezeichnet. Falls $z(x)$ eine stationäre Zufallsvariable ist, so ist in den Intervallmittelwerten kein Trend nachweisbar und die Summe aller reverse arrangements ist eine Zufallsvariable A , deren Mittelwert und Varianz durch

$$\mu_A = \frac{N(N-1)}{4} \quad \sigma_A^2 = \frac{N(2N+5)(N-1)}{72}$$

gegeben sind (Bendat und Piersol, 1986). Die Verteilung der Größe A lässt sich daher verwenden, um die Hypothese zu testen, dass die einzelnen Intervallmittelwerte unabhängige Realisierungen einer Zufallsvariable sind und keinen Trend aufweisen. Liegt die Größe A außerhalb des Akzeptanzbereichs der Verteilung von A

$$A_{N;1-\alpha/2} < A \leq A_{N;\alpha/2}$$

unter dieser Hypothese, so wird diese abgelehnt. Die Zeitreihe wird dann als nichtstationär betrachtet, da die Intervallmittelwerte nicht als unabhängig angesehen werden können, sondern einen Trend aufweisen.

Die Ergebnisse des ersten Tests ließen für alle Datensätze auf Nichtstationarität bezüglich der Mittelwerte der Profile schließen. Der zweite Test ergab, dass bei 60-80% der Profile Mittelwertstationarität angenommen werden kann. Die großen Unterschiede zwischen den Ergebnissen der beiden Tests verdeutlichen, dass diese unterschiedlich empfindlich bezüglich der Nichtstationarität der Daten reagieren. Der erste Test setzt zudem approximativ eine Normalverteilung voraus (Schönwiese, 1985, Abschnitt 11.1). Der Reverse-Arrangements-Test hat dagegen den Vorteil, dass keine Annahmen bezüglich der Verteilung der Punkte der Zeitreihe gemacht werden. Da für keinen der untersuchten Datensätze Stationarität für sämtliche Profile nachgewiesen werden konnte, wurden alle in dieser Arbeit verwendeten Zeitreihen als nichtstationär angesehen.

3.2 Fraktale Eigenschaften

Klassische, glatte Kurven und Oberflächen zeichnen sich dadurch aus, dass ihre Struktur auf großen Skalen sehr komplex sein kann, sich auf kleinen Skalen jedoch auf Geraden oder Ebenen zurückführen lässt. Diese Kurven und Flächen lassen sich durch Methoden der Differentialgeometrie beschreiben. Im Gegensatz dazu sind fraktale Kurven und Flächen auf jeder Skala rau, besitzen also unendlich viel Detail (Peitgen und Saupe, 1988), und lassen sich nicht mithilfe von Differentialgeometrie beschreiben. Fraktale lassen sich in zwei Hauptgruppen unterteilen: Deterministische Fraktale, die prinzipiell aus herunterskalierten und gedrehten Kopien von sich selbst bestehen, sowie zufällige Fraktale, die sich für die Beschreibung von natürlichen Flächen und Kurven besonders eignen. Insbesondere lassen sich auch nichtstationäre Prozesse durch Fraktale beschreiben. Fraktale werden anhand ihrer Eigenschaften bei Skalentransformationen charakterisiert: Isotrope Fraktale sind *selbstähnlich*, d.h. invariant unter isotropen Transformationen. Natürliche Oberflächen sind häufig invariant unter anisotropen Transformationen und gehören damit der allgemeineren Klasse der *selbstaffinen* Fraktale an. Ein gutes Beispiel hierfür ist eine Küstenlinie, die auf zwei Karten mit unterschiedlicher Vergrößerung ähnlich aussieht. Mit bloßem

Auge lässt sich nicht feststellen, welche der Karten den besseren Maßstab besitzt. Die statistischen Eigenschaften der Küstenlinien sind für beide Maßstäbe gleich.

Um fraktale Eigenschaften von nichtstationären geologischen oder Meereisprofilen zu beschreiben, haben zahlreiche Autoren den Hurst-Parameter untersucht (Rothrock und Thorndike, 1980; Bishop und Chellis, 1989; Key und McLaren, 1991; Barabasi und Stanley, 1995; Shepard *et al.*, 2001). Diese Größe beschreibt das Verhalten eines Profils oder einer Oberfläche unter Skalentransformationen. Für ein selbstaffines Profil $z = z(x)$ weist die Varianz der Höheninkremente $\Delta z = z(x + \Delta x) - z(x)$ zwischen Profilverpunkten eines horizontalen Abstands Δx Potenzverhalten auf:

$$\text{Var}(\Delta z) \sim \Delta x^{2H} \quad . \quad (3.1)$$

Der Exponent H heißt Hurst-Exponent ($0 \leq H \leq 1$). Im Allgemeinen skalieren die horizontale und die vertikale Achse mit unterschiedlichen Faktoren. So wächst für $H < 1$ die vertikale Skala (Δz) langsamer als die horizontale (Δx), so dass das Profil zu großen Skalen hin abflacht. Für $H = 1$ heißt ein Profil selbstähnlich. Horizontale und vertikale Achse skalieren in diesem Fall mit dem gleichen Faktor (isotrope Transformation). Für den Spezialfall der Brown'schen Bewegung gilt $H = 1/2$. Ein Profil, dessen Spektrum sich durch ein Potenzgesetz mit einem Exponenten p beschreiben lässt, besitzt einem Hurst-Exponenten von $H = -(p + 1)/2$. In diesem Fall kann der Hurst-Exponent äquivalent auch aus der Steigung des Graphen in einem doppeltlogarithmischen Diagramm des Spektrums, wie in Abbildung 3.1 gezeigt, bestimmt werden. Der Hurst-Exponent ist mit der fraktalen Dimension d_f über folgende Beziehung verknüpft:

$$d_f = \begin{cases} 2 - H & \text{für Profile} \\ 3 - H & \text{für Oberflächen} \end{cases} \quad (3.2)$$

Für ideale Fraktale gilt die Beziehung (3.1) für alle möglichen horizontalen Abstände Δx . Natürliche Oberflächen weisen jedoch häufig nur für einen begrenzten Bereich fraktales Verhalten auf (Bishop und Chellis, 1989; Dierking, 1999; Shepard *et al.*, 2001). Auf Skalen, die größer als eine bestimmte Länge sind, sind solche Oberflächen oder Profile häufig nicht mehr fraktal. In anderen Fällen ändern sich die fraktalen Eigenschaften ab einer bestimmten Skala. Die Untersuchung der Amplitudenspektren in Abschnitt 3 zeigte, dass Potenzverhalten der Spektren für unterschiedliche Profile in unterschiedlichen Frequenzbereichen auftrat (vgl. Abbildung 3.1). Zudem änderte sich das Potenzverhalten und damit die fraktalen Eigenschaften der Eisprofile in unterschiedlichen Frequenzbereichen (in Abbildung 3.1 wird dies besonders für die Spektren der Ark19- und Ark20-Profile deutlich). Da das Potenzverhalten am stärksten ausgeprägt für hohe Frequenzen, d.h. kleine räumliche Skalen war, wurde das fraktale Verhalten der Profile auf kleinen Skalen untersucht. Zusätzlich wurde geprüft, auf welchen Skalen eine Änderung des fraktalen Verhaltens auftrat.

Für diese Fragestellung eignet sich zur Bestimmung der fraktalen Dimension und insbesondere des Punktes einer Änderung der fraktalen Eigenschaften die Methode nach Gleichung 3.1 und 3.2 besser als die Bestimmung der Steigung des Amplitudenspektrums. Dies liegt daran, dass im doppeltlogarithmischen Diagramm der Spektren die kleinen Skalen den hohen Frequenzen entsprechen und somit im Bereich hoher Frequenzen des Spektrums liegen. Ein Knickpunkt bei kleinen Skalen lässt sich in dieser Darstellung schwer identifizieren. In Gleichung 3.1 wird dagegen die Steigung aus einer Regression der Varianz von Δz gegen unterschiedliche

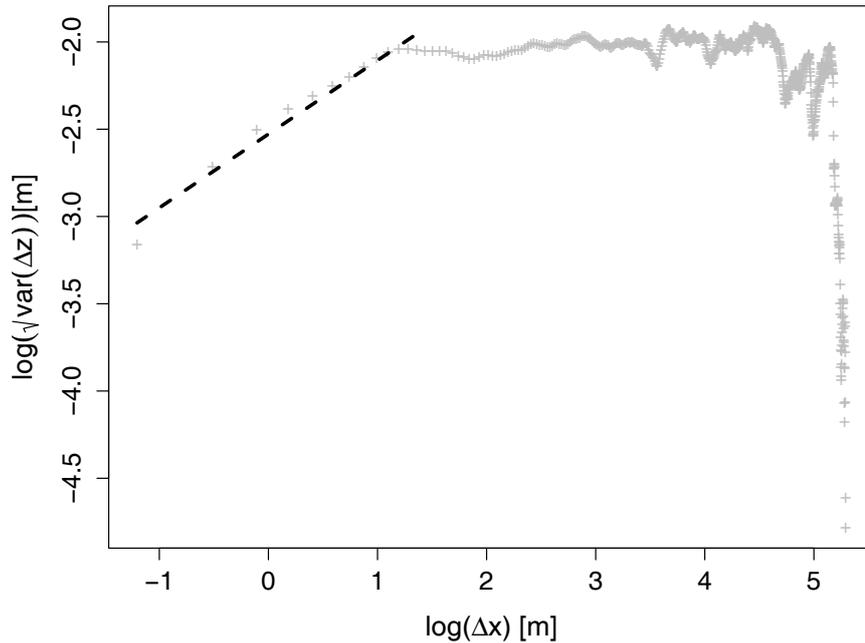


Abbildung 3.4: Varianz von Δz in Abhängigkeit des horizontalen Abstands Δx (graue Kreuze). Die schwarze, gestrichelte Kurve ist die Regressionsgerade bis zum Knickpunkt bei 3.9 m, die eine Steigung von $H = 0.42$ hat.

horizontale Abstände Δx bestimmt. Kleine Skalen liegen am linken Rand und sind somit graphisch besser aufgelöst. Insbesondere eine Änderung der Steigung bei kleinen Skalen ist hier leichter zu erkennen. Dies ist in Abb. 3.4 für ein typisches Laserprofil der Eisoberfläche gezeigt. Für kleine Skalen bis hin zu einem bestimmten Punkt ist ein Potenzverhalten erkennbar. An diesem Punkt ändert sich die Steigung der Kurve. Die Skala, auf welcher der Knickpunkt liegt, kann ein Indiz dafür sein, dass sich die äußeren Prozesse, die die Oberfläche formen und beeinflussen, auf dieser Skala ändern (Shepard *et al.*, 2001). Ein Vergleich dieses Parameters für Profile unterschiedlicher Entwicklungs- oder Deformationsstadien (z.B. ein Vergleich von Profilen aus dem Sommer und dem Winter) bietet die Möglichkeit zu prüfen, ob sich dies für die Eisprofile nachweisen lässt. In diesem Fall ließe sich die Skala des Knickpunktes verwenden, um Schlussfolgerungen auf die äußeren Prozesse, die die Rauigkeit beeinflussen, zu ziehen.

Um den Knickpunkt zu bestimmen, wurde eine gleitende lineare Regression der Daten berechnet. Ausgehend von den ersten drei Profildaten wurde in jedem Schritt ein weiterer Datenpunkt hinzugenommen. In jedem Schritt wurde die Güte der Regression durch den Faktor R^2 gemessen, der angibt, wie gut das Regressionsmodell die beobachteten Werte annähert. Als Knickpunkt wurde der letzte Punkt definiert, für den $R^2 \geq 95\%$ erfüllt war. Abbildung 3.5 zeigt die regionale Variation der fraktalen Dimension und des Knickpunktes für 2 km lange Laserprofile. Dargestellt sind Werte für die vier untersuchten Messkampagnen. Bei beiden Größen wird die größte Streuung der Werte für den Datensatz Ark19 beobachtet. Sowohl bei den Ark19- als auch bei den Iris03-Daten sind in der Verteilung der Skala des Knickpunk-

tes sehr viele Ausreißer mit großen Werten vorhanden, die weiter als das 1,5-Fache des Abstands zwischen 25%- und 75%-Quantil von letzterem entfernt sind. Dabei ist zu beachten, dass diese beiden Datensätze wesentlich mehr Elemente enthalten als die von Greenice04 und Ark20. Die fraktale Dimension weist für die Kampagnen Ark19 und Iris03 ähnliche Werte von 25%-, 75%-Quantil und Median auf. Die fraktale Dimension für die Profile der Kampagnen Ark20 und Greenice04 nimmt im Vergleich dazu überwiegend niedrigere Werte an. Die größten Unterschiede sind zwischen den Medianwerten der Kampagnen Ark19 und Ark20 erkennbar. Die Sommerexpedition (Ark20) hat einen wesentlich niedrigeren Medianwert als die Winterexpedition (Ark19). Andererseits sind die Verteilungen für die Datensätze Ark20 und Greenice04 gleich (ein Kolmogorov-Smirnov-Test belegt Gleichheit auf dem 1% Signifikanzniveau). Da die Greenice04-Kampagne ebenso wie Ark19 im Winter stattfand, können keine Rückschlüsse auf generelle saisonale Unterschiede der fraktalen Dimension gezogen werden.

Die Skalen des Knickpunktes in den verschiedenen Regionen weisen stärkere Unterschiede auf. Die beiden Arktis-Expeditionen (Ark19 und Ark20) haben für diesen Parameter recht ähnliche Verteilungen. Der Median der Ark20-Daten liegt nur leicht oberhalb des Ark19-Wertes. Die Werte der Ostseekampagne (Iris03) sind dagegen wesentlich niedriger als diejenigen der Arktis, während der Median der Lincoln-Sea-Daten (Greenice04) von allen vier Datensätzen am größten ist. Diese Unterschiede sind in Tabelle 3.2 zusammengefasst. Zusammenfassend weisen alle untersuchten Profile fraktales Verhalten auf kleinen Skalen bis hin zu einigen Metern auf. Ein Vergleich der Mittelwerte und Medianwerte zeigt, dass sich die Knickpunkte der Greenice- und der Iris-Kampagne am stärksten unterscheiden. Die Greenice-Daten weisen fraktales Verhalten typischerweise auf Skalen bis hin zu 20 m auf, die Iris-Daten hingegen nur für wesentlich kleinere Skalen (kleiner als 5 m). Dieser Unterschied in den Skalen bestätigt die Beobachtung, dass die Greenice-Daten auf einer größeren Skala rau erscheinen als die Iris-Daten, die sich durch die Analyse der Amplitudenspektren und durch visuellen Vergleich von Profilen der beiden Datensätze (vgl. Abbildung 2.8) ergab. Die Skala des Knickpunktes eignet sich somit, um Skalen der Rauigkeit zu identifizieren.

Die Unterschiede zwischen den Skalen der beiden Arktis-Datensätzen sind nur klein. Dies ist bemerkenswert, da eine Kampagne im Winter stattfand und die andere im Sommer. Im Sommer führen Schmelzprozesse und die Ausbildung von Schmelztümpeln auf den Eisschollen zu einer Glättung der Eisoberfläche. Die Beobachtung, dass sich die mit dem Laser gemessenen Rauigkeiten von Sommer- und Winterreis weniger stark unterscheiden als vermutet lässt sich möglicherweise darauf zurückführen, dass die Oberflächenrauigkeit im Winter durch eine Schneeeauflage verändert wird. Der Laser wird an der Grenzfläche Schnee-Luft reflektiert und misst somit bei schneebedecktem Eis die Rauigkeit des Schnees, nicht die des Eises. Die Schneeeauflage wirkt jedoch glättend, da der Schnee Lücken zwischen Eisblöcken auffüllt.

3.3 Großskalige Rauigkeit: Presseisrücken

In einer Analyse der Rauigkeit spielt die Skala, auf der diese untersucht wird, eine wichtige Rolle. Die Rauigkeit einer Oberfläche kann sich auf unterschiedlichen Skalen ändern. Die in dieser Arbeit untersuchten Laserdaten wurden im Abstand von 30-40 cm gemessen und lösen somit die Rauigkeit auf kleinen Skalen auf. Während

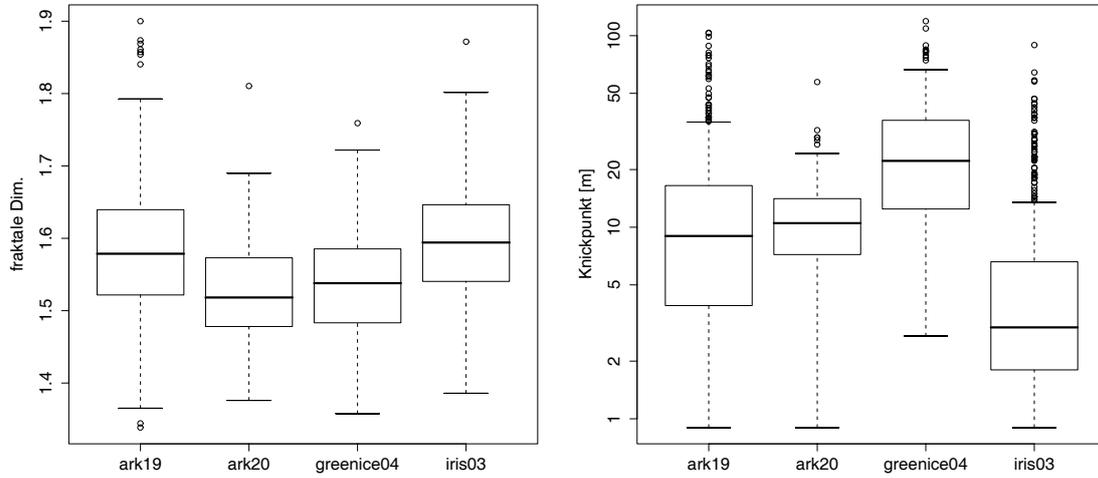


Abbildung 3.5: Beobachtete Verteilungen von fraktaler Dimension (links) und Skala des Knickpunktes (rechts) bei 2 km langen Profilen für die vier untersuchten Regionen in Form von Boxplots analog zu Abbildung 3.3.

Tabelle 3.2: Regionale Variation von fraktaler Dimension und Skala des Knickpunktes

Fraktale Dim. d_F	Min.	1. Quartil	Median	Mittelwert	3. Quartil	Max.
Ark19	1.39	1.52	1.57	1.58	1.64	1.90
Ark20	1.38	1.48	1.52	1.53	1.57	1.81
Greenice04	1.36	1.48	1.54	1.54	1.59	1.76
Iris03	1.39	1.54	1.60	1.60	1.65	1.87
Knickpunkt [m]	Min.	1. Quartil	Median	Mittelwert	3. Quartil	Max.
Ark19	0.90	3.90	9.00	13.40	16.50	103.50
Ark20	0.90	7.20	10.50	11.66	14.10	57.30
Greenice04	2.70	12.45	22.20	29.21	36.15	119.10
Iris03	0.90	1.80	3.00	6.78	6.45	89.40

die fraktale Dimension im letzten Abschnitt für Skalen von der Größenordnung einiger Meter untersucht wurde, beschreibt dieser Abschnitt die Rauigkeit auf größeren Skalen. Dies ist insbesondere dadurch motiviert, dass satellitengetragene Fernerkundungssensoren wie beispielsweise SAR sehr viel größere Skalen erfassen als ein Laseraltimeter. Um die von diesen Sensoren abgebildete Rauigkeit zu untersuchen, müssen deshalb größere Skalen berücksichtigt werden.

Presseisrücken stellen die größten und für das Auge auffälligsten Rauigkeitselemente des Meereises dar, und wurden aus diesem Grunde in der Vergangenheit ausführlich studiert (u.a. Hibler *et al.* (1972); Mock *et al.* (1972); Wadhams (1980); Comiso *et al.* (1991); Dierking (1995); Lensu (2003)). Sie entstehen, wenn zwei Eisschollen gegeneinandergedrückt werden. Durch diese Krafteinwirkung zerbricht das Eis am Rand und die Bruchstücke türmen sich vertikal auf. Das durch diesen Prozess auf der Oberseite aufgehäufte Eis wird als Segel des Presseisrückens bezeichnet, während sich an der Eisunterseite entsprechend ein Kiel ausbildet. Wie die Ergebnisse aus Abschnitt 3.7 zeigen, befindet sich ein solcher Kiel jedoch nicht immer direkt unterhalb des Segels. Presseisrückensegel können Höhen von typischerweise 2 m erreichen. In Ausnahmefällen wurden jedoch auch Höhen von ca. 8-10 m beobachtet. Damit sind Presseisrücken großskalige Rauigkeitsmerkmale, die auch in Fernerkundungsdaten identifiziert werden können. Aus diesem Grunde ist es von besonderem Interesse, ihre Eigenschaften zu untersuchen. Um Verwechslungen mit Rauigkeitsmerkmalen wie z.B. Schneesverwerfungen (Sastrugi) zu vermeiden, die nicht durch die Deformation des Eises bedingt sind, wurden in den Laserprofilen nur Presseisrücken berücksichtigt, deren Segelhöhe größer als ein Schwellwert (englisch „cutoff“) ist. Die Wahl dieses Schwellwertes muss zwei Dinge berücksichtigen. Einerseits muss die Höhe größer sein als typische Höhen von Rauigkeitselementen, die nicht durch Deformation entstanden sind. Andererseits sollte der Schwellwert klein genug sein, um noch genügend viele Presseisrücken zu detektieren. In Untersuchungen von Presseisrücken in der Ostsee wurden in der Vergangenheit u.a. cutoff-Höhen der Segel zwischen 30 und 50 cm (Similä *et al.*, 1992; Leppäranta *et al.*, 1990) verwendet, und für antarktisches Meereis Werte zwischen 75 und 91 cm verwendet (Granberg und Leppäranta, 1990; Lytle und Ackley, 1991). In Anlehnung an die Untersuchung von Dierking (1995) wurde in dieser Arbeit ein Schwellwert von 80 cm Segelhöhe verwendet.

In den Laserdaten wurde ein Presseisrückensegel durch das Rayleigh-Kriterium bestimmt (Wadhams und Davy, 1986). Dieses identifiziert ein lokales Maximum als einen Presseisrücken bzw. dessen Segel, wenn sich zu beiden Seiten innerhalb eines Fensters festgelegter Breite Punkte finden lassen, deren Höhe kleiner als die Hälfte des Maximums ist. Durch das Rayleigh-Kriterium wird sichergestellt, dass mehrere Maxima eines breiten Segels nicht als mehrere Rücken gezählt werden. Abbildung 3.6 illustriert das Verfahren. In dem gezeigten Profilausschnitt sind das Rückenmaximum sowie die ersten beiden Punkte rechts und links davon gekennzeichnet, die niedriger als die halbe Maximalhöhe sind. Das Kriterium garantiert, dass die zweite Spitze rechts des Rückenmaximums nicht als eigener Rücken gezählt wird.

Hibler *et al.* (1972) entwickelten ein theoretisches Modell zur analytischen Beschreibung der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Segelhöhen h von Presseisrücken. In diesem Modell ergibt sich, dass die Wahrscheinlichkeitsdichte durch

$$p(h; h_0, \lambda_1) = 2\sqrt{\frac{\lambda_1}{\pi}} \frac{\exp(-\lambda_1 h^2)}{\operatorname{erfc}(h_0\sqrt{\lambda_1})}, \quad h > h_0 \quad (3.3)$$

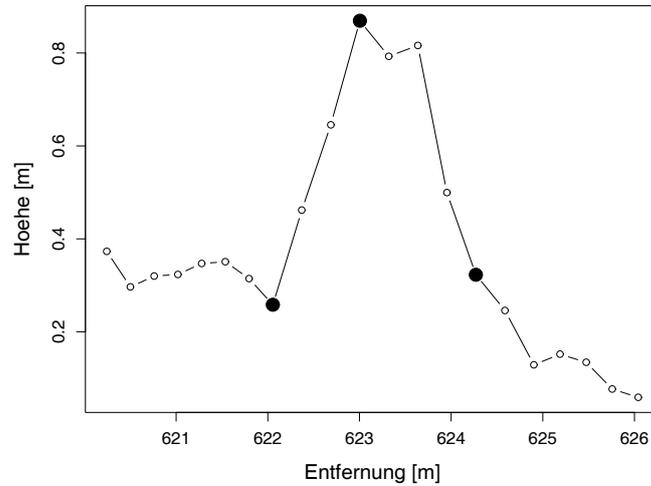


Abbildung 3.6: Beispiel für die Identifizierung eines Presseisrückens mit dem Rayleigh-Kriterium in einem Laserprofil. Rückenmaximum und die nächstgelegenen Punkte rechts und links davon, die niedriger als die halbe Maximalhöhe sind, sind schwarz gefärbt. Die zweite Spitze des Rückens zwei Punkte rechts des Maximums wird nicht als eigenständiger Rücken gezählt.

gegeben ist. Diese Verteilungsfunktion ist abhängig von der cutoff-Höhe h_0 , ab der ein Segel als Presseisrücken identifiziert wird, sowie von einem Parameter λ_1 , der sich aus der mittleren Segelhöhe der Presseisrückens bestimmen lässt. Die Funktion erfc bezeichnet die komplementäre Fehlerfunktion (Abramowitz und Stegun, 1972, Def.7.1.2). Diese Verteilung wurde an experimentellen Daten getestet und auf dem 95%-Konfidenzniveau bestätigt (Hibler *et al.*, 1972)¹. Untersuchungen von Wadhams (1980); Wadhams *et al.* (1992) belegen hingegen, dass sich die Verteilung der Segelhöhen von Presseisrückens in der Arktis besser durch eine einfache Exponentialverteilung der Form

$$p(h; h_0, \lambda_2) = \lambda_2 \exp[-\lambda_2(h - h_0)], \quad h > h_0 \quad (3.4)$$

beschreiben lässt. Der Parameter λ_2 wird durch die Inverse der Standardabweichung der Höhenverteilung der Presseisrückens definiert. Außerdem gilt, dass die mittlere Segelhöhe durch $h_0 + \lambda_2^{-1}$ gegeben ist. Lewis *et al.* (1993) konnten zeigen, dass eine solche Exponentialverteilung auch für Presseisrückens der Ostsee eine passende Beschreibung liefert.

Für die vier untersuchten Datensätze wurde ein Vergleich der empirischen und der theoretischen Wahrscheinlichkeitsdichten durchgeführt und ist in Abbildung 3.7 gezeigt. Für jeden Datensatz sind die Häufigkeitsverteilungen einmal linear und einmal logarithmisch aufgetragen. Die einfache Exponentialverteilung ist mit *Wadhams1* bzw. mit *Wadhams2* bezeichnet, wobei zwei verschiedene Werte des Parameters λ_2 verwendet wurden, je nachdem, ob dieser durch die Inverse der Standardabweichung (*Wadhams1*) oder über die Beziehung zur mittleren Höhe bestimmt wurde

¹Die dieser Untersuchung zugrundeliegenden Daten bestanden aus Feldmessungen der nördlichen Baffin Bay von 1970 sowie Laserprofilen über einjährigem arktischen Eis, ebenfalls von 1970.

(Wadhams²). Theoretisch sollten diese Werte übereinstimmen, in der Realität ergeben sich jedoch aus numerischen Gründen Differenzen. Dass diese Unterschiede nur sehr klein sind, illustriert Abbildung 3.7. Die logarithmische Darstellung verdeutlicht, dass die Hibler-Verteilung insbesondere für die Datensätze Iris03 und Ark19 für große Rückenhöhen nur sehr schlecht mit den empirischen Verteilungen übereinstimmt. Ein χ^2 -Test zum Vergleich der empirischen und theoretischen Verteilungen ergab, dass in allen Fällen die einfache Exponentialverteilung die bessere Approximation liefert. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3.3 aufgeführt. Zusätzlich zu den Testergebnissen sind die mittleren Segelhöhen für jeden Datensatz aufgeführt. Die Datensätze Ark19 und Iris03 sind bei einem Konfidenzniveau von 95% mit keiner der Verteilungen vereinbar. Die Datensätze Ark20 und Greenice04 sind bei einem Signifikanzniveau von 95% konsistent mit der von Wadhams vorgeschlagenen einfachen Exponentialverteilung. Hier wird deutlich, wie gering die Unterschiede für die beiden Werte des Parameters λ_2 sind. Die schlechteste Übereinstimmung ergibt sich für die Daten der Iris03-Kampagne. Insbesondere konnte die von Lewis *et al.* (1993) beobachtete (einfache) Exponentialverteilung für die untersuchten Profile quantitativ nicht bestätigt werden. Trotzdem ist für diesen Datensatz die Anpassung an die einfache Exponentialverteilung qualitativ wesentlich besser als an die Hibler-Verteilung. Zusätzlich ist zu beachten, dass die größten Abweichungen von den theoretischen Kurven für extrem hohe Segelhöhen auftraten (vgl. die logarithmische Darstellung in Abbildung 3.7). Insgesamt 6 Segel des iris03-Datensatzes besaßen Höhen ≥ 3 m. Diese sechs Fälle wurden ausschließlich in zwei Profilen (Flug 2 vom 17.2.2003, Teilstück 5; und Flug 1 vom 19.2.2003, Teilstück 6) beobachtet. Bei beiden Flügen handelt es sich um küstennahe Flüge (IRIS, 2003). Die extrem großen Segelhöhen lassen sich daher darauf zurückführen, dass das Eis gegen die Küste gedrückt und deformiert wurde. Möglicherweise hatten die Kiele dabei Bodenkontakt. Abbildung 3.8 zeigt als Beispiel das Laserprofil eines derart entstandenen Deformationselementes. Der Bildausschnitt zeigt eine Scholle, die durch den Druck gekippt ist und sich aufgestellt hat. Gut erkennbar sind die glatten, senkrecht stehenden Flächen der Scholle. Wird der χ^2 -Anpassungstest für alle Presseisrücken des Iris03-Datensatzes mit Segelhöhen < 3 m durchgeführt, so ergibt sich Konsistenz mit der von Wadhams vorgeschlagenen Verteilung auf dem 95%-Konfidenzniveau. Die Ergebnisse von Lewis *et al.* (1993) können somit bestätigt werden, wenn extreme Deformationselemente aus den Daten entfernt werden.

Neben der Verteilung der Rückenhöhen ist die räumliche Verteilung der Rücken von Interesse. Dazu wurden die Abstände zwischen einzelnen Presseisrückensegeln untersucht. Abbildung 3.9 zeigt diese Verteilungen für alle vier untersuchten Datensätze. Nach Hibler *et al.* (1972) lässt sich für eine rein zufällige Anordnung der Presseisrücken die Verteilung der Abstände s zwischen benachbarten Rücken durch eine einfache Exponentialverteilung beschreiben:

$$p(s; h_0, \lambda_3) = \lambda_3 \exp(-\lambda_3 s), \quad h > h_0. \quad (3.5)$$

Der Parameter λ_3 ist durch die Inverse des mittleren Rückenabstands gegeben, und h_0 bezeichnet den Schwellwert des Rayleigh-Kriteriums. Mock *et al.* (1972) untersuchten diese Hypothese anhand von Presseisrückensegeln, die in Luftbildern der Beaufortsee identifiziert wurden. Für zehn der zwölf untersuchten Stichproben konnte in dieser Untersuchung die Hypothese der Exponentialverteilung auf dem 95%-Konfidenzniveau akzeptiert werden.

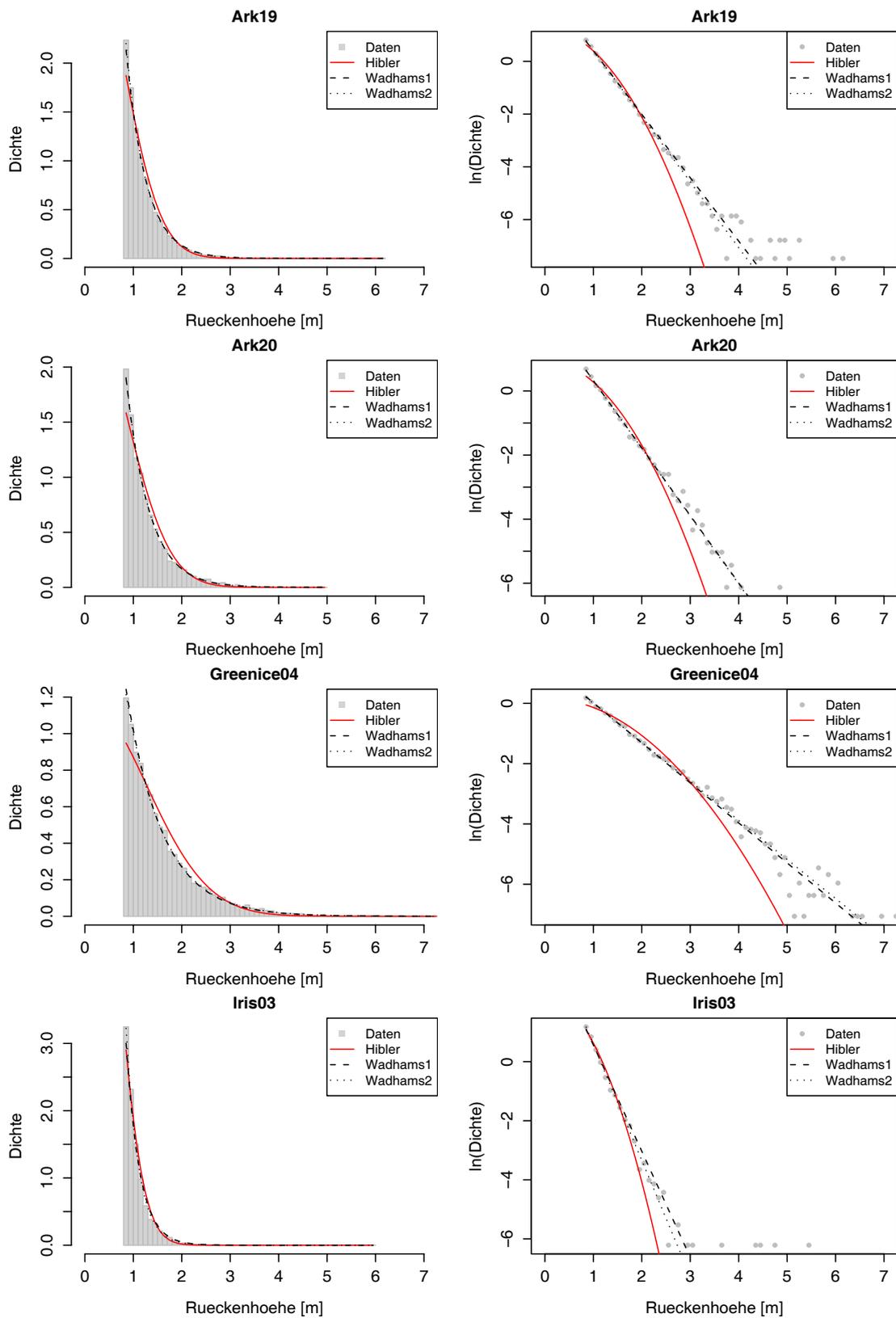


Abbildung 3.7: Beobachtete Wahrscheinlichkeitsdichten der Rückenhöhen für die vier untersuchten Datensätze, sowie aus den Daten bestimmte theoretische Verteilungen nach Hibler und Wadhams. Für die Formel von Wadhams sind die Verteilungen für zwei verschiedene Werte des Verteilungsparameters λ_2 gezeigt (siehe Text).

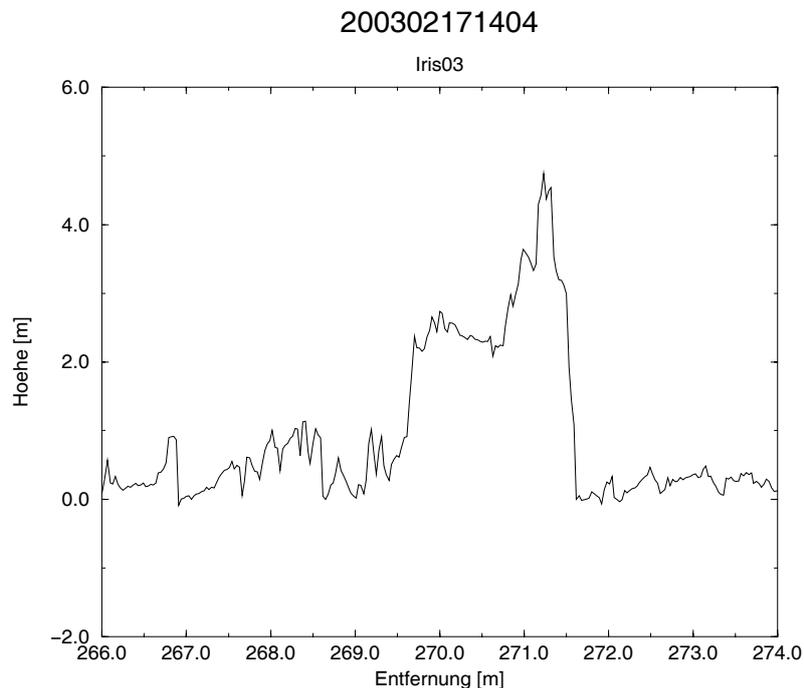


Abbildung 3.8: Laserprofil mit stark deformiertem Eis in Küstennähe der Ostsee während der Iris03-Kampagne.

Tabelle 3.3: χ^2 -Test für die Anpassung der empirischen an die theoretische Verteilung der Rückenhöhen. $X^2()$ bezeichnet jeweils die Teststatistik für die Verteilungen nach Hibler (H), Wadhams1 (W1) und Wadhams2 (W2), und $\chi^2_{\nu;\alpha}$ ist das α -Quantil der χ^2 -Verteilung mit ν Freiheitsgraden, d.h. derjenige Wert, für den gilt, dass die Wahrscheinlichkeit $P[\chi^2_{\nu} > \chi^2_{\nu;\alpha}] = \alpha$ ist. Getestet wurde die Nullhypothese, dass die empirische und die theoretische Verteilung gleich sind. Ist der Wert der Teststatistik größer als der Konfidenzwert $\chi^2_{\nu;\alpha}$, so wird die Nullhypothese auf dem Konfidenzniveau $(1 - \alpha)$ abgelehnt. Die Zahl der Freiheitsgrade (FG) ergibt sich aus der Anzahl der zur Berechnung eines Histogramms verwendeten Klassen sowie der Anzahl der Parameter der verwendeten theoretischen Verteilung und ist in der vorletzten Spalte aufgeführt. Die letzte Spalte enthält zusätzlich die mittlere Segelhöhe jedes Datensatzes.

Kampagne	$X^2(H)$	$X^2(W1)$	$X^2(W2)$	$\chi^2_{\nu;0.05}$	FG ν	mittl. Höhe [m]
Ark19	9.87×10^{10}	282.0017	281.9508	58.1240	42	1.2011
Ark20	4.93×10^3	25.9125	25.9120	44.9853	31	1.2727
Greenice04	1.37×10^4	67.3206	67.3201	73.3115	55	1.5726
Iris03	3.65×10^{16}	1.13×10^4	1.13×10^4	36.4150	24	1.0550

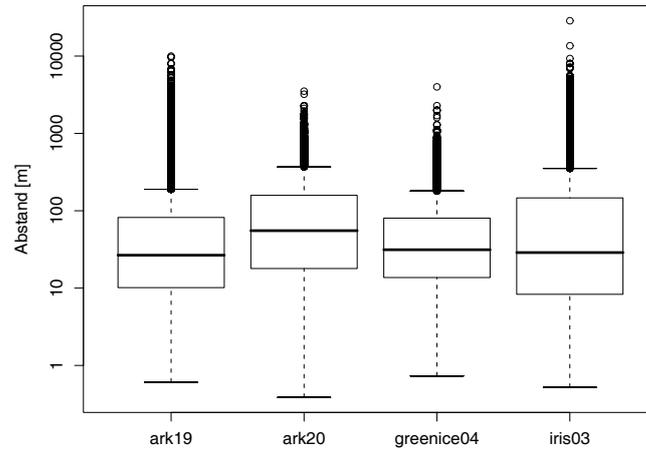


Abbildung 3.9: Regionaler Vergleich der Abstandsverteilungen von Presseisrücken.

Wadhams und Davy (1986) konnten zeigen, dass sich die Verteilungen der Abstände zwischen Kielen der Eisunterseite besser durch eine lognormale Verteilung ausdrücken lassen. Nach Lewis *et al.* (1993) gilt dies auch für die Abstände zwischen Presseisrückensegeln in der Ostsee. Die Lognormalverteilung der Abstände s zwischen Rücken der Höhe $h > h_0$ hat folgende Form:

$$p(s; h_0, \theta, \mu_{l_{ns}}, \sigma_{l_{ns}}) = \frac{1}{(s - \theta)\sigma_{l_{ns}}\sqrt{2\pi}} \times \exp\left[\frac{-(\ln(s - \theta) - \mu_{l_{ns}})^2}{2\sigma_{l_{ns}}^2}\right], \quad s > \theta. \quad (3.6)$$

Dabei bezeichnet θ einen Verschiebungsparameter, der einen minimalen Abstand zwischen zwei Rücken definiert, und $\mu_{l_{ns}}$ und $\sigma_{l_{ns}}^2$ bezeichnen Mittelwert und Varianz der normalverteilten Größe $\ln(s - \theta)$. Der mittlere Rückenabstand ist durch $\theta + \exp(\mu_{l_{ns}} - \sigma_{l_{ns}}^2/2)$ gegeben. Der Vergleich der empirischen Häufigkeiten mit einer Lognormal- sowie einer Exponentialverteilung ist in Abbildung 3.10 dargestellt. In den linken Teilbildern sind jeweils die empirischen Häufigkeitsverteilungen der Variable $\ln(s - \theta)$ als Histogramme für die vier untersuchten Datensätze gezeigt. Der Parameter θ wurde durch den Mindestabstand der Rücken für jeden Datensatz geschätzt. Dieser lag für alle vier Datensätze unterhalb von 1 m. Die durchgezogene Linie ist die theoretisch erwartete Verteilungsfunktion einer Lognormalverteilung, die gepunktete die einer Exponentialverteilung. Dabei wurden die Parameter der Verteilungen aus den Daten geschätzt. Diese sind in Tabelle 3.4 aufgelistet. In den rechten Teilbildern von Abbildung 3.10 ist die kumulative Dichte gezeigt. Bei den Datensätzen Ark19, Ark20 und Greenice04 ist eine gute Übereinstimmung der empirischen Häufigkeiten mit der theoretischen Lognormalverteilung erkennbar. Lediglich für die Iris03-Daten ist die Übereinstimmung schlechter. Der Vergleich mit der Exponentialverteilung fällt für alle vier Datensätze dagegen wesentlich schlechter aus.

Für alle vier Datensätze wurden die beobachteten Verteilungen außerdem quantitativ auf Konsistenz mit der Exponential- und der Lognormalverteilung getestet. Dazu wurden ein Kolmogorov-Smirnov-Test sowie ein χ^2 -Anpassungstest auf einem

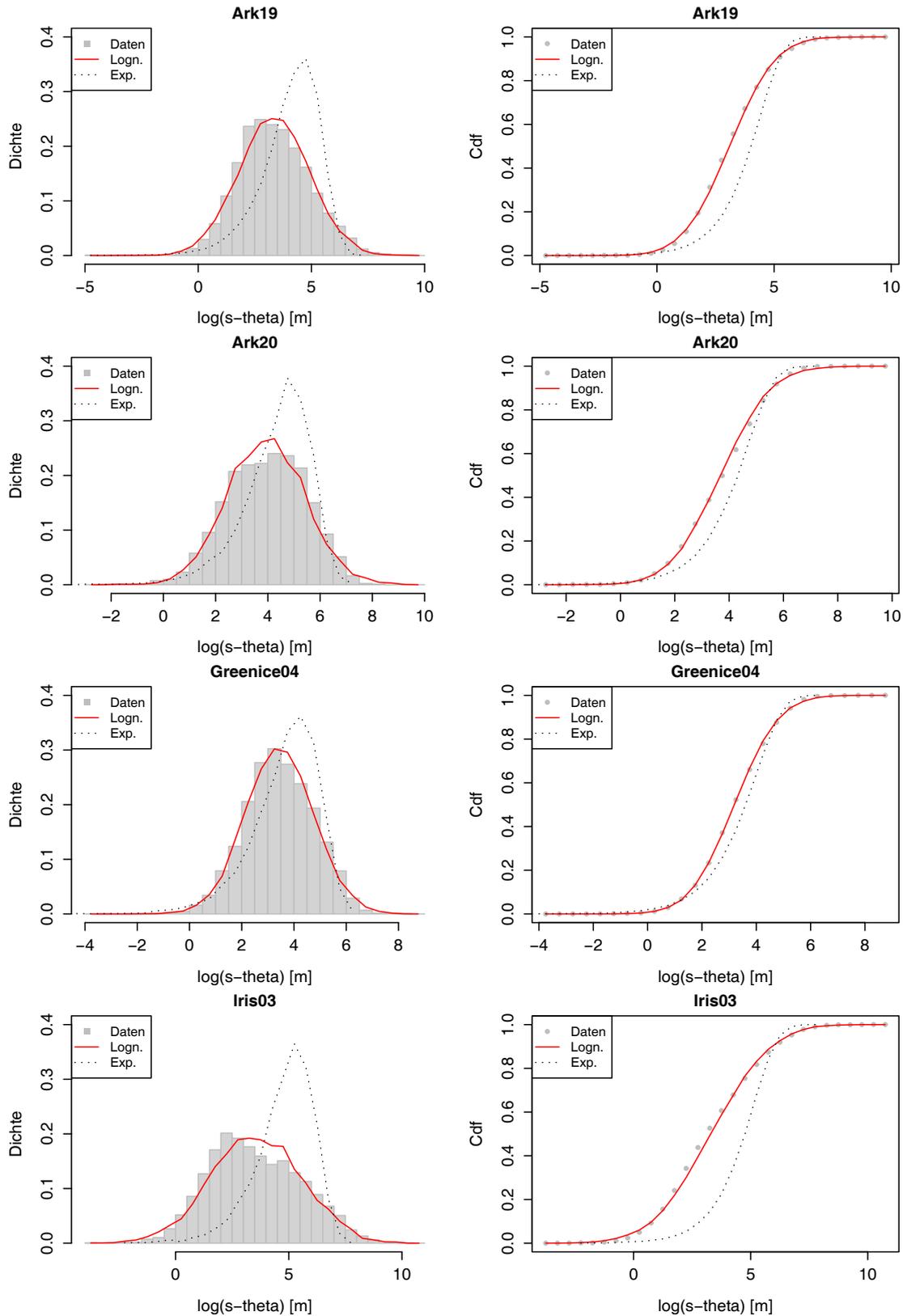


Abbildung 3.10: Beobachtete Wahrscheinlichkeitsdichten des Logarithmus der Rückenabstände für die vier untersuchten Datensätze, sowie aus den Daten bestimmte theoretische Lognormalverteilung (durchgezogene Linie) und Exponentialverteilung (gepunktete Linie). In den linken Teilbildern ist jeweils die relative Häufigkeit, in den rechten Teilbildern die daraus bestimmte kumulative Dichte gezeigt.

Tabelle 3.4: Parameter der Verteilungen von Presseisrückenabständen aus den Gleichungen 3.5 und 3.6.

	λ_3 [m ⁻¹]	θ [m]	$\mu_{l_{ns}}$ [m]	$\sigma_{l_{ns}}$ [m]	mittl. Abstand [m]
Ark19	0.010	0.6	3.34	1.56	102.50
Ark20	0.007	0.3	3.95	1.48	136.80
Greenice04	0.014	0.7	3.44	1.30	69.84
Iris03	0.005	0.5	3.52	1.99	221.78

Konfidenzniveau von 95% durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3.5 zusammengefasst. Beide Tests zeigen, dass für alle vier Datensätze sowohl die Hypothese der Lognormalverteilung als auch die der Exponentialverteilung verworfen werden muss. Die Abweichungen von der Lognormalverteilung sind in den linken Teilbildern von Abbildung 3.10 als Differenzen zwischen den durchgezogenen Kurven und den Daten erkennbar. Eine Verringerung des Konfidenzniveaus auf 90% ändert das Ergebnis nicht. Im Vergleich zur Lognormalverteilung fällt die Anpassung an die Exponentialverteilung wesentlich schlechter aus. Die schlechteste Übereinstimmung ergibt sich für den Datensatz der Ostsee. Obwohl die von Lewis *et al.* (1993) in der Ostsee beobachtete Lognormalverteilung quantitativ nicht bestätigt werden kann, ergibt diese Verteilung qualitativ das bessere Ergebnis. Für die Datensätze der Arktis, insbesondere die Greenice-Daten der Lincolnsee, ist die Anpassung an eine Lognormalverteilung ebenfalls besser. Aus diesen Ergebnissen folgt insbesondere, dass die Annahme einer zufälligen räumlichen Verteilung der Presseisrücken, die zu einer Exponentialverteilung der Rückenabstände führen würde, angezweifelt werden muss. Dieser Aspekt wird im folgenden Abschnitt untersucht.

Tabelle 3.5: Kolmogorov-Smirnov- und χ^2 -Test für die Verteilungen der Rückenabstände. Getestet wurde die Nullhypothese, dass die empirischen Verteilungen einer Exponential- bzw. einer Lognormalverteilung genügen. Dabei bezeichnet \hat{P} die Teststatistik des Kolmogorov-Smirnov-Tests, $P_{n,\alpha}$ die zugehörige Konfidenzgrenze bei einem Konfidenzniveau von $(1 - \alpha)$, X^2 die Teststatistik des χ^2 -Tests und $\chi^2_{\nu;\alpha}$ das α -Quantil der χ^2 -Verteilung mit ν Freiheitsgraden. Die Anzahl der Freiheitsgrade und der Stichprobenumfang n sind ebenfalls aufgeführt. Die Anzahl der Freiheitsgrade im χ^2 -Test ergibt sich aus der Anzahl der zur Berechnung eines Histogramms verwendeten Klassen sowie der Anzahl der Parameter der verwendeten theoretischen Verteilung.

Lognormalverteilung	\hat{P}	$P_{n,0.05}$	n	X^2	$\chi^2_{\nu;0.05}$	ν
Ark19	0.0289	0.0092	17592	229.9159	36.4150	24
Ark20	0.0351	0.0181	4532	100.3995	28.8693	18
Greenice04	0.0180	0.0113	11665	69.6147	26.2962	16
Iris03	0.0506	0.0173	4945	293.6529	35.1725	23
Exponentialverteilung	\hat{P}	$P_{n,0.05}$	n	X^2	$\chi^2_{\nu;0.05}$	ν
Ark19	0.2810	0.0092	17592	264276	36.4150	24
Ark20	0.1752	0.0181	4532	7136	28.8693	18
Greenice04	0.1410	0.0113	11665	50696.47	31.4104	20
Iris03	0.3997	0.0174	4944	117379	33.4087	17

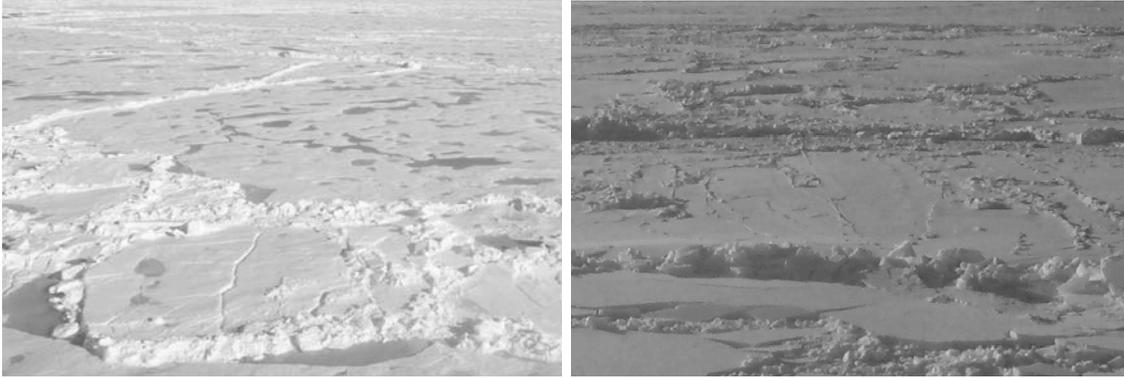


Abbildung 3.11: Presseisrückenbedeckung von Eisschollen im Sommer (links) und Winter (rechts).

3.4 Homogenität

Für eine statistische Analyse von Eisrauigkeitsprofilen ist es wichtig, dass die Profile ausreichend homogen sind. Auch für eine Unterscheidung von Rauigkeitsklassen in den Profilen ist es wichtig, dass diese möglichst homogen sind. Auf Luftbildern der Eisoberfläche lassen sich mit dem Auge Presseisrücken und Schollenkanten als filamentartige Gebilde erkennen, zwischen denen sich Flächen ebenen Eises befinden (vgl. Abb. 3.11). In Profilen der Eisoberfläche sind die Bereiche stärker deformierten Eises ebenfalls klar von ebenem Eis zu unterscheiden. Die großskaligen Rauigkeitselemente erscheinen hier nicht zufällig über die Schollen verteilt, sondern bilden bevorzugt Haufen. Die im letzten Abschnitt gezeigte Analyse der empirischen Verteilungen der Rückenabstände bestätigt dies. Ein genauere Nachweis der Eigenschaften einer solch inhomogenen räumlichen Verteilung der Presseisrücken ist wichtig, beispielsweise für die Modellierung des Impulstransportes zwischen Eisoberfläche und Atmosphäre.

Eine Möglichkeit, dieses Verhalten statistisch nachzuweisen, besteht darin, zu prüfen, ob bestimmte Abstände häufiger auftreten, als dies bei einer rein zufälligen Verteilung der Presseisrücken erwartet würde. Treten Presseisrücken bevorzugt in Haufen dicht nebeneinander auf, so sollten die beobachteten Häufigkeiten für sehr kurze Abstände größer sein, als dies bei einer zufälligen Verteilung der Fall wäre.

Zunächst wurde für jedes Laserprofil die Verteilung der Presseisrückenabstände bestimmt. Im nächsten Schritt wurden die gefundenen Presseisrücken permutiert, d.h. zufällig über das Profil verteilt, und wiederum die Verteilung der Rückenabstände bestimmt. Abbildung 3.12 veranschaulicht das Verfahren. Im obersten Teilbild (a) ist ein ca. 19 km langes Rauigkeitsprofil gezeigt. Abbildung 3.12 (b) zeigt die, durch das Rayleigh-Kriterium identifizierten Presseisrücken. Da in dieser Untersuchung nur die Presseisrücken interessieren, wurden die Höhen aller übrigen Profilverpunkte auf Null gesetzt. In Abbildung 3.12 (c) wurden die gefundenen Presseisrücken zufällig über das Profil verteilt. Die Anzahl und die Höhe der Rücken blieb dabei gleich, nur die Lage im Profil wurde verändert. Für dieses „neue“ Profil wurden nun die Abstände zwischen den Presseisrücken bestimmt und ihre Verteilung berechnet. Dieser Prozess wurde für jedes Laserprofil 1000 Mal durchgeführt. Es ergaben sich 1000 Abstandsverteilungen, die im Folgenden als simulierte Verteilungen bezeichnet werden, um sie von der tatsächlich beobachteten Abstandsverteilung zu unterscheiden. Aus den 1000 simulierten Verteilungen wurde für jeden Abstand das Intervall bestimmt,

in dem 99% der simulierten Häufigkeiten lagen. Dieses Konfidenzintervall ist zusammen mit den tatsächlich beobachteten Häufigkeiten in Abbildung 3.13 exemplarisch für je ein Profil aus jedem der untersuchten Datensätze dargestellt.

Für die untersuchten Profile aller vier Datensätze ergibt sich, dass die kleinen Abstände (ca. 10-20 m) signifikant häufiger beobachtet wurden als dies bei einer rein zufälligen Verteilung der Presseisrücken der Fall wäre. Weiterhin ist erkennbar, dass bei vielen Profilen Abstände ≥ 50 -500 m im Vergleich zur zufälligen Verteilung unterrepräsentiert sind. Diese Beobachtungen bestätigen die Hypothese, dass Presseisrücken inhomogen über das Eis verteilt sind und vorzugsweise Haufen bilden. Diese Haufenbildung wird auch als „Clustering“ bezeichnet. Dies ist nicht zu verwechseln mit der Clusteranalyse, auf die im Rahmen der Klassifizierungsverfahren in Kapitel 4 eingegangen wird. Die sehr kurzen Abstände zwischen Presseisrücken lassen sich als Abstände innerhalb einzelner Haufen von Presseisrücken interpretieren. Die Abstände zwischen den Haufen lassen sich andererseits aus den Bereichen großer Abstände der Verteilungen schätzen. Presseisrücken finden sich bevorzugt an den Schollenrändern. Dies bedeutet, dass die Verteilung der Rückenabstände auch von der Schollengröße abhängt.

Der Vergleich mit zufällig erzeugten Abstandsverteilungen bot zusätzlich die Gelegenheit zu einer Überprüfung des von Hibler *et al.* (1972) erbrachten Nachweises, dass die Abstände zwischen zufällig verteilten Presseisrücken exponentiell verteilt sein müssen. Diese Annahme folgt, falls die Anzahl der Presseisrücken pro Länge Poisson-verteilt ist. Die simulierten, zufälligen Verteilungen der Rückenabstände wurden mit einem Kolmogorov-Smirnov-Test auf einem Konfidenzniveau von 95% auf Übereinstimmung mit einer Exponentialverteilung getestet. In 67% der Fälle konnte eine solche Übereinstimmung nachgewiesen werden. Dieses Verhalten wurde für alle vier Regionen beobachtet. Die Tatsache, dass nur ein relativ kleiner Anteil mit der theoretischen Exponentialverteilung übereinstimmte, ist durch die geringe Größe der Stichproben bedingt. In den verwendeten Laserprofilen sind im Mittel nur zwischen 96 (Iris2003) und 508 (Greenice04) Presseisrücken vorhanden. Wird der gleiche Test mit einem zufällig erzeugten Profil, das 1000 Rücken enthält durchgeführt, so ergibt sich bei 95% Konfidenz eine gute Übereinstimmung mit der Exponentialverteilung.

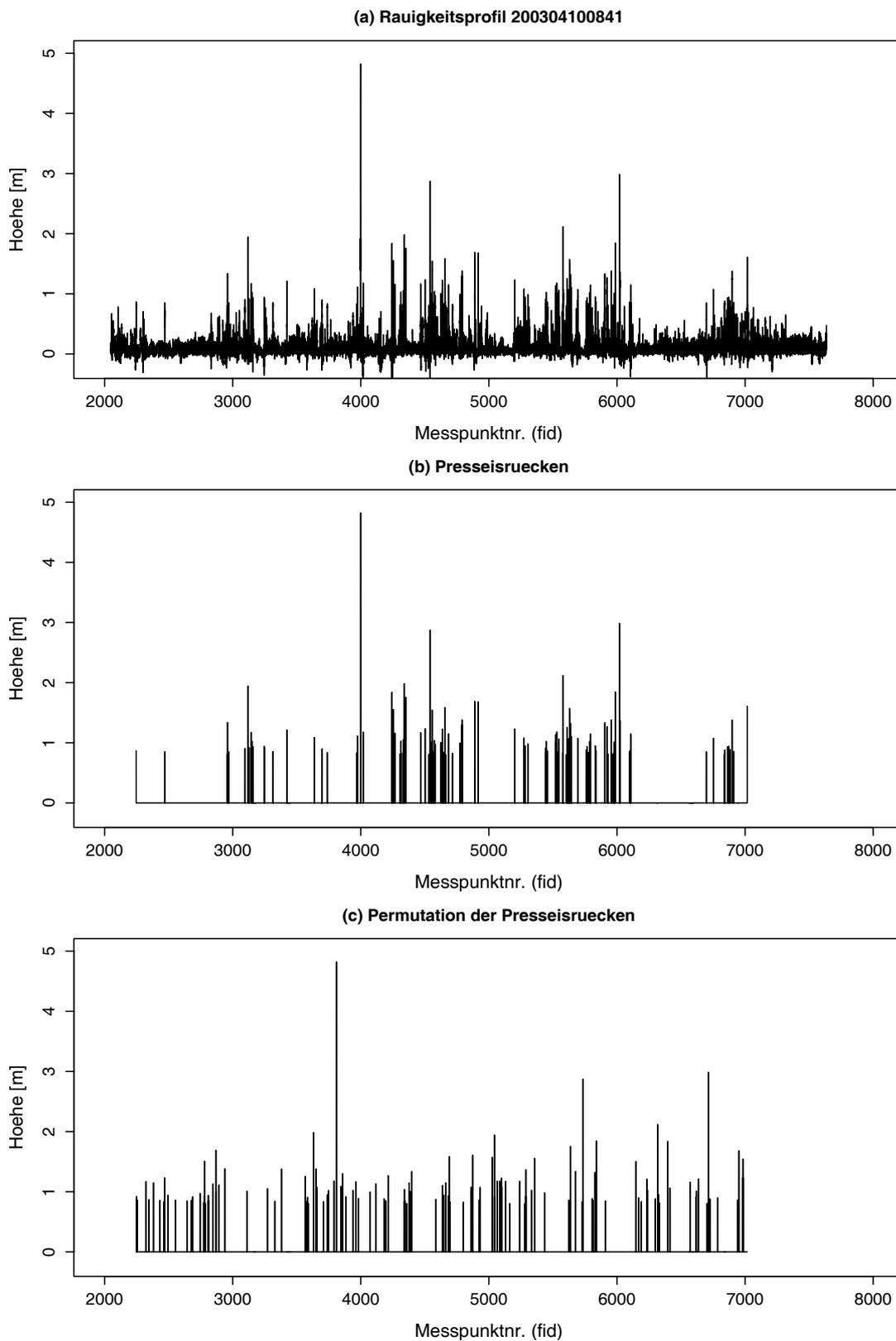


Abbildung 3.12: Prinzip der Permutation von Presseisrücken: (a) ursprüngliches Laserprofil (Länge ca. 19 km), (b) mit dem Rayleigh-Kriterium identifizierte Presseisrücken. Die Höhen aller übrigen Punkte wurden gleich Null gesetzt, (c) zufällige Verteilung der Presseisrücken über das Profil.

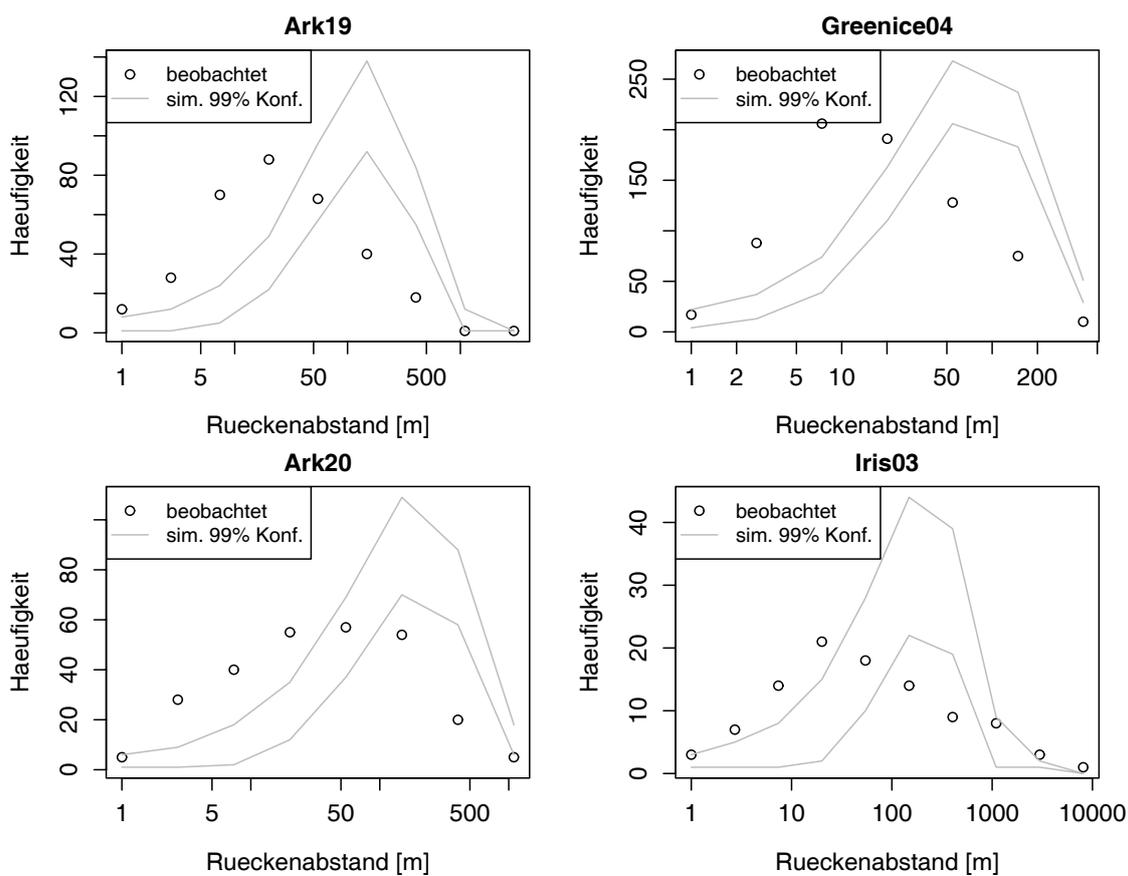


Abbildung 3.13: Beobachtete Häufigkeitsverteilung der Abstände von Presseisrücken eines Profils und 99%-Konfidenzbereich der Häufigkeiten bei einer rein zufälligen Verteilung der Rücken. Der Konfidenzbereich liegt zwischen den beiden durchgezogenen Linien. Dargestellt sind exemplarisch jeweils die Ergebnisse eines Profils aus jedem Datensatz.

Die gemessenen Laserprofile besitzen Längen zwischen unter einem und über siebenzig Kilometern. Um Aussagen über lokale Eigenschaften der Eisrauigkeit treffen zu können, und um außerdem genügend viele Datensätze zur Berechnung statistischer Kennzahlen zur Verfügung zu haben, müssen die Profile in kürzere Teilstücke unterteilt werden. Ein Problem besteht darin, herauszufinden, wie groß typische Teilstücke sein sollten. Die Ergebnisse des vorangehenden Abschnittes belegen, dass die Presseisrücken in Haufen auftreten. Aus Abb. 3.9 ergibt sich, dass die Medianwerte und 75%-Quantile der Rückenabstände bei allen vier Datensätzen unterhalb von 200 m liegen. Wird die Länge der Teilstücke nun wesentlich größer als dieser Abstand gewählt, so kann angenommen werden, dass jedes Teilstück mehrere Haufen von Presseisrücken enthält. Auf diesen, größeren Skalen, kann dann Homogenität angenommen werden.

Ein anderer Ansatz zur Bestimmung einer Mindestlänge liegt in der Analyse der Autokorrelationslängen der Profile. Die Autokorrelationsfunktion einer Zeitreihe ist ein Maß dafür, wie stark sich Punkte ähneln bzw. beeinflussen, die entlang eines Profils eine bestimmte Strecke τ voneinander entfernt sind. Die Autokorrelationslänge gibt die Entfernung zwischen zwei Punkten an, nach der diese Beeinflussung verschwindet bzw. nicht mehr nachweisbar ist, und die Punkte somit als statistisch unabhängig betrachtet werden können. Unabhängigkeit von zwei Punkten ist ab der Verschiebung $\tau > 0$ erreicht, ab welcher die Autokorrelation innerhalb eines Konfidenzintervalles um Null herum schwankt. In Abschnitt 3.1 wurde gezeigt, dass alle in dieser Arbeit verwendeten Rauigkeitsprofile als nichtstationär betrachtet werden müssen. Diese Eigenschaft hat wichtige Auswirkungen auf die Aussagekraft der Autokorrelationslänge. Bei einer stationären Zeitreihe hängt die Autokorrelationsfunktion nur von der Verschiebung τ ab, nicht jedoch von den einzelnen Punkten der Zeitreihe, an denen sie berechnet wird (Bendat und Piersol, 1986). Eine Unterteilung der ursprünglichen Reihe in Teilreihen ändert den Wert der Autokorrelationsfunktion für gegebenes τ und damit die Autokorrelationslänge nicht. Teilt man dagegen eine nichtstationäre Zeitreihe in Teilreihen, so ergeben sich für diese Teilreihen im Allgemeinen unterschiedliche Autokorrelationslängen. Ein direkter Vergleich dieser Größe für Profile unterschiedlicher Länge ist deshalb schwierig. Quantitative Aussagen über Unterschiede in der Rauigkeit in den unterschiedlichen Gebieten lassen sich aus den Autokorrelationslängen nichtstationärer Datenreihen deshalb nicht ableiten. Trotz dieses Nachteils wird die Autokorrelationslänge in der Literatur häufig zur Beschreibung von Rauigkeiten verwendet (z.B. Lewis *et al.* (1993); Haas (1997); Rothrock und Thorndike (1980); Shepard *et al.* (2001)), und wurde deshalb auch für die vorliegenden Daten berechnet. Um abzuschätzen, wie stark die Nichtstationarität die Vergleichbarkeit der Ergebnisse für unterschiedlich lange Profile beeinträchtigt, wurden die Autokorrelationslängen sowohl für die vollständigen, ungleich langen Profile, als auch für gleich lange Teilstücke berechnet.

Für alle vier Datensätze wurden die Autokorrelationslängen als erste Nullstellen der Autokorrelationsfunktion berechnet. Dabei wurde als Punktabstand jeweils der, auf 10 cm gerundete, mittlere Punktabstand jedes Laserprofils verwendet². Die resultierenden Verteilungen der Autokorrelationslängen sind in Abb. 3.14 (a) dargestellt. Die Mittelwerte, Mediane und Werte des 3. Quartils liegen für alle vier Datensätze

²Da angenommen wurde, dass die Geschwindigkeit des Helikopters zwischen zwei GPS-Messungen konstant blieb, wurde der metrische Abstand zwischen zwei Messpunkten als konstant angesehen (vgl. Abschnitt 2.2)

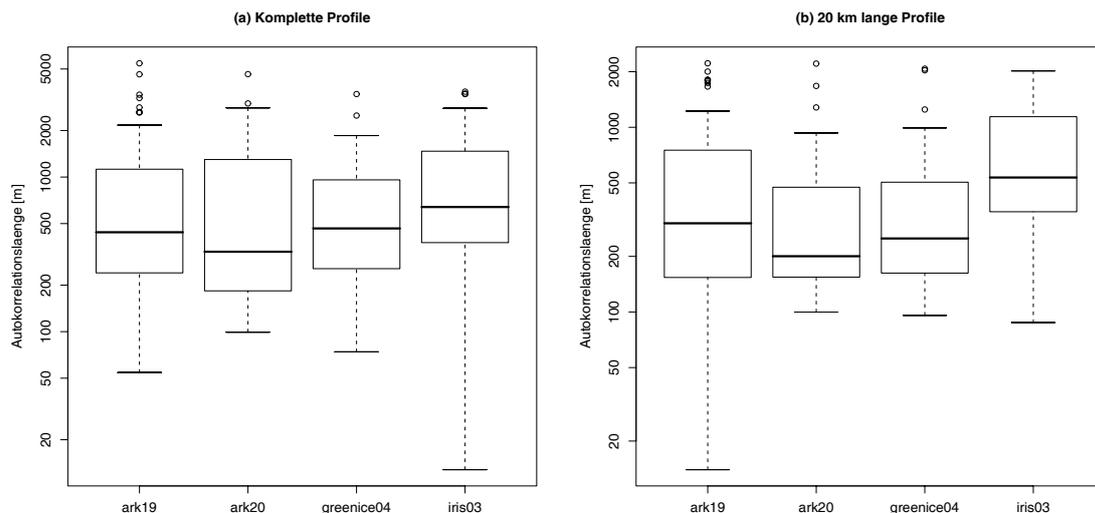


Abbildung 3.14: Verteilungen der Autokorrelationslängen für die kompletten Profile (a) und für 20 km lange Profile (b) in den vier untersuchten Regionen.

unterhalb von 2000 m. Bei den Laserprofilen, deren Punktabstand 30-40 cm betrug, entspricht diese Länge 5000-6700 Punkten. Ein zeitgleich gemessenes Eisdickenprofil mit einem Punktabstand von 3-4 m besteht entsprechend aus 500-670 Punkten. Diese Punktzahl ist ausreichend zur Berechnung von Statistiken. Als Mindestlänge der Teilstücke erscheint daher 2000 m sinnvoll. Um zu prüfen, ob dieser Wert einer Mindestlänge durch die Verwendung von gleich langen Profilen verändert wird, wurden die Profile zusätzlich in 20 km lange Teilstücke unterteilt und erneut die Autokorrelationslängen bestimmt. Die resultierenden Verteilungen sind in Abb. 3.14 (b) dargestellt und bestätigen, dass die gewählte Mindestlänge von 2000 m sinnvoll ist, da lediglich die maximalen Autokorrelationslängen aller vier Datensätze diesen Wert überschreiten. Für die weiteren Untersuchungen in dieser Arbeit wurde daher eine Mindestlänge von 2000 m verwendet.

Eine Obergrenze für die Länge der Teilstücke ergibt sich aus der Tatsache, dass die gemessenen Profile unterschiedlich lang sind. Um noch genügend viele Profile zur Verfügung zu haben, sollte die maximale Länge zur Berechnung von Statistiken für die hier untersuchten Datensätze 20 km nicht überschreiten.

3.5 Waveletanalyse

In einer Analyse der Rauigkeit spielt die räumliche Skala, auf welcher diese untersucht wird, eine wichtige Rolle. Die Rauigkeit der Eisoberfläche variiert wesentlich zwischen unterschiedlichen Skalen. Auf Skalen von etwa 1-100 m sind Presseisrücken die dominantesten Rauigkeitselemente. Geht man zu kleineren Skalen im Bereich 0.1-1 m über, so tragen die einzelnen Blöcke, die die Presseisrücken bilden, zur Rauigkeit bei. Auf noch kleineren Skalen (mm) bestimmt schließlich die Mikrostruktur des Eises oder der Schneeaufgabe die Rauigkeit. Und auf sehr großen Skalen im Kilometerbereich erscheint eine stark deformierte Fläche mit vielen Presseisrücken wiederum glatt. Insbesondere für einen Vergleich von Rauigkeitsmessungen

von Sensoren verschiedener Auflösung ist es wichtig, die Variabilität der Rauigkeit in Abhängigkeit von der Skala zu kennen. Für die vorliegende Arbeit wurden überwiegend hochauflösende Laseraltimeter-Daten verwendet. Diese spiegeln die Rauigkeit auf einer Skala von etwa 30 cm wider. SAR-Aufnahmen des Meereises, in denen die Rauigkeit großflächig abgebildet werden kann, haben andererseits eine Auflösung von typischerweise 5-100 m. Die kleinskalige Rauigkeit beeinflusst das Signal, wird jedoch aufgrund der gröberen Auflösung nicht abgebildet. Für die von verschiedenen Sensoren abgebildete Rauigkeit ist die räumliche Skala somit sehr unterschiedlich. In Abschnitt 3.2 wurden fraktale Eigenschaften der Laserprofile auf Skalen von typischerweise bis zu 20 m nachgewiesen. Auf diesen Skalen ändern sich die statistischen Eigenschaften der Rauigkeit nicht. Beim Übergang zu größeren Skalen ist dies jedoch der Fall. Mit Methoden der Waveletanalyse ist es möglich, die Variabilität der Rauigkeit auf verschiedenen Skalen zu untersuchen.

Wavelets wurden ursprünglich als mathematische Basisfunktionen eingeführt, nach denen andere Funktionen entwickelt werden konnten (Grossmann und Morlet, 1984). Heutige Anwendungsbereiche für Wavelets finden sich unter anderem in der Bildverarbeitung, Turbulenzstudien, Geophysik oder Medizin. Methoden der Waveletanalyse eignen sich zur Untersuchung von Zeitreihen, insbesondere auch von nichtstationären Zeitreihen, weshalb sie ein geeignetes Werkzeug zur Analyse der Eisrauigkeitsprofile sind. Die Waveletzerlegung ermöglicht es, Informationen sowohl über den Ort bestimmter Merkmale der Zeitreihe zu liefern, als auch über die Skalen der Variabilität innerhalb einer Zeitreihe. Eine Zeitreihe enthält Informationen über den Ort bestimmter Merkmale, die zur Variabilität beitragen, nicht jedoch über die Skalen der Variabilität. Die Koeffizienten einer Fouriertransformation enthalten Informationen über Skalen der Variabilität und über Periodizitäten innerhalb der Zeitreihe, jedoch keine Information darüber, wo diese Variabilitäten in der Zeit lokalisiert sind. Der Grund hierfür ist, dass die Basisfunktionen der Fouriertransformation Sinus- und Kosinusfunktionen sind. Bei der Wavelet-Transformation werden hingegen Basisfunktionen, die sogenannten Wavelets, verwendet, die sowohl in der Zeit als auch in der Frequenz lokalisiert sind. Dies bewirkt, dass die Koeffizienten der Wavelet-Transformation Informationen über die räumliche Skala als auch den Ort der Variabilität enthalten.

Die Wavelet-Transformation ähnelt in dieser Hinsicht der Fensterfouriertransformation (WFT). Bei dieser Methode wird der lokale Frequenzinhalt eines Signals in einem Fenster um den interessierenden Punkt beschrieben, indem das Signal mit einer Fensterfunktion, beispielsweise einer Gauß-Glocke (Gabor-Transformation) verglichen wird. Das Fenster wird dazu an den jeweiligen Zeitpunkt und an die interessierende Frequenz verschoben. Die Breite des Fensters im Zeit- und Frequenzbereich ändert sich üblicherweise dabei nicht. Da die Auflösung der Transformation im Zeitbereich umgekehrt proportional zur Auflösung im Frequenzbereich ist, lässt sich eine bestmögliche Auflösung in beiden Bereichen nicht gleichzeitig erreichen. Interessieren im untersuchten Signal niederfrequente als auch hochfrequente Anteile, so ist bei niedrigen Frequenzen eine hohe Frequenzauflösung erwünscht, da in diesem Bereich eine kleine Frequenzänderung bereits starke Auswirkungen hat. Im hohen Frequenzbereich ist stattdessen eine gute zeitliche Auflösung wichtig, da eine komplette Schwingung in kürzerer Zeit erfolgt. Durch die feste Fensterbreite ist eine variable Auflösung bei der WFT jedoch nicht möglich. Abbildung 3.15 (a) illustriert diesen Nachteil.

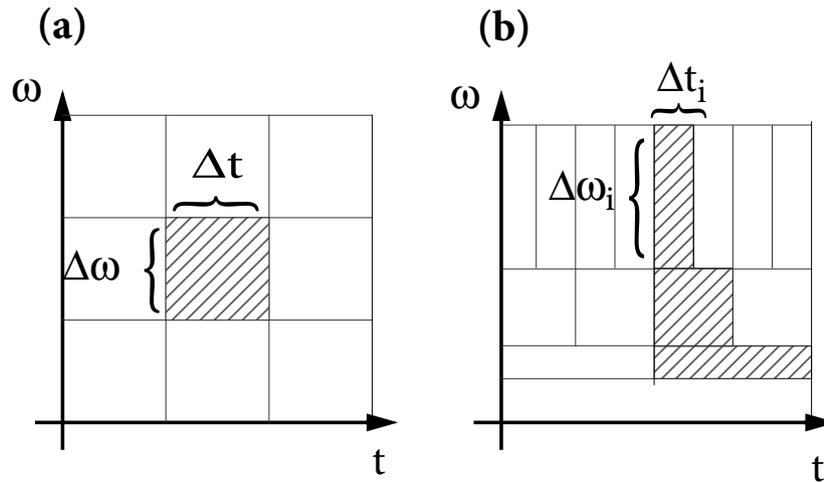


Abbildung 3.15: Schematische Darstellung der Zeit-Frequenz-Fenster bei der Fensterfouriertransformation (a) und bei der Wavelet-Transformation (b). (Darstellung in Anlehnung an Lau und Weng (1995)).

Bei der Wavelet-Transformation wird das Signal ebenfalls mit einer Fensterfunktion (der Basisfunktion) verglichen. Das Fenster wird jedoch nicht nur im Frequenzbereich verschoben, sondern zusätzlich skaliert (d.h. gedehnt bzw. gestaucht). Durch die flexible Fensterbreite lässt sich für hohe Frequenzen eine hohe zeitliche Auflösung bei gleichzeitiger niedrigerer Auflösung im Frequenzbereich erreichen. Lokalisierte, hochfrequente Signale, wie z.B. abrupte Sprünge der Zeitreihe an Schollenkanten oder Presseisrücken in den Eisprofilen, lassen sich so auffinden. Im niedrigen Frequenzbereich lässt sich andererseits eine hohe Frequenzauflösung durch eine schlechtere zeitliche Auflösung erreichen. Dies ist schematisch in Abbildung 3.15 (b) illustriert. Für hohe Frequenzen ist die Auflösung im Frequenzbereich schlecht ($\Delta \omega_i$ ist groß), während gleichzeitig die zeitliche Auflösung gut ist (Δt_i ist klein). Die Wavelet-Transformation liefert für jeden Faktor, mit dem die Frequenz skaliert wird einen Satz Koeffizienten, dessen Elemente den Punkten der Zeitreihe zugeordnet werden können. Die erste Skala entspricht dem Punktabstand. Jede weitere Skala ist doppelt so lang wie die vorherige. Ein Wavelet wird durch Strecken und Verschieben eines „Mutterwavelets“ $\psi(x)$ gebildet (Lau und Weng, 1995):

$$\psi_{b,a}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right),$$

wobei b die Position (Translation) und $a > 0$ den Skalierungsfaktor des Wavelets bezeichnet. Die Größe $\psi_{b,a}$ wird als „Tochterwavelet“ bezeichnet. Das Mutterwavelet muss unter anderem zwei Bedingungen erfüllen: Das Integral über die gesamte reale Achse muss verschwinden, und das Integral des Quadrates über die gesamte reale Achse muss Eins ergeben. Die erste Bedingung bedeutet, dass das Wavelet um Null herum oszilliert. Die zweite Bedingung bedeutet anschaulich, dass die meisten Oszillationen innerhalb eines Intervalls endlicher Breite auftreten (Percival und Walden, 2000; Torrence und Compo, 1998). Die Tochterwavelets bilden die Basis, nach der ein reales Signal entwickelt werden kann. Die Wavelet-Transformation eines solchen

Signals (in diesem Fall eines Rauigkeitsprofils) $z(x)$ mit dem Wavelet $\psi(x)$ kann durch ein Faltungsintegral ausgedrückt werden (Lau und Weng, 1995):

$$W(b, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int \psi^* \left(\frac{x - b}{a} \right) z(x) dx,$$

wobei ψ^* das komplex Konjugierte von ψ ist. Durch Variieren der Skala a und Verschieben um b lässt sich für jedes Merkmal der Zeitreihe die Amplitude in Abhängigkeit der Skala untersuchen, sowie die Variation der Amplitude im weiteren Verlauf der Zeitreihe. Formal kann das Signal $z(x)$ durch Inversion aus den Waveletkoeffizienten rekonstruiert werden. Dies bedeutet, dass bei der Wavelet-Transformation keine Information verloren geht.

Für die Wahl des Mutterwavelets gibt es verschiedene Möglichkeiten. Die verwendeten Funktionen lassen sich in zwei Kategorien einteilen. In der ersten Kategorie bilden die Wavelets $\psi_{b,a}$ eine Orthonormalbasis. In diesem Fall findet die diskrete Wavelet-Transformation Anwendung. Im Falle einer nicht-orthonormalen Basis kann sowohl die diskrete als auch die kontinuierliche Wavelet-Transformation verwendet werden (Torrence und Compo, 1998). Die diskrete Wavelet-Transformation ermöglicht die Zerlegung der Varianz sowie der Kovarianz des untersuchten Signals in Beiträge der einzelnen Skalen (Percival und Walden, 2000). Durch diese Eigenschaft ist es möglich, Skalen zu identifizieren, die besonders stark zur Rauigkeit eines Profils beitragen. In dieser Arbeit wurde deshalb die diskrete Wavelet-Transformation verwendet. Die folgende theoretische Beschreibung orientiert sich an Percival und Walden (2000).

3.5.1 Die diskrete Wavelet-Transformation (DWT)

Die diskrete Wavelet-Transformation \mathbf{W} einer Zeitreihe \mathbf{X} der Länge N ist eine orthonormale Transformation, die in Matrixform geschrieben werden kann:

$$\mathbf{W} = \mathcal{W}\mathbf{X}.$$

Falls die Länge N eine Potenz von zwei ist, so ist \mathbf{W} ein Spaltenvektor der Länge $N = 2^J$. Die ersten $N - 1$ Elemente von \mathbf{W} heißen Waveletkoeffizienten, während das letzte Element der Skalenkoeffizient ist. Die reelle $N \times N$ Matrix \mathcal{W} definiert die diskrete Wavelet-Transformation und erfüllt $\mathcal{W}^T \mathcal{W} = \mathbf{1}_{N \times N}$. Die Waveletkoeffizienten stehen in Beziehung zu Änderungen von \mathbf{X} auf Skalen $\tau_j = 2^{j-1}$, $j = 1, 2, \dots, J$. Der Skalenkoeffizient steht in Beziehung zum Mittelwert von \mathbf{X} auf der Skala N . Die Skala τ_j ist standardisiert. In der Praxis haben zwei Punkte der Zeitreihe den Abstand Δx . Die Skala τ_j entspricht dann der physikalischen Skala $\tau_j \cdot \Delta x$. Der Vektor \mathbf{W} kann in $J + 1$ Teilvektoren zerlegt werden:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 \\ \mathbf{W}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{W}_J \\ \mathbf{V}_J \end{bmatrix}$$

Jeder Teilvektor \mathbf{W}_j enthält die Waveletkoeffizienten für die Skala τ_j , und \mathbf{V}_J enthält den Skalenkoeffizienten. Aufgrund der Orthonormalität von \mathcal{W} gilt

$$\|\mathbf{X}\|^2 = \|\mathbf{W}\|^2 = \sum_{j=1}^J \|\mathbf{W}_j\|^2 + \|\mathbf{V}_J\|^2.$$

Hierbei bezeichnet $\|\mathbf{X}\|^2$ die quadrierte Norm von \mathbf{X} : $\|\mathbf{X}\|^2 = \mathbf{X}^T \mathbf{X}$. Da unter Verwendung des Mittelwertes \bar{X} von \mathbf{X} gilt, dass $\|\mathbf{V}_J\|^2 = N\bar{X}^2$ ist, lässt sich die Varianz von \mathbf{X} zerlegen:

$$\hat{\sigma}_X^2 = \frac{1}{N} \|\mathbf{X}\|^2 - \bar{X}^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^J \|\mathbf{W}_j\|^2.$$

$\|\mathbf{W}_j\|^2/N$ ist somit der Beitrag von Änderungen der Zeitreihe auf der Skala τ_j zur Varianz. Orthonormalität der DWT bedeutet weiterhin, dass

$$\mathbf{X} = \mathcal{W}^T \mathbf{W} = \sum_{j=1}^J \mathcal{W}_j^T \mathbf{W}_j + \mathcal{V}_J^T \mathbf{V}_J = \sum_{j=1}^J \mathcal{D}_j + \mathcal{S}_J. \quad (3.7)$$

Die Zeitreihe \mathbf{X} lässt sich so als Summe eines konstanten ($N \times 1$) Vektors \mathcal{S}_J und J ($N \times 1$) Vektoren \mathcal{D}_j schreiben. Jedes \mathcal{D}_j steht dabei in Beziehung zu Variationen von \mathbf{X} auf der Skala τ_j , und wird als *Wavelet-Detail* der j ten Stufe und der Vektor \mathcal{S}_J als *Wavelet-Smooth* bezeichnet. Die Zerlegung 3.7 heisst daher *Multiskalenanalyse*. Da $\|\mathcal{D}_j\|^2 = \|\mathbf{W}_j\|^2$, lässt sich die Varianz von \mathbf{X} als Summe der Beiträge der Waveletdetails auf den Skalen $\tau_j = 1, 2, \dots, J$ auffassen:

$$\hat{\sigma}_X^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^J \|\mathcal{D}_j\|^2, \quad j = 1, 2, \dots, J. \quad (3.8)$$

In Fällen, in denen die Länge der Zeitreihe N keine Potenz von zwei ist, sind mehrere Alternativen möglich. Eine Methode besteht darin, die Zeitreihe solange mit Werten zu ergänzen, bis die neue Länge $N' > N$ eine Potenz von zwei ist. Eine natürliche Wahl für die aufzufüllenden Werte ist dabei der Mittelwert der ursprünglichen Zeitreihe. Eine weitere Methode besteht darin, die Zeitreihe an der gewünschten Länge abzuschneiden. Schließlich besteht eine Alternative zur DWT in der *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* (MODWT). Diese Transformation funktioniert für alle Längen N . Die MODWT ist allerdings keine orthonormale Transformation. Einige Eigenschaften sind jedoch denen der DWT ähnlich. Insbesondere lässt sich mit der MODWT ebenfalls eine Multiskalenanalyse durchführen, und die Varianz lässt sich wie bei der DWT in Beiträge der verschiedenen Skalen zerlegen. Mit dieser Methode lassen sich so diejenigen Skalen identifizieren, die den größten Beitrag zur Varianz liefern.

3.5.2 Waveletanalyse von Eisprofilen

Die Waveletanalyse wurde für 20 km lange Profile durchgeführt. Für alle Profile der vier untersuchten Datensätze wurden die Skalen berechnet, die den maximalen Beitrag zur Waveletvarianz liefern. Dazu wurde für jedes Profil eine Multiskalenanalyse

mittels der MODWT unter Verwendung des asymmetrischen Daubechies-Wavelets³ LA8 der Länge 8 (Percival und Walden, 2000) durchgeführt. Abbildung 3.16 zeigt ein Beispiel einer solchen Multiskalenanalyse für einen Ausschnitt eines Profils des Ark19-Datensatzes. Das ursprüngliche Profil ist im linken Teilbild der obersten Zeile abgebildet, darunter und daneben befinden sich die Wavelet-Details der Stufen 1-8 sowie das Wavelet-Smooth der Skala 8. Nach Gleichung 3.7 lässt sich das vollständige Profil aus der Summe aller Wavelet-Details und des Wavelet-Smooths rekonstruieren. Gut erkennbar ist der Zusammenhang zwischen dem Wavelet-Smooth und einem gleitenden Durchschnitt des ursprünglichen Profils. Die Presseisrücken, die im ursprünglichen Profil als dominante Rauigkeitselemente erkennbar sind, finden sich in allen Details wieder.

Für jede der verwendeten Skalen wurde der Beitrag dieser Skala zur Varianz berechnet. Für jedes analysierte Profil ergab sich somit eine Kurve der Wavelet-Varianz in Abhängigkeit von der Skala. Diese Kurven sind in Abbildung 3.17 für die Profile aller vier Datensätze gezeigt. Jedes Teilbild zeigt die Varianzkurven eines Datensatzes. Alle Wavelet-Varianzen wurden mit der Varianz des jeweiligen Profils normiert. Der Verlauf der Kurven der Datensätze Ark19 und Ark20 ist sehr ähnlich. In allen Fällen steigt die Varianz mit zunehmender Skala bis zu einem Maximum bei etwa 10 m steil an und fällt danach ebenfalls steil zu größeren Skalen hin ab. Auffallend ist die große Homogenität der Datensätze Ark20 und Greenice04. Dies ist teilweise darauf zurückzuführen, dass dies die kleinsten Datensätze waren und nur 22 bzw. 13 Profile enthielten. Obwohl der Ark19-Datensatz in drei verschiedenen Regionen gemessen wurde (vgl. Abschnitt 2.3), zeigen die Varianzkurven abgesehen von zwei Fällen das gleiche Verhalten. Bei diesen beiden Profilen liegt das Varianzmaximum bei 76.8 m, einem mehr als viermal so großen Wert wie im Mittel. Beide Profile wurden über sehr dünnem, jungem Eis im Storfjord gemessen. Die mittlere Höhe der Profile betrug 0.4 m und die Standardabweichungen waren mit 0.07 m und 0.05 m sehr klein. Das Eis war in beiden Fällen sehr glatt, so dass die Skalen der maximalen Varianz größere Werte annehmen. Die Kurven des Greenice04-Datensatzes ähneln im Verlauf den Kurven der Datensätze Ark19 und Ark20. Sie steigen bis zu einem Maximum steil an, und fallen danach ebenfalls steil wieder ab. Das Maximum liegt hier bei größeren Skalen als bei den Ark19- oder Ark20-Daten. Im Gegensatz dazu verlaufen die Kurven des Iris03-Datensatzes wesentlich flacher. Das Maximum ist weniger stark ausgeprägt und liegt in einigen Fällen bei den kleinsten Skalen. Während die Varianzkurven für die drei Datensätze der Arktis die gleiche Form aufweisen, ist bei den Ostseedaten ein grundsätzlich anderes Verhalten erkennbar.

Aus den Varianzkurven jedes Profils wurde diejenige Skala bestimmt, die den maximalen Beitrag zur Gesamtvarianz lieferte. Diese Skala lässt sich als Skala maximaler Rauigkeit oder als charakteristische Rauigkeitsskala interpretieren (vgl. die Arbeit von Lindsay *et al.* (1996) für eine ähnliche Analyse von Satellitendaten). Die Verteilungen dieser Rauigkeitsskalen aller Profile eines Datensatzes sind in Tabelle 3.6 zusammengefasst. Dabei ist zu beachten, dass die Skalen, für die die Varianz berechnet wurde, Produkte aus dem mittlerem Messpunktabstand und Potenzen von 2 sind. Aus diesem Grund sind die betrachteten Skalen für unterschiedliche Profile, die den gleichen Punktabstand haben, oftmals gleich. Zur Berechnung der in Tabel-

³Die Familie der Daubechies-Wavelets besteht aus orthogonalen Wavelet-Funktionen, die stetig sind und einen kompakten Träger haben. Eine Variante hiervon sind die asymmetrischen Daubechies-Wavelets, auch symlets genannt (Percival und Walden, 2000).

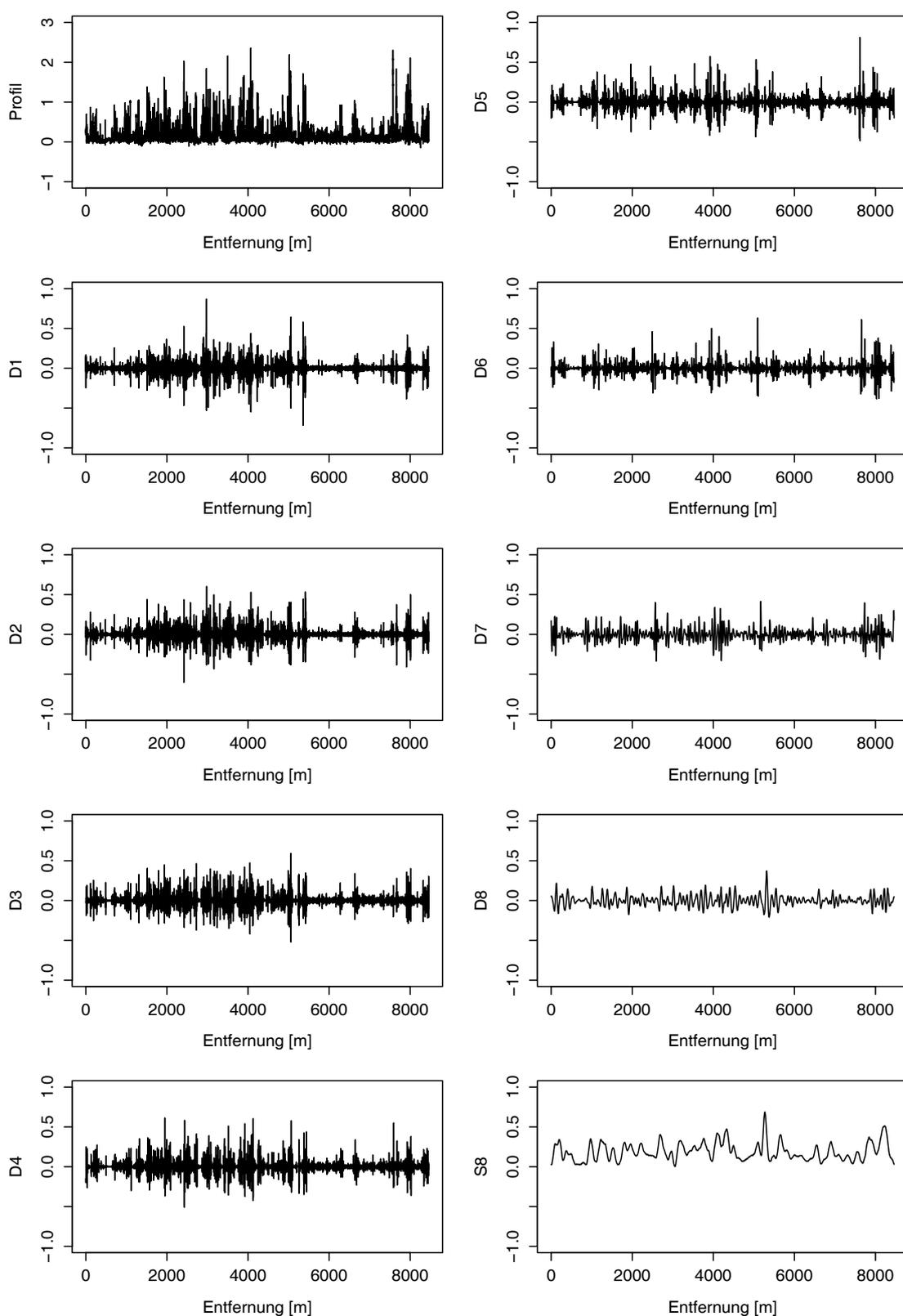


Abbildung 3.16: Multiskalenanalyse eines Rauigkeitsprofils des Ark19-Datensatzes. Dargestellt sind das ursprüngliche Profil (oben links), sowie die Wavelet-Details \mathcal{D}_j ($j = 1, \dots, 8$) und das Wavelet-Smooth \mathcal{S}_8 . Nach Gleichung 3.7 ergibt sich die ursprüngliche Zeitreihe als Summe aller Wavelet-Details und des Wavelet-Smooths.

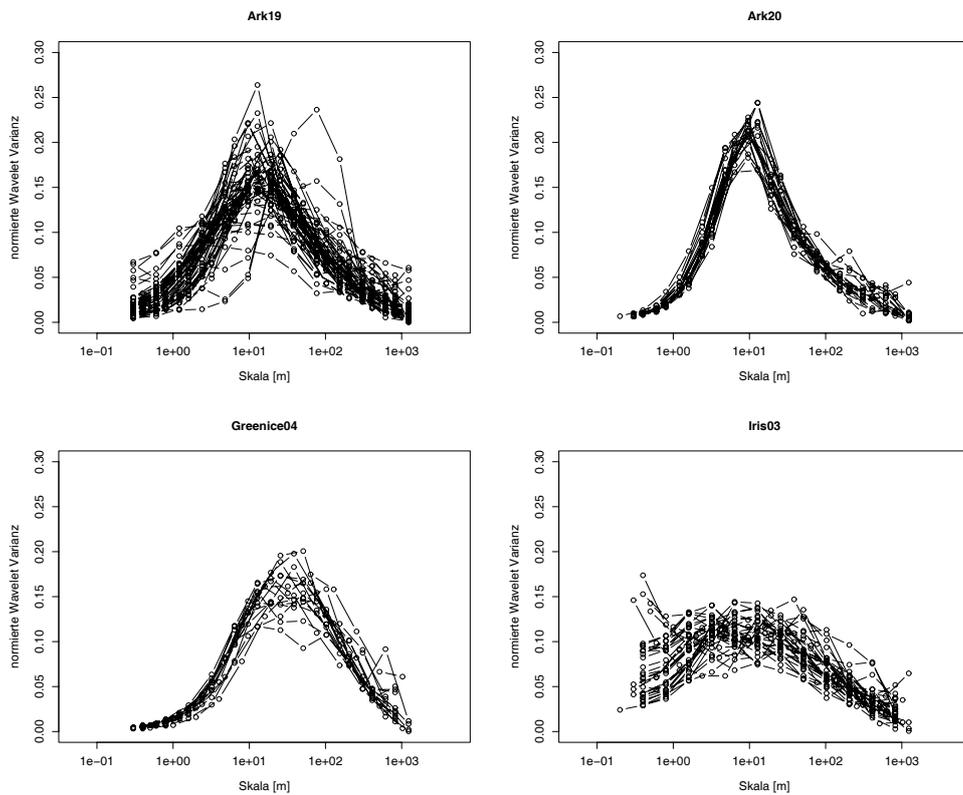


Abbildung 3.17: Verlauf der Wavelet-Varianzen in Abhängigkeit von der Skala für die vier Datensätze bei 20 km langen Profilen. Alle Wavelet-Varianzen wurden mit der Varianz des jeweiligen Profils normiert.

le 3.6 aufgeführten Kennzahlen der Verteilungen standen daher nur wenige Punkte zur Verfügung. Die größten Skalen ergeben sich für den Greenice04-Datensatz mit einem Mittelwert von 36.89 m. Dies lässt sich möglicherweise dadurch erklären, dass das Eis der Greenice-Kampagne überwiegend aus mehrjährigem Eis bestand, dessen Oberfläche durch Schmelzen im Sommer und erneutes Gefrieren im Winter geglättet wurde. Durch diesen Prozess wird die kleinskalige Rauigkeit vermindert. Dieses Eis ist zudem stark deformiert und weist die größte Presseisrückendichte der vier Datensätze auf (vgl. die Rückenabstände in Tabelle 3.4). Die Presseisrücken tragen daher wesentlich zur Gesamtvarianz bei, und ihre relativ großen Abstände (im Mittel 69.84 m) beeinflussen auch die charakteristischen Skalen. Im Gegensatz dazu ergeben sich die kleinsten Rauigkeitsskalen für die Daten der Sommerkampagne Ark20 (im Mittel 10.62 m) und die Ostseekampagne Iris03 (im Mittel 11.03 m). Die Profile dieser Datensätze wiesen die niedrigsten Presseisrückendichten auf (vgl. Tabelle 3.4). Die wenigen vorhandenen Presseisrücken tragen weniger stark zur Gesamtvarianz bei als im Fall der Greenice-Daten, so dass die großen Rückenabstände die charakteristischen Skalen kaum beeinflussen. Während das Eis der Ark20-Kampagne durch die sommerlichen Schmelzprozesse an der Oberfläche geglättet wurde, bestand das Eis der Ostseekampagne Iris2003 überwiegend aus einjährigem Eis, das keinen Schmelzprozessen ausgesetzt war. Dieser Unterschied ist möglicherweise dafür verantwortlich, dass sich die Minimalwerte der Ark20- und Iris03-Daten stark unterscheiden. Aufgrund des Schmelzens wurden die kleinsten Skalen aus den Ark20-Profilen entfernt. Dadurch wurden die charakteristischen Rauigkeitsskalen größer. Ein Vergleich der beiden Datensätze Ark19 und Ark20 zeigt, dass die Skalen maximaler Varianz etwa in der gleichen Größenordnung liegen. Die Skalen der Ark19-Kampagne sind tendenziell etwas größer. Ebenso wie bei den Knickpunkten der fraktalen Dimension (vgl. Abbildung 3.5) lässt sich kein deutlicher Unterschied zwischen den Sommer- und den Winterdaten feststellen. Die mittleren Abstände zwischen Presseisrücken sind bei der Ark20-Kampagne mit 136.8 m größer als die Abstände der Ark19-Daten (im Mittel 102.5 m). Die mittleren Höhen der Presseisrücken unterscheiden sich dagegen nur wenig (vgl. Tabelle 3.3). Daher tragen die Presseisrücken bei den Ark20-Daten weniger stark zur Varianz bei als bei den Ark19-Daten, und die Rückenabstände haben geringeren Einfluss auf die charakteristischen Skalen. Wie bereits erwähnt, ist der Effekt der Glättung der Oberfläche durch die sommerlichen Schmelzprozesse, der die kleinsten Skalen entfernt, möglicherweise dafür verantwortlich, dass die Minimalwerte bei den Ark20-Daten größer sind. Aufgrund der kleinen Anzahl zur Verfügung stehender Profile lässt sich diese Vermutung jedoch nicht bestätigen. Deutliche Unterschiede zwischen der Rauigkeit des Eises im Sommer und im Winter lassen sich in den Ergebnissen somit nicht nachweisen.

Ein Vergleich mit Tabelle 3.4 zeigt, dass die Mittel- und Medianwerte der Rauigkeitsskalen aller vier Datensätze unterhalb von typischen Presseisrückenabständen liegen. Dies bedeutet, dass die Abstände von Presseisrücken zwar, wie im Fall der Greenice-Daten die Rauigkeitsskalen beeinflussen, diese jedoch nicht dominieren. Große charakteristische Rauigkeitsskalen gehen zwar mit einer hohen Presseisrückendichte einher, der größte Beitrag zur Gesamtvarianz stammt jedoch in den meisten Fällen von kleinen Skalen unterhalb etwa 50 m. Die Berechnung der kumulativen Varianz der unterschiedlichen Skalen zeigt zudem, dass bei den Datensätzen Ark19, Ark20 und Iris03 bereits 75% der Gesamtvarianz von Skalen kleiner als 20 m beiträgt. Die Rauigkeit der Laserdaten wird somit wesentlich von den kleinen

Tabelle 3.6: Regionale Variabilität der Rauigkeitsskalen

Skala [m]	Min.	1. Quartil	Median	Mittelwert	3. Quartil	Max.
Ark19	2.40	9.60	12.80	17.24	19.20	76.80
Ark20	6.40	9.60	9.60	10.62	12.80	12.80
Greenice04	12.80	19.20	38.40	36.89	51.20	76.80
Iris03	0.30	2.00	4.00	11.03	12.80	51.20

Skalen geprägt. Diese kleinen Skalen können von satellitengetragenen SAR-Sensoren häufig nicht mehr abgebildet werden. Dies bedeutet, dass in einer SAR-Aufnahme des gleichen Eises unter Umständen weniger als 50% der in den Laserprofilen enthaltenen Gesamtvarianz abgebildet werden. Die Rauigkeit auf kleineren Skalen beeinflusst zwar das gemessene Radarsignal, lässt sich jedoch nicht abbilden. Diese Tatsache verkompliziert einen direkten Vergleich der von Laseraltimeter und SAR abgebildeten Rauigkeit.

Zusätzlich zu den Abständen zwischen Presseisrücken beeinflusst die Breite der Rücken die charakteristischen Skalen. Für die vier untersuchten Datensätze betrug der Median der Rückenbreite 3.62 m (Ark19), 3.7 m (Ark20), 6.87 m (Greenice04) und 2.24 m (Iris03). Diese Werte liegen in der Größenordnung der charakteristischen Skalen. Die Breite von Presseisrücken wirkt sich somit stärker auf die Rauigkeitsskalen aus als die Abstände.

Die gefundenen unterschiedlichen charakteristischen Rauigkeitsskalen bestätigen und quantifizieren, was bereits der visuelle Vergleich von Rauigkeitsprofilen der unterschiedlichen Regionen zeigte (vgl. Abbildung 2.8): Die Oberflächenprofile der Iris-Kampagne erscheinen rau auf einer sehr viel kleineren Skala als die Greenice-Daten. Dieses Ergebnis bestätigt damit unabhängig die Untersuchungen der Amplitudenspektren und der Skalen des Knickpunktes der fraktalen Dimension in Abschnitt 3.

3.6 Statistische Parameter zur Charakterisierung der Rauigkeit

Nach den Untersuchungen der letzten Abschnitte wird nun ein Satz von Parametern beschrieben, der die Eisrauigkeit charakterisiert.

Untersuchungen der Eisrauigkeit wurden in der Vergangenheit unter anderem von Rothrock und Thorndike (1980); Bishop und Chellis (1989); Lewis *et al.* (1993); Goff (1995); Manninen (1997) durchgeführt. Mathematische Eigenschaften von geologischen Oberflächen wurden außerdem beispielsweise von Shepard *et al.* (2001); Campbell und Shepard (1996) und Dierking (1999) beschrieben. Die am häufigsten verwendeten Parameter zur Beschreibung der Rauigkeit sind die mittlere Höhe des untersuchten Profils, die Standardabweichung (RMS Höhe), sowie die Autokorrelationslänge (Haas, 1997). Ein weiterer, häufig verwendete Parameter ist die empirische RMS Steigung (englisch „RMS slope“), welche die Steigung zwischen Profilverpunkten misst, die eine bestimmte Entfernung Δx voneinander entfernt sind (Campbell und Shepard, 1996; Shepard *et al.*, 2001). Die RMS Steigung $\theta(\Delta x)$ steht

in Beziehung zur sogenannten „Allan deviation“ $\nu(\Delta x)$:

$$\theta(\Delta x) = \tan^{-1} \left(\frac{\nu(\Delta x)}{\Delta x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [z(x_i + \Delta x) - z(x_i)]^2}}{\Delta x} \right)$$

Das Quadrat $\nu^2(\Delta x)$ der Allan deviation wird Allan-Varianz genannt und zur Erstellung von Variogrammen verwendet. Die RMS slope hat den Vorteil, dass sie für einen gegebenen Punktabstand unabhängig von der Profillänge ist. Ausserdem lässt sich dieser Parameter, im Gegensatz zur RMS Höhe, selbst für die kleinsten gemessenen Punktabstände bestimmen (Campbell und Shepard, 1996). Schließlich lässt sich aus der Allan deviation ebenfalls die fraktale Dimension bestimmen.

Goff (1995) schlägt vor, die Schiefe der empirischen Verteilung der Profilhöhen als Indikator für von der Normalverteilung abweichende Eigenschaften der Eisoberfläche zu verwenden. Die Schiefe ist ein Maß für die Asymmetrie einer Verteilung. Sie wird mit dem Mittelwert μ und der Standardabweichung σ definiert als

$$\mu_3 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{z(x_i) - \mu}{\sigma} \right]^3 .$$

Eine positive Schiefe bedeutet, dass sich ein asymmetrischer kleinerer Anteil hin zu höheren Werten erstreckt (vgl. Abb 3.18). Ein Oberflächenprofil mit einer positiven Schiefe besitzt demnach im Vergleich zu einem Profil mit einer Schiefe von Null mehr Merkmale, die höher als die umgebende Topographie sind, wie z.B. Presseisrücken. Ein weiterer Parameter, der die statistische Verteilung eines Profils beschreibt, ist der Exzess oder die Kurtosis (Abramowitz und Stegun, 1972, Def. 26.1.18), die definiert ist als

$$\mu_4 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{z(x_i) - \mu}{\sigma} \right]^4 - 3 .$$

Diese Kennzahl misst die relative Abplattung der Verteilung. Für eine Verteilung mit positiver Kurtosis (leptokurtisch) ist das Maximum höher als bei einer Normalverteilung, und die Flanken sind steiler und schmaler. Ein Überschuss (Exzess) an Werten findet sich in der Nähe des Mittelwertes und in den Randbereichen. Eine Verteilung mit negativer Kurtosis (platykurtisch) hat ein niedrigeres Maximum, sowie flachere und breitere Flanken als die Normalverteilung (vgl. Abb. 3.18). Ein Profil, das positive Werte für Schiefe und Kurtosis hat, weist demnach mehr höhere Merkmale auf als eine Normalverteilung.

Falls angenommen werden kann, dass die Oberfläche eine Realisierung eines stationären Zufallsprozesses ist, so sind die empirisch berechneten Momente Schätzwerte für die theoretischen Momente der Verteilung der Profilhöhen. Insbesondere sind dann die Parameter mittlere Höhe, Standardabweichung, Schiefe und Exzess innerhalb eines Konfidenzintervalles konstant und unabhängig von der Profillänge. Allerdings haben Untersuchungen in der Vergangenheit gezeigt, dass natürliche Oberflächen häufig nicht oder nur schlecht durch stationäre Prozesse modelliert werden können (Sayles und Thomas, 1978), und in Abschnitt 3.1 wurde Nichtstationarität für die Profile der Eisoberfläche nachgewiesen. Die Momente sowie die Autokorrelation der Profile sind in diesem Fall abhängig von Vergrößerungen der Profillänge. Ein Vergleich dieser Größen für Profile unterschiedlicher Längen ist problematisch. Die Skalenabhängigkeit der Profile lässt sich dagegen durch die fraktalen

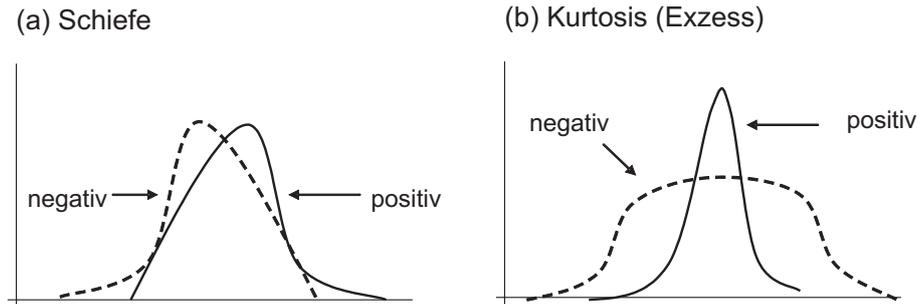


Abbildung 3.18: Beispiele für Verteilungen mit ausgeprägter Schiefe (a) oder Kurtosis (b). (Darstellung in Anlehnung an Press *et al.* (1992, Kap. 14)).

Eigenschaften beschreiben (vgl. Abschnitt 3.2). Die fraktale Dimension ist deshalb ein weiterer geeigneter Parameter zur Beschreibung der Rauigkeit.

Um trotz der Nichtstationarität die statistischen Eigenschaften der Profile zu vergleichen, wurden in dieser Arbeit Rauigkeitsparameter nur für Profile gleicher Länge bestimmt. Zudem wurden nur Parameter gleicher Sensoren verglichen, so dass die Skala, auf der die Profile gemessen wurden, vergleichbar war. Für jedes Profil wurden vier Parameter untersucht, die die Verteilung der Profilhöhen beschreiben (Mittelwert, Standardabweichung, Schiefe und Exzess). Zusätzlich wurden vier Parameter bestimmt, die zur Beschreibung von nichtstationären Profilen geeignet sind (die fraktale Dimension und die RMS slope, letztere für drei verschiedene Skalen). Als letzter Parameter wurde die Skala untersucht, auf der eine Änderung des fraktalen Verhaltens erfolgte (vgl. Abschnitt 3.2). Alle verwendeten statistischen Rauigkeitsparameter sind in Tabelle 3.7 aufgelistet. Abbildung 3.19 zeigt in Ergänzung zu Abb. 3.5 die Variabilität der Parameter μ , σ , μ_3 , μ_4 , $\theta(0.3)$, $\theta(3)$ und $\theta(9.9)$ für 2 km lange Laserprofile in den vier untersuchten Datensätzen.

Wie bereits in Abschnitt 2.3 erwähnt, wurden die Daten der Ark19-Kampagne in unterschiedlichen Regionen gemessen. Das Untersuchungsgebiet lässt sich grob in drei Regionen unterteilen: Die Framstraße, den Storfjord und die Barentssee. Abbildung 3.20 verdeutlicht die Variabilität der neun statistischen Parameter in diesen drei Regionen. Zum Vergleich sind die Wertebereiche der Parameter in den übrigen Datensätzen ebenfalls gezeigt. In allen drei Regionen ist eine breite Streuung der Werte erkennbar. Obwohl die Eisbedingungen in diesen Gebieten sehr unterschiedlich waren, sind die Wertebereiche der statistischen Parameter ähnlich. Insbesondere sind die Unterschiede zwischen den Daten des Storfjords und der Barentssee klein. Größere Unterschiede ergeben sich zu den Werten der Framstraße. Dies wird besonders bei der Kurtosis (μ_4), der RMS Steigung bei 0.3 m ($\theta(0.3)$) sowie bei der Skala des Knickpunktes für die Berechnung der fraktalen Dimension (Δx) deutlich. Auf die Daten der Framstraße wird aus diesem Grund in Abschnitt 3.7 und in Kapitel 4 gesondert eingegangen.

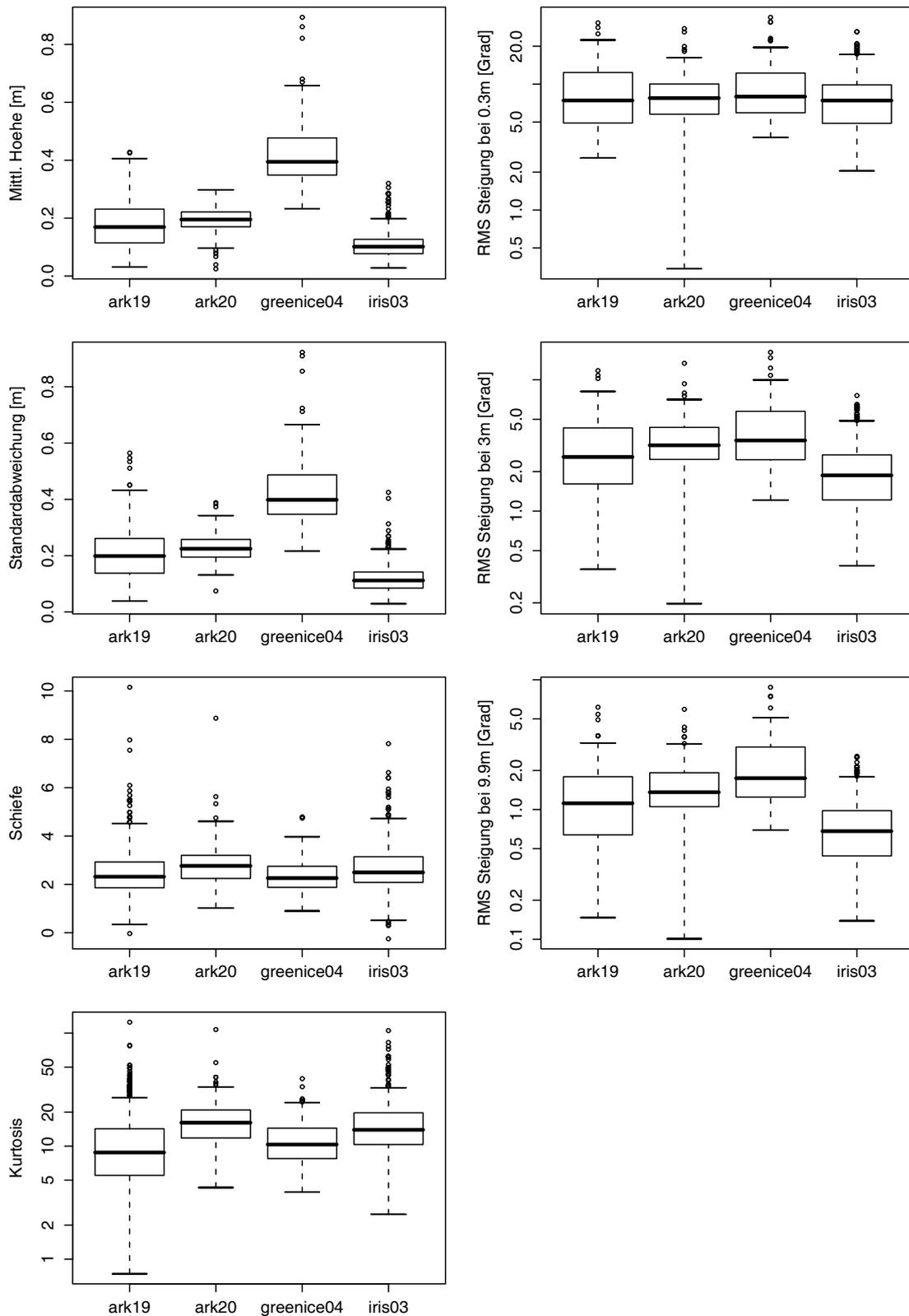


Abbildung 3.19: Regionale Variabilität der statistischen Parameter μ , σ , μ_3 , μ_4 , $\theta(0.3)$, $\theta(3)$ und $\theta(9.9)$ in den vier untersuchten Datensätzen für 2 km lange Laserprofile. Zu beachten ist die logarithmische Darstellung für die Parameter μ_4 , $\theta(0.3)$, $\theta(3)$ und $\theta(9.9)$.

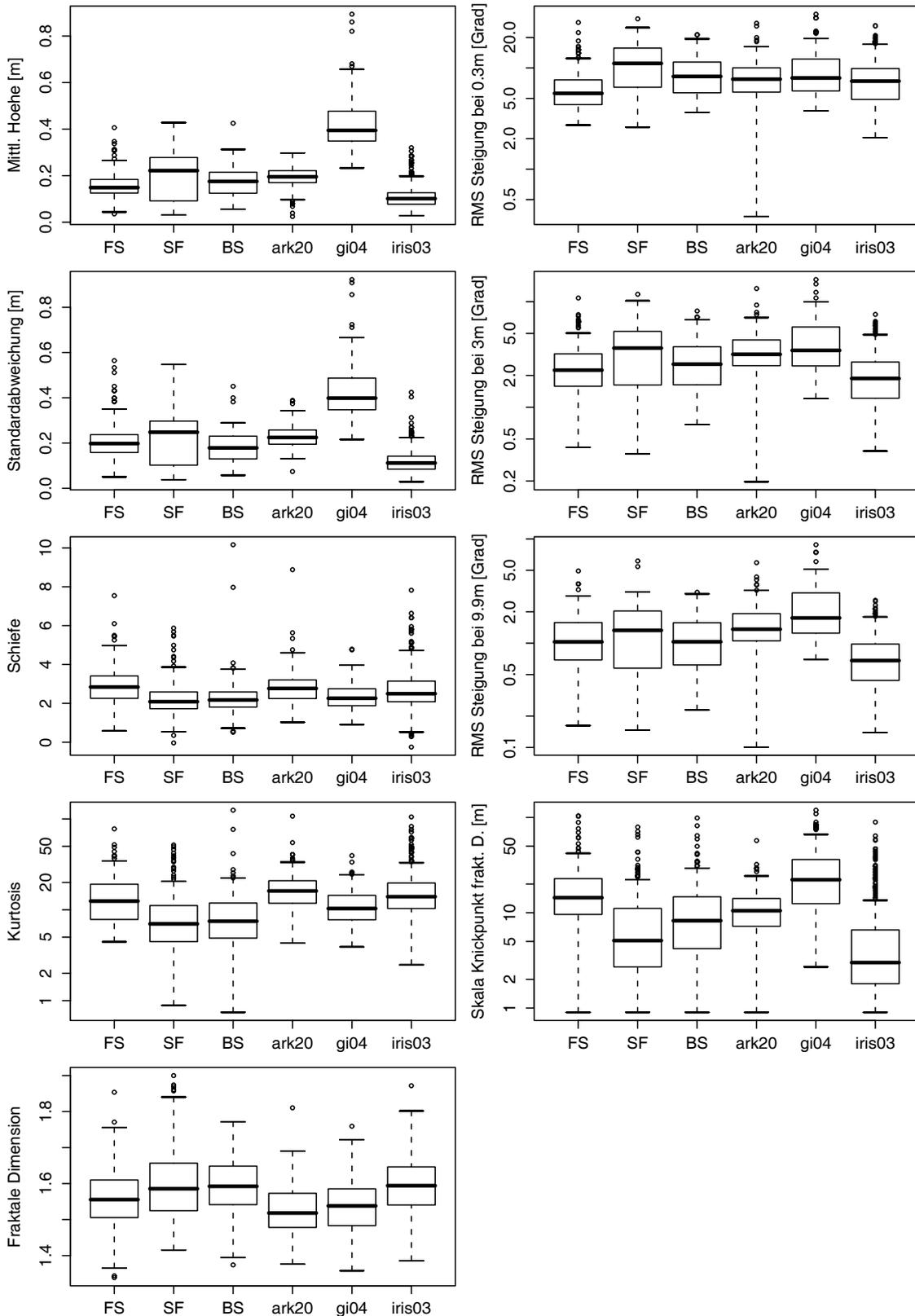


Abbildung 3.20: Variabilität der neun statistischen Parameter innerhalb des Datensatzes Ark19. Zum Vergleich sind die Wertebereiche der drei anderen Datensätze ebenfalls gezeigt. Die Parameter wurden für 2 km lange Laserprofile berechnet. Es gelten folgende Bezeichnungen: FS: Ark19, Region Framstraße, SF: Ark19, Region Storfjord, BS: Ark19, Region Barentssee, gi04: Greenice04. Zu beachten ist die logarithmische Darstellung für die Parameter μ_4 , $\theta(0.3)$, $\theta(3)$, $\theta(9.9)$ und Δx .

Tabelle 3.7: Rauigkeitsparameter

μ	Mittlere Profilhöhe [m]
σ	RMS Höhe [m]
μ_3	Schiefe
μ_4	Kurtosis
d_F	Fraktale Dimension
Δx	Max. Abstand in der Berechnung von d_F [m]
$\theta(0.3)$	RMS Steigung für 0.3 m [°]
$\theta(3)$	RMS Steigung für 3 m [°]
$\theta(9.9)$	RMS Steigung für 9.9 m [°]

3.7 Vergleich der Rauigkeiten von Eisober- und Unterseite

Bereits Hibler *et al.* (1972) diskutierte die Möglichkeit, die Verteilung der Kiertiefen von Presseisrücken der Arktis aus der Verteilung der Segelhöhen zu schätzen. Comiso *et al.* (1991) und Wadhams *et al.* (1992) erweiterten dies auf die Verteilungen sämtlicher Höhen bzw. Tiefen eines Eisprofils. Sie konnten anhand von Messungen aus der zentralen Arktis im Mai 1987 zeigen, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Profilen der Eisoberfläche (Höhe) und der Eisunterseite (Tiefgang) eine sehr ähnliche Form aufweisen⁴. Die Profile der Eishöhen wurden dabei mit einem Laser aus einem Flugzeug gemessen, die Profile der Eisunterseite mittels Sonar von einem Unterseeboot⁵. Zur Prozessierung der Laserdaten wurde das in Abschnitt 2.1 beschriebene Verfahren von Hibler (1972) modifiziert. Im Gegensatz zur vorliegenden Arbeit war es den Autoren möglich, mithilfe von zeitgleich aufgenommenen Luftbildern Stellen offenen Wassers oder sehr dünnem Eises in den unprozessierten Laserprofilen zu identifizieren. Diese Punkte minimaler Eishöhe wurden durch eine manuell erzeugte glatte Kurve verbunden, die die Flugzeugbewegung modellierte. Im Gegensatz zu den in dieser Arbeit verwendeten Eishöhen relativ zur Höhe des ebenen Eises ergab sich durch Subtraktion dieser Kurve vom ursprünglichen Profil ein Profil des Freibords, d.h. relativ zur Wasseroberfläche. Die Höhenverteilung der Oberfläche (Eisfreibord und Schneeauflage) ließ sich durch Skalierung mit einem Faktor, der gleich dem Quotienten aus mittlerem Tiefgang und mittlerer Höhe war, sehr gut an die Verteilung der Unterseite (Tiefgang) annähern. Aufgrund des Archimedischen Prinzipes sollte dieser Skalierungsfaktor R folgendermaßen von der mittleren Materialdichte (Eis und Schneeauflage) (ρ_m) und der Dichte des Wassers (ρ_w) abhängen:

$$R = \frac{\rho_m}{\rho_w - \rho_m} .$$

Die Autoren folgerten, dass sich bei Kenntnis des Skalierungsfaktors R in einigen Regionen der Arktis die Wahrscheinlichkeitsdichte der Tiefe der Unterseite und somit die Wahrscheinlichkeitsdichte der Eisdicke aus den Oberflächenprofilen schätzen lässt. Aufgrund der Abhängigkeit des Faktors R von den Dichten ist dieser jedoch nicht konstant, sondern regionalen und zeitlichen Schwankungen unterworfen (Wadhams *et al.*, 1992).

Um dies zu prüfen, wurden 64 Profile der Eisober- und Unterseite des Ark19 Datensatzes untersucht. Zunächst wurde eine Kreuzkorrelationsanalyse der Rauigkeit von Ober- und Unterseite durchgeführt, um zu prüfen, ob sich ein einfacher linearer Zusammenhang nachweisen lässt. Die untersuchten Profile hatten unterschiedliche Längen. Die Rauigkeitsprofile der Eisunterseite wurden aus den Laserprofilen der Oberseite sowie den zugehörigen Eisdickenprofilen wie folgt erzeugt: Zunächst wurden die Oberflächenprofile durch Anwendung eines gleitenden Durchschnitts (Fensterbreite=Abstand zwischen zwei benachbarten Dickenmessungen) so interpoliert,

⁴Die Untersuchung von Comiso *et al.* (1991) bezieht sich auf drei 20 km lange Profile des Gebietes nördlich von Grönland bei etwa $85^\circ N$. Die Studie von Wadhams *et al.* (1992) basiert auf sechs 50 km langen Profilen, die nördlich von Grönland ($83.5 - 85^\circ N$, $8 - 35^\circ W$) und nördlich der Framstraße ($80.5 - 81.5^\circ N$, $2 - 4^\circ W$) gemessen wurden.

⁵Messpunktabstand und footprint des Laser betragen etwa 0.6 m bzw. 1.6 m. Die Auflösung des Sonars betrug 8×8 m. Die Sonardaten wurden auf einen Messpunktabstand von 1 m interpoliert.

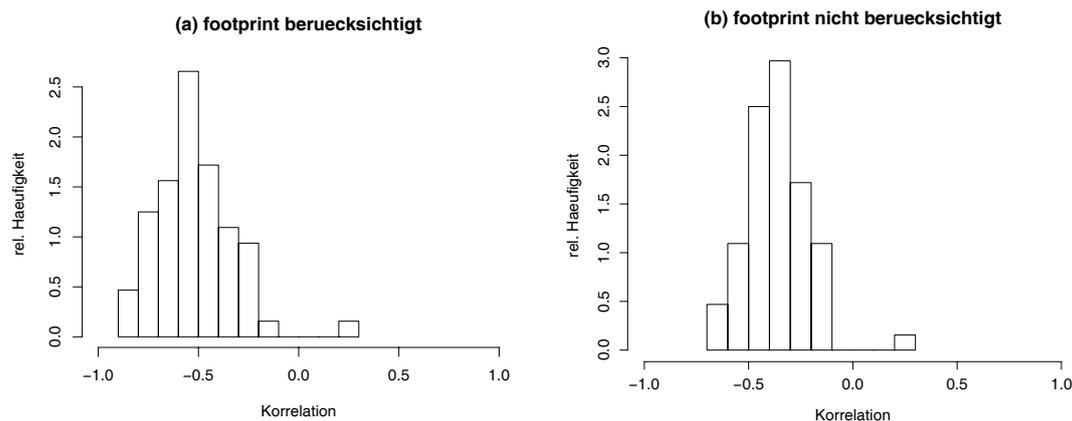


Abbildung 3.21: Häufigkeitsverteilung der maximalen Korrelation zwischen Eisober- und Unterseite bei Berücksichtigung des footprint-Effektes in den Laserdaten (a) und bei Vernachlässigung dieses Effektes (b).

dass der Punktabstand dem der Dickenprofile entsprach. Um den footprint-Effekt des EM-Birds in den Laserdaten zu berücksichtigen, wurde ein weiterer gleitender Durchschnitt (Fensterbreite=Ausdehnung des footprints) auf die so geglätteten Laserdaten angewandt. Durch Subtraktion der Eisdicke von den geglätteten Laserprofilen wurden anschließend die Rauigkeitsprofile der Eisunterseite konstruiert. Für jedes so erzeugte Paar von Ober- und Unterseitenrauigkeiten wurde die Kreuzkorrelation untersucht. Dabei wurde die maximale positive bzw. negative Korrelation zwischen den beiden Profilen sowie die zugehörige Verschiebung (englisch „lag“) berechnet.

Die maximalen Korrelationen zwischen Ober- und Unterseite verteilen sich zwischen -0.85 und 0.25 . Der Mittelwert liegt bei -0.55 . Alle Korrelationen sind bei einem Konfidenzniveau von 95% signifikant. Abbildung 3.21 (a) zeigt die Häufigkeitsverteilung. Bis auf einen Fall sind die Korrelationen stets negativ, was darauf zurückzuführen ist, dass die Rauigkeit der Unterseite von der Wasseroberfläche nach unten gemessen wird und somit negative Werte hat. Das Profil mit positiver Korrelation zeichnet sich dadurch aus, dass es aus dünnem, sehr ebenem Eis ohne Presseisrücken bestand. Die mittlere Dicke betrug 0.44 m, und die mittlere Höhe des geglätteten Laserprofils nur 0.04 m. Die positive Korrelation ist darauf zurückzuführen, dass das Laserprofil im wesentlichen aus Rauschen besteht. Dieses Profil ist in Abbildung 3.22 dargestellt. Abb. 3.24 zeigt drei weitere Rauigkeitsprofile der Ober- und Unterseite. Die gezeigten Profile sind unterschiedlich lang. Im obersten Teilbild beträgt die maximale Korrelation -0.83 . Die mittlere und untere Abbildung zeigen die Fälle mit der größten negativen bzw. positiven Verschiebung.

Die Häufigkeitsverteilung der Verschiebungen, die den maximalen Korrelationen entsprechen, ist in Abb. 3.23 (a) dargestellt. Die Verschiebung zwischen Ober- und Unterseite ist mit einem Mittelwert von 1.07 m sehr klein (der Abstand zwischen zwei benachbarten Dickenmessungen eines Profils liegt zwischen 3 und 4 m), so dass eine generelle Phasenverschiebung von Ober- und Unterseite nicht erkennbar ist. Wenn der Effekt des footprint in den Laserdaten nicht berücksichtigt wird, ergeben sich keine großen Änderungen. Die Absolutwerte der Korrelationen zwischen Ober- und Unterseite fallen in diesem Fall für alle Profile niedriger aus (der Mittelwert liegt bei

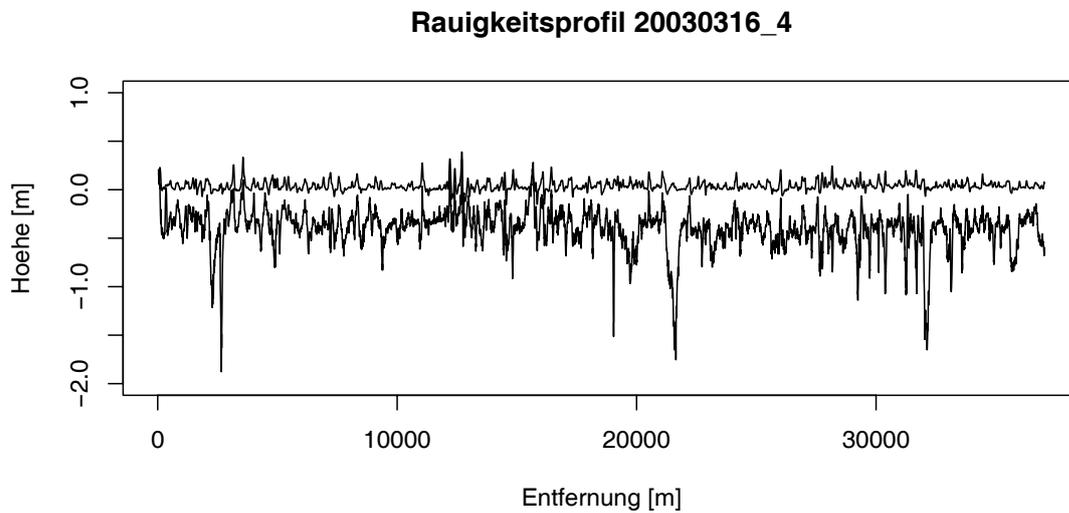


Abbildung 3.22: Rauigkeitsprofil von Ober- und Unterseite für den Fall von positiver Kreuzkorrelation.

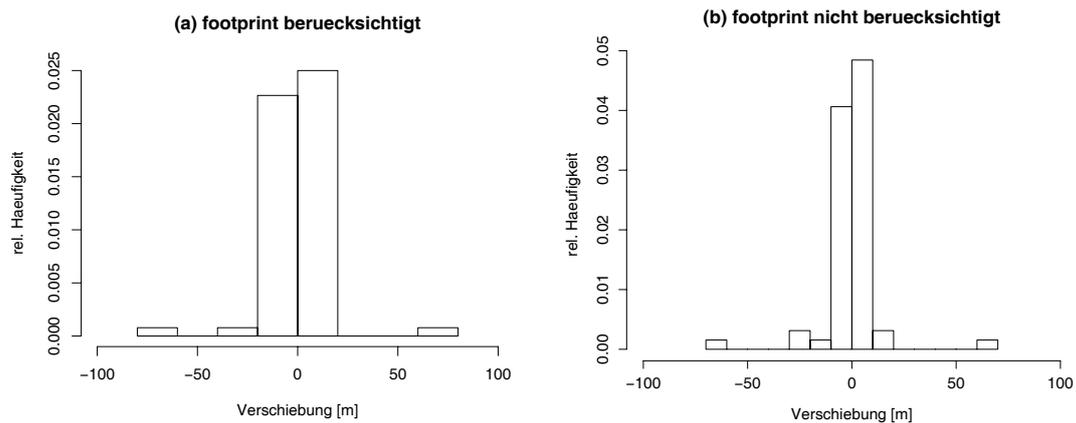


Abbildung 3.23: Häufigkeitsverteilung der Verschiebung bei maximaler Korrelation zwischen Eisober- und Unterseite bei Berücksichtigung des footprint-Effektes (a) und bei Vernachlässigung dieses Effektes in den Laserdaten (b).

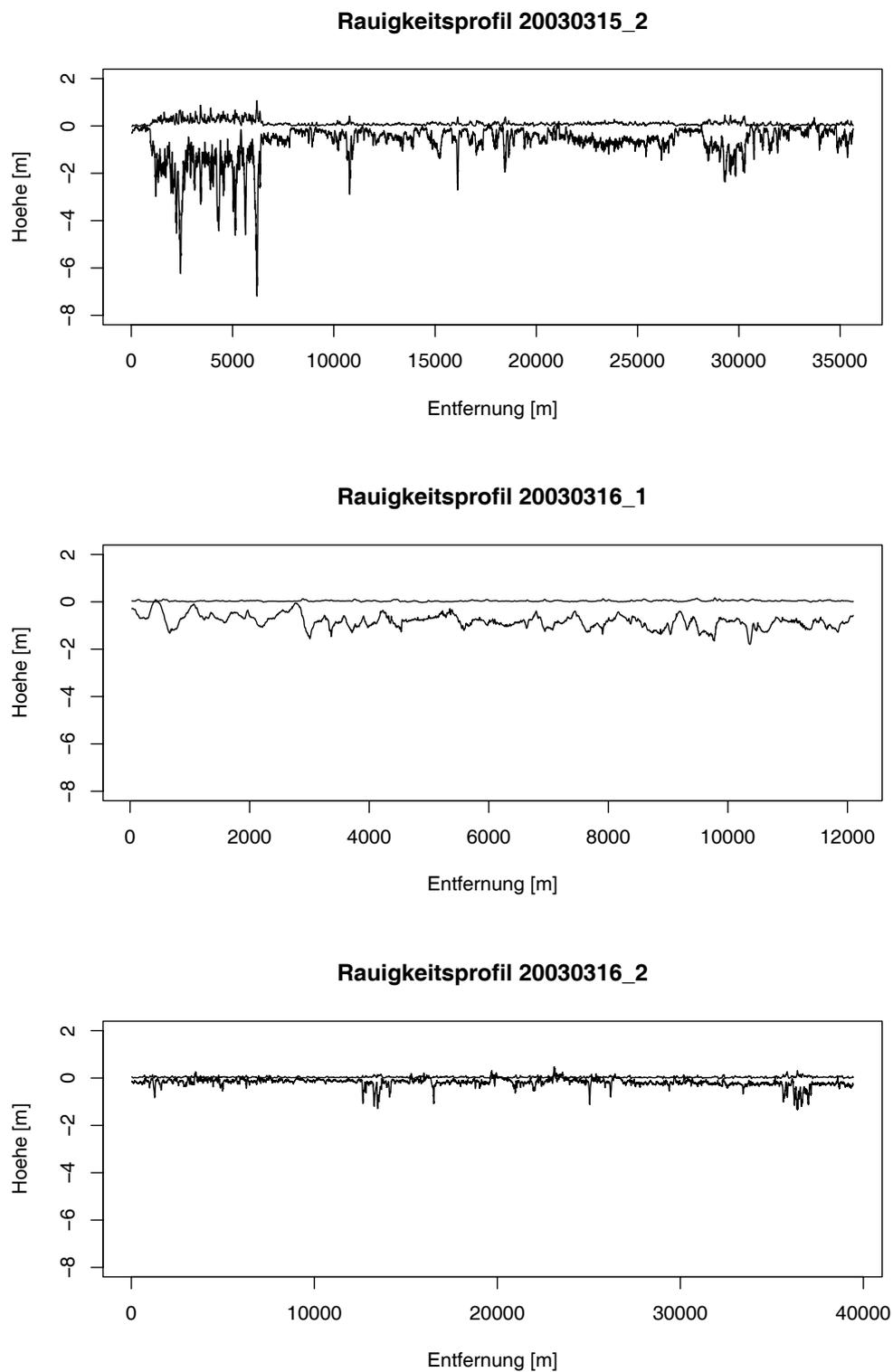


Abbildung 3.24: Drei unterschiedliche Profile des Ark19 Datensatzes. Zu beachten sind die unterschiedlichen Längen der Profile.

-0.36). Die Verschiebungen nehmen wie vorher relativ kleine Werte an, allerdings gleichmäßiger auf positive und negative Werte verteilt (die mittlere Verschiebung liegt nun bei 0.12 m). Dies ist in den Abbildungen 3.21 (b) und 3.23 (b) dargestellt. Zusammenfassend bedeuten die signifikanten Korrelationen zwischen Ober- und Unterseite bei kleinen Werten der Verschiebung, dass in den untersuchten Fällen die Presseisrückensegel im Mittel bereits lokal durch Kiele balanciert sind, obwohl physikalisch diese Balance nur für eine ganze Scholle gelten muss. Ein möglicher Grund, wieso keine größeren Korrelationen zwischen der Rauigkeit von Ober- und Unterseite nachgewiesen werden konnten, ist die Tatsache, dass die Eisdicken und somit die hier verwendeten Rauigkeiten der Eisunterseite bedingt durch den großen footprint auch durch die Eigenschaften des Eises seitlich des vom Laser vermessenen Profils beeinflusst werden. In den Laserprofilen der Oberseite tritt dieser Effekt nicht auf, da der footprint des Lasers nur einige Zentimeter beträgt.

Als nächstes wurde das postulierte Skalierungsverhalten an den 64 Profilen geprüft. Zunächst wurde die Hypothese, dass Paare von Profilen der Ober- und Unterseite der gleichen Verteilung genügen, für jedes Profilpaar mit einem Kolmogorov-Smirnov-Test untersucht. Es ergab sich, dass die Hypothese für alle untersuchten Profile auf dem Konfidenzniveau von 95% abgelehnt werden muss. Weiterhin wurde für jedes Paar von Profilen der Quotient aus mittlerem Tiefgang und mittlerer Höhe berechnet (da der mittlere Tiefgang in dieser Arbeit negativ entlang der Ordinate aufgetragen wurde, nimmt auch der Faktor R negative Werte an). Für diese Berechnung wurde der footprint in den Laserdaten nicht berücksichtigt. Ein weiterer Kolmogorov-Smirnov-Test wurde für Paare von Profilen der Unterseite und der durch Skalierung der Oberfläche mit dem jeweiligen Faktor R erzeugten synthetischen Profile der Unterseite durchgeführt. Hierbei ergab sich keine Verbesserung des Ergebnisses.

Im Untersuchungsgebiet der Ark19-Daten wurde eine große regionale Variabilität des berechneten Skalierungsfaktors R beobachtet. Dies ist in Abbildung 3.25 (a) dargestellt. Die drei Regionen Framstraße, Storfjord und Barentssee sind durch unterschiedliche Symbole gekennzeichnet. Während die Werte von R für die Barentssee und alle bis auf ein Profil des Storfjords, für das $R = -21.5$ war, ähnliche Bereiche abdecken, ergaben sich für das Gebiet der Framstraße z.T. wesentlich größere negative Werte. Dies liegt daran, dass in diesem Gebiet der mittlere Tiefgang des Eises wesentlich größer war (vgl. Abbildung 3.25 (b)). Das Profil des Storfjords mit $R = -21.5$ ist das mittlere der in Abb. 3.24 dargestellten Profile. Der große Betrag des Skalierungsfaktors erklärt sich dadurch, dass die mittlere Laserhöhe nur 0.04 m betrug, der mittlere Tiefgang jedoch -0.82 m.

Obwohl sich statistisch keine Gleichheit der Verteilungen von Ober- und Unterseite nachweisen ließ, konnte die Beobachtung einer qualitativen Ähnlichkeit der Verteilungen in einigen Fällen bestätigt werden. Abb. 3.26 zeigt vier Beispiele, in denen die Wahrscheinlichkeitsdichten der Eisunterseite sowie die um den Faktor R skalierten Dichten der Eisoberseite aufgetragen sind. Für jeden Fall sind die Dichten einmal linear und einmal logarithmisch aufgetragen, letzteres, um das Verhalten von großen Werten des Tiefgangs besser kenntlich zu machen. Obwohl die Übereinstimmung auf der linearen Skala recht gut ist, wird auf der logarithmischen Skala deutlich, dass sich die Verteilungen bei großen Werten des Tiefgangs stark unterscheiden. Die unrealistisch großen Tiefgänge der skalierten Verteilungen entsprechen den Presseisrückensegeln der Oberfläche. Für die vier gezeigten Fälle lässt sich jedoch

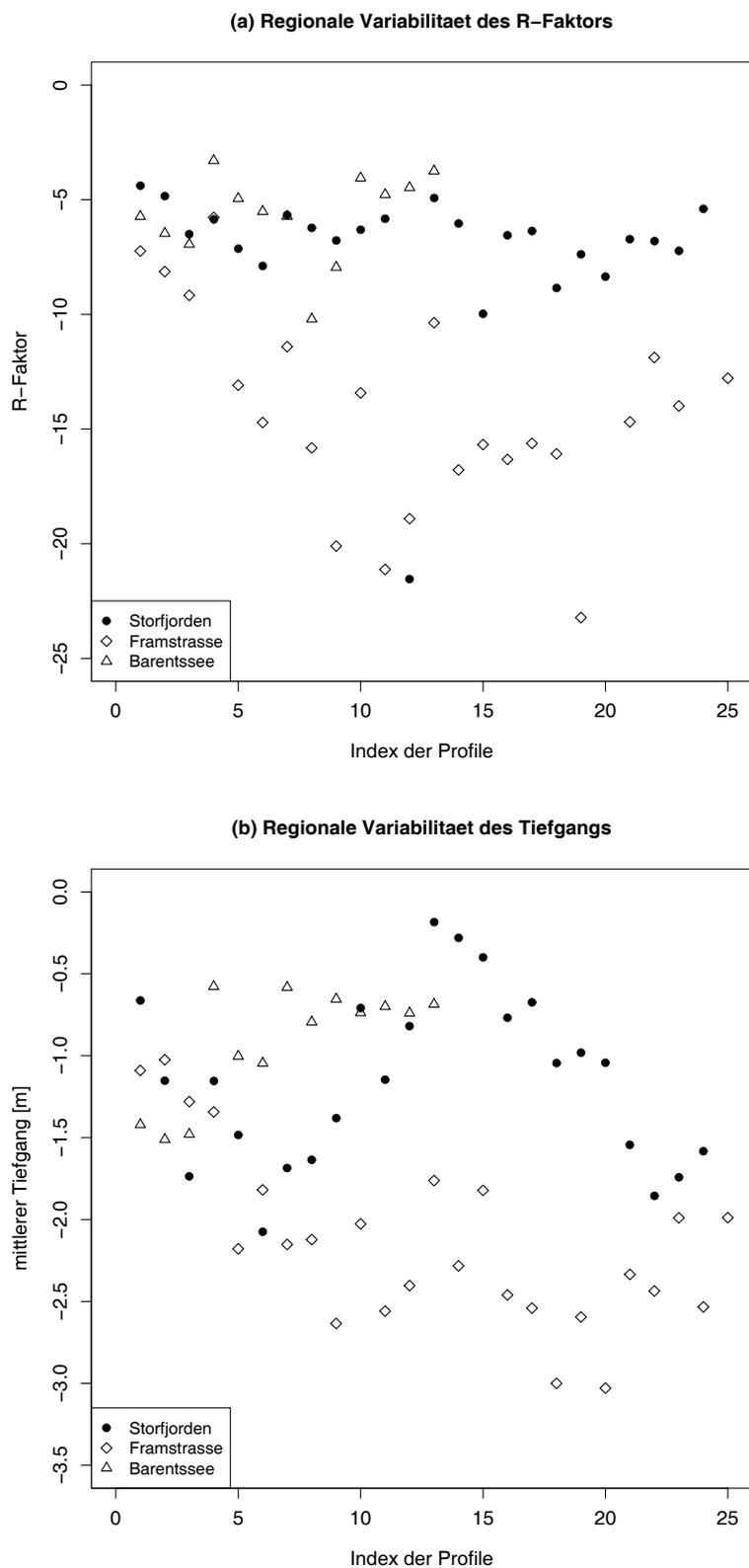


Abbildung 3.25: Variabilität des Skalierungsfaktors R (a) und des mittleren Tiefgangs (b) innerhalb des Untersuchungsgebietes der Ark19-Kampagne.

eine qualitative Übereinstimmung zwischen den wirklichen und den durch Skalierung erzeugten Wahrscheinlichkeitsdichten bei kleinen und mittleren Werte des Tiefgangs feststellen. Hier wird deutlich, dass die Skalierung für ebenes Eis gute Ergebnisse liefert, die Presseisrückenkiele von deformiertem Eis jedoch stark überschätzt werden. Die Werte von R liegen für die vier Beispiele zwischen -3.29 und -4.47 . Andererseits gibt es Profile, bei denen die skalierten Dichten wesentlich stärker von den wirklichen Dichten abweichen, wie Abb. 3.27 für vier Beispiele zeigt. Die reale Verteilung weist in einigen Fällen eine bimodale Form auf, die von den skalierten Verteilungen nicht reproduziert werden kann. Die Werte des Skalierungsfaktors liegen zwischen -7.14 und -21.5 und sind damit vom Betrag her wesentlich größer als für die Beispiele in Abb. 3.26. Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass aus den untersuchten Daten nicht eindeutig abgeleitet werden kann, dass sich die Wahrscheinlichkeitsdichten von Höhe und Tiefgang durch eine einfache Skalierung annähern lassen. Dabei ist jedoch zu beachten, dass die in dieser Untersuchung verwendeten Eishöhen nicht dem Freibord entsprechen, wie es in der Studie von Comiso *et al.* (1991) verwendet wurde, sondern relativ zur Referenzhöhe des ebenen Eises zu verstehen sind. Die berechneten Skalierungsfaktoren R stimmen somit nicht überein.

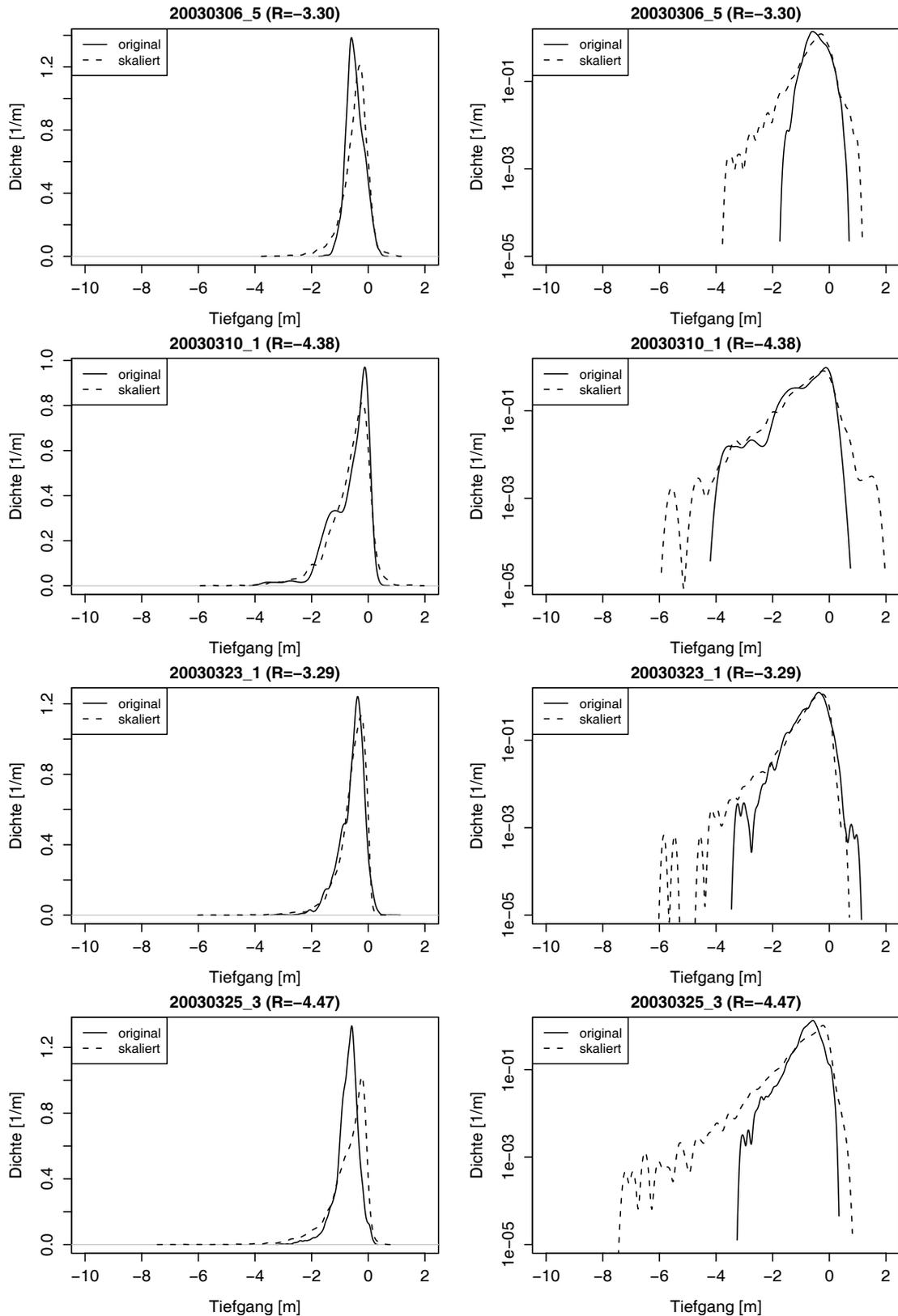


Abbildung 3.26: Beobachtete Wahrscheinlichkeitsdichten für vier Profile der Eisunterseite (durchgezogene Linie). Ebenfalls dargestellt sind die durch Skalierung der Oberflächenprofile erzeugten künstlichen Dichten (gestrichelte Linie). Der Skalierungsfaktor R ist angegeben. Die linken Teilbilder sind auf einer linearen, die rechten auf einer logarithmischen Skala aufgetragen. In allen Fällen ist eine gute qualitative Übereinstimmung der Dichten bei kleinen Absolutwerten des Tiefgangs zu erkennen.

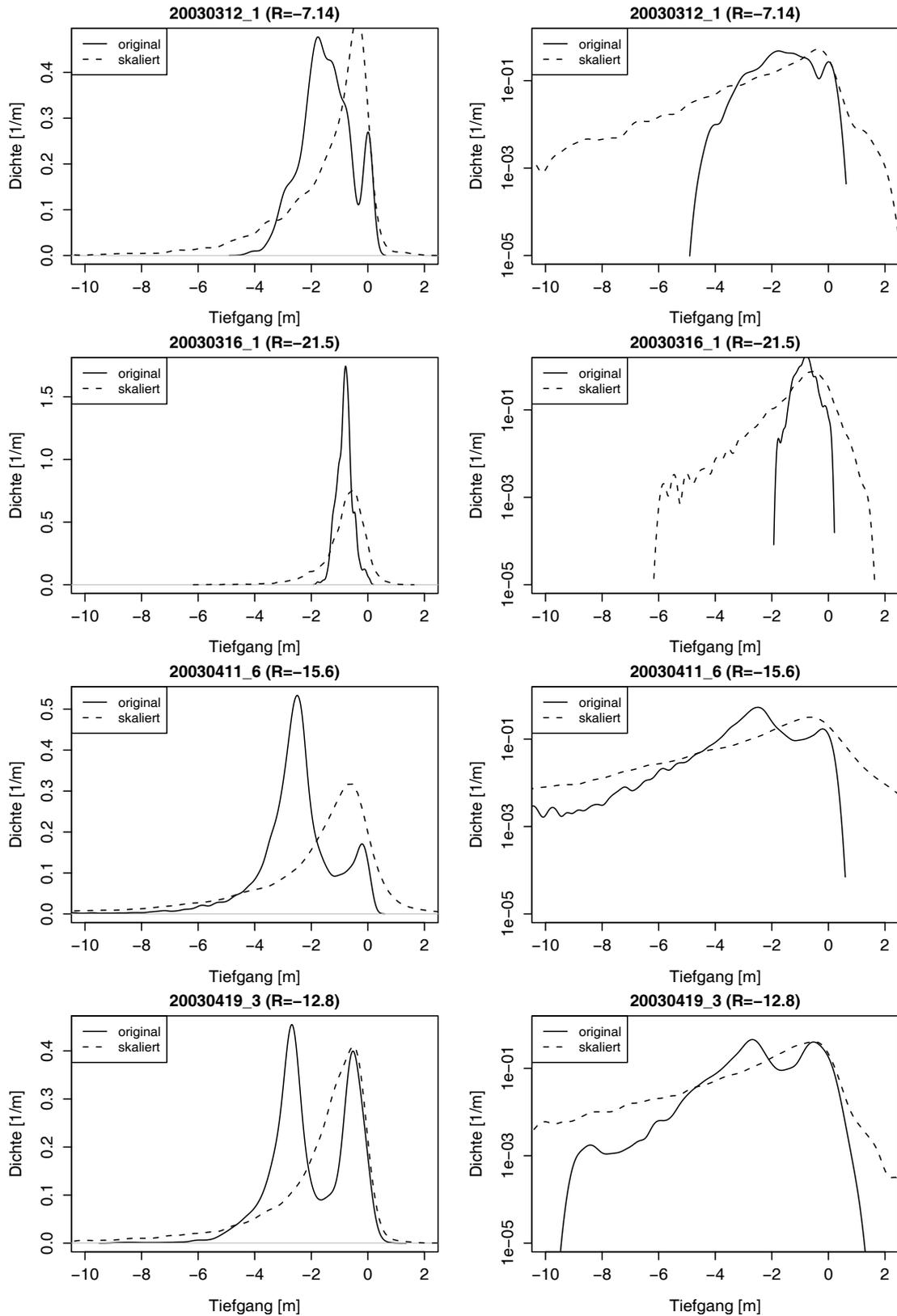


Abbildung 3.27: Vier Beispiele für eine schlechte Übereinstimmung der beobachteten Wahrscheinlichkeitsdichten der Eisunterseite (durchgezogene Linie) mit den durch Skalierung der Oberflächenprofile erzeugten künstlichen Dichten (gestrichelte Linie). Der Skalierungsfaktor R ist angegeben. Die linken Teilbilder sind auf einer linearen, die rechten auf einer logarithmischen Skala aufgetragen.

Kapitel 4

Klassifizierung von Eistypen

Ein Ziel der Arbeit war die Erarbeitung einer Methode zur Unterscheidung verschiedener Eistypen oder -regime anhand von messbaren Rauigkeitsparametern. Dieses Ziel wurde mit zwei verschiedenen Ansätzen verfolgt.

Für den ersten Ansatz wird eine Stichprobe von Rauigkeitsprofilen benötigt, die bereits bekannten Eistypen (Eisklassen) zugewiesen sind (erhärtete Stichprobe). Um die erhärtete Stichprobe zu bilden, sind neben der Rauigkeit zusätzliche Informationen erforderlich. In dieser Arbeit handelt es sich dabei um die Eisdicke. Anhand dieser lässt sich das Eis in Klassen unterteilen. Gesucht werden Regeln, die es ermöglichen, ein Profil allein aufgrund der Rauigkeitsmerkmale einer der Eisdickenklassen zuzuordnen. Ist eine Zuordnungsregel gefunden, so lassen sich Profile klassifizieren, für die ausschließlich Informationen über die Rauigkeit vorhanden sind. Damit ermöglicht das Klassifizierungsverfahren ausgehend von der Rauigkeit Rückschlüsse auf die Dicke des Eises. Ein solches Verfahren der *Diskriminanz-Analyse* ist beispielsweise für Datensätze geeignet, die mit älteren Messungen aus dem gleichen Gebiet verglichen werden sollen, für die das Eis bereits vorhandenen Eisklassen zugeordnet wurde. Diese Art der Klassifizierung setzt einen Zusammenhang zwischen der Eisdicke und der Rauigkeit voraus. Damit eignet sich diese Methode, um zu untersuchen, ob ein solcher Zusammenhang prinzipiell existiert, und, wenn ja, wie dieser beschaffen ist. Die wichtigsten Ergebnisse dieser Analyse sind in Saldern *et al.* (2006) zusammengefasst.

Beim zweiten Ansatz ist die Art und die Anzahl der Klassen im Voraus nicht bekannt. Eine erhärtete Stichprobe liegt nicht vor, und neben der Rauigkeit sind keine weiteren Merkmale bekannt. Es liegt eine Stichprobe vor, die sich möglicherweise in eine noch unbekannt Anzahl von Klassen unterteilen lässt. Gesucht sind Charakteristika dieser möglichen Rauigkeitsklassen sowie die Angabe, welchen Klassen welche Profile zugeordnet werden sollen. Für diese Fragestellung eignen sich Methoden der *Clusteranalyse*.

4.1 Diskriminanz-Analyse

Die detaillierteste Beschreibung von verschiedenen Eistypen findet sich in der *WMO Sea-ice Nomenclature* (WMO, 1989). Eistypen werden hier durch eine Vielzahl unterschiedlicher Parameter wie Eisdicke, Entwicklungsstadium, Deformationsgrad, Herkunft usw. unterschieden. Insbesondere die Unterscheidung verschiedener Eistypen anhand des Entwicklungsstadiums ist für die Bestimmung der Massenbilanz von

Tabelle 4.1: WMO Eistypen

Eisklasse	Eisdicke d [m]
1 Junges Eis	$0.1m < d \leq 0.3m$
2 Dünnes einjähriges Eis	$0.3m < d \leq 0.7m$
3 Mittleres einjähriges Eis	$0.7m < d \leq 1.2m$
4 Dickes einjähriges Eis	$1.2m < d \leq 2.0m$
5 Altes Eis	$2.0m < d$

Meereis von Interesse, da ein Bezug zur Eisdicke besteht. Aus diesem Grund wurden die WMO Eisklassen in dieser Arbeit als Klassen für die erhärtete Stichprobe gewählt. Die fünf, in dieser Arbeit verwendeten Eisklassen und ihre jeweiligen Eisdicken sind in Tabelle 4.1 aufgelistet. Einjähriges Eis bezeichnet hierbei Eis, das sich während eines Winters gebildet hat und noch keinen Sommer überdauert hat. Zweijähriges Eis bezeichnet Eis, das einen Sommer überdauert hat. Mehrjähriges Eis hat mindestens zwei Sommer überdauert. Zweijähriges und mehrjähriges Eis werden zusammen als altes Eis bezeichnet. Bezüglich der Eisdicke sind die Übergänge zwischen den einzelnen Eisklassen dabei fließend. Die angegebenen Eisdicken sind typische Eisdicken. So kann einjähriges Eis durchaus im Einzelfall dicker als 2.0 m sein. In diesem Abschnitt wurden zwei unterschiedliche Verfahren der Diskriminanz-Analyse untersucht. Dies sind ein k-Nächste-Nachbarn-Verfahren sowie eine abstands-basierte Klassifizierung. Beide Methoden sind verteilungsfrei, d.h. es werden a priori keine Annahmen über die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Daten verwendet.

Zur Erarbeitung einer optimalen Klassifizierungsvorschrift sowie zur Abschätzung der Güte der Klassifizierung wird ein unabhängiger Datensatz benötigt. Der Grund hierfür liegt in einer Verfälschung der Güte der Klassifizierung, die entsteht, falls die Erarbeitung der Zuordnungsregel und die Fehlerabschätzung mit der gleichen Stichprobe erfolgen. Die gesamte Stichprobe wurde aus diesem Grund zu Beginn der Untersuchung in eine Trainings- und eine Teststichprobe unterteilt. Die Klassifizierungsvorschrift wurde danach allein anhand des Trainingsdatensatzes erstellt, während die Teststichprobe zur unabhängigen Abschätzung des Fehlers des Verfahrens diente.

Im Folgenden wird ein Oberflächenprofil mathematisch durch einen Vektor \vec{x} im Parameterraum beschrieben, der durch die neun in Tabelle 3.7 definierten Parameter aufgespannt wird. Die Komponenten dieses Vektors sind durch die Werte der neun Rauigkeitsparameter gegeben:

$$\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_9)$$

Der Parameterraum ist in fünf, den in Tabelle 4.1 definierten Eisklassen entsprechende Gebiete Ω_i geteilt ($i = 1, \dots, 5$). Ein Element (Oberflächenprofil) wird der Klasse ω_i zugeordnet, wenn sein zugehöriger Parametervektor \vec{x} im Gebiet Ω_i liegt.

4.1.1 K-Nächste-Nachbarn-Klassifizierung

Bei diesem Verfahren ist das Ziel, die klassenbedingten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (pdfs) $p(\vec{x}|\omega_i)$ aus den vorhandenen Daten zu schätzen. Mit den a priori

Wahrscheinlichkeiten $P(\omega_i)$ und $p(\vec{x})$, die die Wahrscheinlichkeit angeben, die Klasse ω_i bzw. das Element \vec{x} zu erhalten, ergibt sich die a posteriori Wahrscheinlichkeit $P(\omega_i|\vec{x})$ nach dem Bayesschen Theorem zu

$$P(\omega_i|\vec{x}) = \frac{p(\vec{x}|\omega_i)P(\omega_i)}{p(\vec{x})}. \quad (4.1)$$

Diese a posteriori Wahrscheinlichkeit ist die Wahrscheinlichkeit, die Klasse ω_i zu erhalten, vorausgesetzt, das Element \vec{x} ist gegeben. Die fundamentale Zuordnungsregel (englisch „Bayes minimum error rule“) besagt, dass ein Element derjenigen Gruppe zugeordnet wird, die die größte a posteriori Wahrscheinlichkeit aufweist:

$$P(\omega_i|\vec{x}) > P(\omega_k|\vec{x}) \quad \text{für alle } k \neq i \Rightarrow \vec{x} \in \Omega_i \quad (4.2)$$

Mit Gl. 4.1 wird dies zu (Hand, 1981; Lachenbruch, 1975; Deichsel und Trampisch, 1985)

$$p(\vec{x}|\omega_i)P(\omega_i) > p(\vec{x}|\omega_k)P(\omega_k) \quad \text{für } k \neq i \Rightarrow \vec{x} \in \Omega_i. \quad (4.3)$$

Man betrachtet nun das zu klassifizierende Element und legt eine Hypersphäre mit Volumen V um das Element. Die Hypersphäre wird so gewählt, dass sie genau k Elemente der erhärteten Stichprobe enthält, deren Klassenzugehörigkeiten bereits bekannt sind. Von diesen k Elementen gehören k_1 der Klasse ω_1 an, k_2 der Klasse ω_2 usw. Weiterhin ist bekannt, dass von allen n Elementen der erhärteten Stichprobe n_1 der Klasse ω_1 angehören, n_2 der Klasse ω_2 usw. Damit ergeben sich folgende Schätzwerte (Hand, 1981):

$$\hat{p}(\vec{x}|\omega_m) = \frac{k_m}{n_m \cdot V}$$

$$\hat{P}(\omega_m) = \frac{n_m}{n}$$

und somit

$$\hat{p}(\vec{x}|\omega_m)\hat{P}(\omega_m) = \frac{k_m}{n \cdot V}.$$

Die Zuordnungsregel Gl. 4.3 besagt, dass das Element der Klasse w_i zugeordnet wird, falls

$$k_i = \max(k_m), \quad m = 1, \dots, 5. \quad (4.4)$$

In dieser Arbeit wurde k gleich der kleinsten ganzen Zahl $k > \sqrt{n}$ gewählt (Hand, 1981).

4.1.2 Abstandsbasierte Klassifizierung

Bei dieser Methode wird ein neues Element derjenigen Klasse der erhärteten Stichprobe zugeordnet, die dem Element im Parameterraum „am nächsten“ gelegen ist. Dieses Konzept erfordert die Definition eines Abstandsmaßes, sowie eine Möglichkeit, jede einzelne Gruppe durch einen repräsentativen Punkt im Parameterraum zu charakterisieren. Letzteres wird durch den Schwerpunkt \bar{x}_i realisiert. Diese Größe ist für jede Klasse ω_i als Vektor der Mittelwerte einer jeden Variable definiert:

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \vec{x}_{ij}$$

Als Maß zur Berechnung des Abstands zwischen dem zu klassifizierenden Element und den Gruppenschwerpunkten wird die Mahalanobis-Distanz gewählt, die folgendermaßen definiert ist (Krzanowski, 1993, Kap. 11.1):

$$D_i^2 = (\vec{x}_{ij} - \bar{x}_i)^T W^{-1} (\vec{x}_{ij} - \bar{x}_i) \quad (4.5)$$

mit der innerhalb der fünf Gruppen berechneten Kovarianzmatrix

$$W = \frac{1}{n-5} \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^{n_i} (\vec{x}_{ij} - \bar{x}_i)(\vec{x}_{ij} - \bar{x}_i)^T$$

und der Gesamtelementanzahl n der erhärteten Stichprobe. Im Gegensatz zum Euklidischen Abstand berücksichtigt die Mahalanobis-Distanz Korrelationen zwischen den einzelnen Parametern.

4.1.3 Auswahl von Klassifizierungsvariablen

Ein wichtiger Aspekt der Diskriminanz-Analyse ist die Auswahl der Klassifizierungsvariablen. Wie in Kapitel 3 gezeigt, beschreiben die verschiedenen Parameter unterschiedliche Eigenschaften der Profile. Es ist daher zu erwarten, dass sich die einzelnen Parameter hinsichtlich ihrer Eignung als Klassifizierungsvariablen unterscheiden. Während ein einzelner Parameter für sich genommen u.U. keine besonders gute Eignung für eine Klassifizierung aufweist, kann sich die Güte der Klassifizierung wesentlich verbessern, wenn ein weiterer Parameter hinzugenommen wird. Andererseits ist die Annahme, dass die Hinzunahme von weiteren Variablen die Klassifizierung nur verbessern kann, nicht generell gerechtfertigt (Hand, 1981). Die Frage der Merkmalsauswahl sollte deshalb sorgfältig geprüft werden.

Zur Bewertung einer bestimmten Merkmalskombination ist ein Gütekriterium erforderlich. In dieser Arbeit wurde dafür die Fehlerrate der Klassifizierung verwendet. Zu deren Bestimmung ist eine unabhängige Stichprobe erforderlich, da es zu einer Verfälschung der Fehlerrate kommt, wenn sowohl zur Erarbeitung der Zuordnungsregel als auch zur Abschätzung des Fehlers der gleiche Datensatz verwendet wird. Wie beschrieben, wurde der Datensatz zu Beginn der Analyse bereits in eine Trainings- und eine Teststichprobe unterteilt. Zur Merkmalsauswahl steht daher nur der Trainingsdatensatz zur Verfügung, da der Testdatensatz nach Erarbeitung der Zuordnungsregel zur Abschätzung der Fehlerrate der Klassifizierung benötigt wird (Deichsel und Trampisch, 1985). Um die zur Abschätzung der Güte einer Merkmalskombination erforderliche unabhängige Stichprobe zu erhalten, müsste der Datensatz ein weiteres Mal unterteilt werden. Um die durch eine solche Unterteilung entstehende weitere Verkleinerung des Trainingsdatensatzes zu vermeiden, wurde zur Abschätzung der Fehlerrate einer bestimmten Merkmalskombination die sogenannte „cross validation“ Methode verwendet. Dazu wurde die Trainingsstichprobe nicht in zwei Datensätze unterteilt, sondern nur das erste Element aus der Trainingsstichprobe herausgenommen. Die restlichen $n - 1$ Elemente dienten nun als neue „Trainingsstichprobe“, aus der je nach Klassifizierungsverfahren die nächsten Nachbarn oder die Gruppenschwerpunkte bestimmt wurden. Das einzelne Element wurde dann klassifiziert und das Ergebnis mit dessen wahrer Gruppenzugehörigkeit verglichen. Schließlich wurde das Element zurückgelegt. Nun wurde das zweite Element der Trainingsstichprobe herausgenommen und ebenso klassifiziert. Schrittweise

wurden nacheinander alle Elemente des Trainingsdatensatzes in dieser Weise klassifiziert. Die Fehlerrate der ausgewählten Merkmalskombination ergibt sich in diesem Fall zu (Hand, 1981; Krzanowski, 1993; Deichsel und Trampisch, 1985)

$$F = \sum_{i=1}^{g=5} P(\omega_i) * \frac{m_i}{n_i}.$$

Hierbei bezeichnet $g = 5$ wieder die Anzahl der Eisdickenklassen aus Tabelle 4.1, m_i die Anzahl der falsch zugeordneten Fälle aus Klasse i und n_i die Anzahl der Elemente der Klasse i in der Trainingsstichprobe.

Die eigentliche Merkmalsauswahl erfolgte nach dem Prinzip der sogenannten „forward selection“. Dies ist ein schrittweises Verfahren, in dem zunächst alle Variablen einzeln untersucht werden. Diejenige Variable, die zu dem kleinsten cross validation Fehler F führt, wird ausgewählt. Im zweiten Schritt werden alle Kombinationen dieser Variable mit einer zweiten untersucht. Wiederum wird die Kombination beibehalten, die zum niedrigsten cross validation Fehler führt. Schrittweise werden so die jeweils „besten“ Kombination aus 1, 2, . . . , 9 Variablen. Diejenige Kombination, die hiervon den niedrigsten Fehler F aufweist, wird schließlich als endgültige Merkmalskombination zur Klassifizierung verwendet.

4.1.4 Güte der Klassifizierung

Als Maß für die Güte einer Klassifizierung dient der Anteil falsch zugeordneter Elemente der Teststichprobe des Klassifizierungsverfahrens. Für die gefundene optimale Merkmalskombination wurden die nächsten Nachbarn bzw. die Gruppenschwerpunkte aus der Trainingsstichprobe bestimmt. Danach wurde jedes Element der Teststichprobe mit den oben beschriebenen Verfahren klassifiziert, und der Fehler durch Vergleich der zugeordneten Klassen mit den richtigen Klassen bestimmt. Die Fehlerrate ergibt sich dabei durch Division der Anzahl falsch zugeordneter Elemente durch die Gesamtzahl der Elemente (Deichsel und Trampisch, 1985, Abschnitt 3.3).

Da die Aufteilung in Trainings- und Testdatensatz die Fehlerrate stark beeinflusst, wurde die Fehlerabschätzung 1000 Mal durchgeführt, wobei in jedem Lauf eine zufällige Teilung des Datensatzes vorgenommen wurde. Um ein möglichst repräsentatives Bild der Gesamtstichprobe zu erhalten, enthielt der Trainingsdatensatz stets 80% der Elemente (Hand, 1981; Deichsel und Trampisch, 1985).

4.1.5 Ablauf der Diskriminanz-Analyse

Zusammenfassend ergab sich folgende Vorgehensweise für die Diskriminanz-Analyse der Laserdaten:

1. Unterteilung der Oberflächen- und Eisdickenprofile in gleich lange Abschnitte.
2. Bestimmung der Eisdicke für jeden Abschnitt und Zuordnung jedes Abschnitts zu einer der fünf Eisklassen aus Tabelle 4.1 anhand der Dicke .
3. Berechnung der neun statistischen Parameter für jedes Oberflächenprofil.
4. Teilung des Datensatzes in Trainings- und Teststichprobe.

5. Bestimmung der optimalen Parameterkombination für die Klassifizierung mittels cross validation des Trainingsdatensatzes.
6. Klassifizierung der Oberflächenprofile des Testdatensatzes mit der K-Nächste-Nachbarn-Methode oder der abstands-basierten Klassifizierung anhand des Trainingsdatensatzes und der ausgewählten Variablenkombination.
7. Vergleich der zugeordneten Klassen mit den (bekannten) wirklichen Klassen des Testdatensatzes und Bestimmung der Fehlerrate der Klassifizierung.

Ziel der Diskriminanz-Analyse war, den Zusammenhang zwischen der Oberflächenrauigkeit und der Eisdicke zu untersuchen. Bei einer hinreichend niedrigen Fehlerrate der Klassifizierung lassen sich aus der Rauigkeit quantitative Rückschlüsse auf die Eisdicke ziehen. Das Klassifizierungsverfahren lässt sich in diesem Fall dazu verwenden, Rauigkeitsprofile, für die keine Dickenmessungen vorliegen, Eisdickenklassen zuzuordnen und somit die Eisdicke zu prognostizieren. Dazu wird ein Datensatz mit bekannten Eisdicken als Trainingsstichprobe verwendet, während die zu klassifizierenden Profile unbekannter Dicke die Teststichprobe bilden.

4.1.6 Diskriminanz-Analyse von Laserdaten

Die oben beschriebenen Klassifizierungsverfahren wurden auf die Laserprofile der Rauigkeit und die Dickenprofile des Ark19-Datensatzes angewandt. Abbildung 4.1 zeigt eine Karte mit der regionalen Verteilung der gemessenen modalen Eisdicken für 2 km lange Profilabschnitte. Alle Profile wurden zunächst in gleich lange Abschnitte unterteilt (Schritt 1 in Abschnitt 4.1.5). Um die Abhängigkeit der Güte der Klassifizierung von der Profillänge zu untersuchen, wurden die Klassifizierungen für Abschnitte der Längen 2, 5, 8, 10 und 15 km durchgeführt. Für jeden Profilabschnitt wurden die in Tabelle 3.7 beschriebenen neun statistischen Rauigkeitsparameter berechnet.

Als Schätzwert für die Dicke des ebenen Eises jedes Profilabschnittes wurde die modale Eisdicke berechnet. Dies ist unter der Annahme gerechtfertigt, dass für hinreichend lange Profile die Abschnitte ebenen Eises größer als die Abschnitte deformierten Eises sind. Die Dicke des ebenen Eises ist dann repräsentativ für das Profil und lässt sich mit den WMO Eisklassen in Beziehung setzen. Jeder Profilabschnitt wurde anhand seiner modalen Eisdicke einer der fünf WMO Eisklassen zugeordnet. Die sich ergebenden Eisdickenklassen sind in Abbildung 4.1 in unterschiedlichen Graustufen dargestellt. Deutlich erkennbar sind die großen regionalen Unterschiede. Im inneren Storfjord (nördlich von 77.5°N) war überwiegend junges und dünnes einjähriges Eis vorhanden. Im Gebiet der Barentssee war die Eisdicke inhomogener: im äußeren Storfjord ($76.5 - 77.5^{\circ}\text{N}$) befand sich mehrjähriges Eis, während südlich von 76.5°N einjähriges Eis vorherrschte. Das dickste Eis während der Messkampagne wurde in der Framstraße beobachtet.

Die beiden Klassifizierungsverfahren wurden nun, wie in Abschnitt 4.1.4 beschrieben, je 1000 Mal wiederholt. Die mittleren Fehlerraten beider Verfahren sind in den Tabellen 4.2 und 4.3 dargestellt. Die Fehlerraten r_1 bis r_5 der einzelnen Klassen (d.h. der Anteil der innerhalb der einzelnen Klassen falsch zugeordneten Elemente) sind ebenfalls aufgeführt. In den 1000 Läufen wurden unterschiedliche Kombinationen der Klassifizierungsvariablen als optimal ausgewählt, abhängig von der speziellen

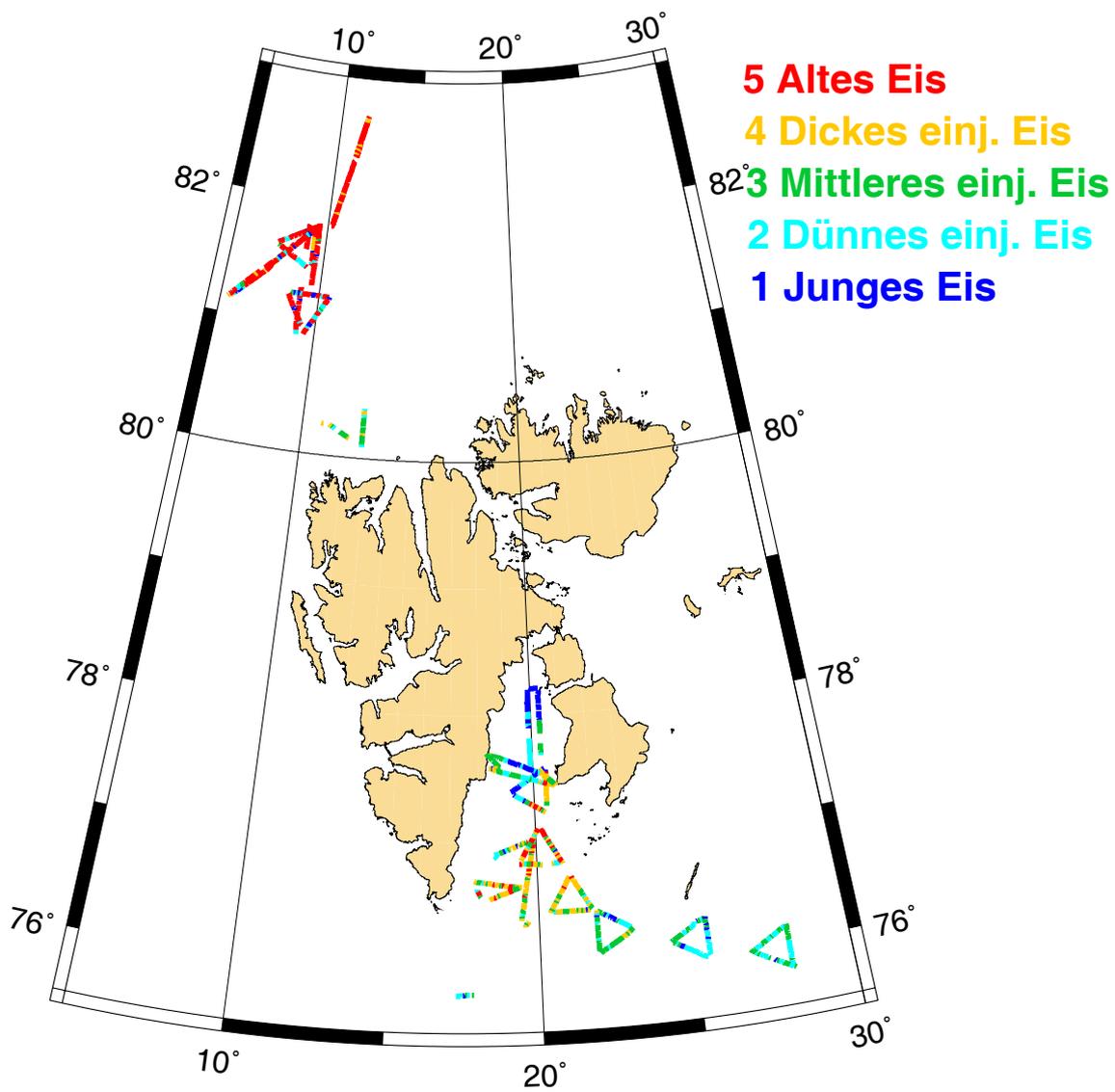


Abbildung 4.1: Gemessene modale Eisdicken während der Expedition Ark19 für 2 km lange Profilabschnitte. Die modale Eisdicke ist entsprechend den fünf Eisklassen aus Tabelle 4.1 farbcodiert dargestellt.

Tabelle 4.2: Fehlerraten der K-Nächste-Nachbarn Klassifizierung. Es gelten folgende Bezeichnungen: L : Profillänge, r : Mittlere Fehlerrate von 1000 Läufen, r_{low} bzw. r_{up} : 5% bzw. 75%-Quantil von r , r_1 - r_5 : Mittlere Fehlerraten innerhalb der fünf Klassen von 1000 Läufen, n : Stichprobengröße.

L	2 km	5 km	8 km	10 km	15 km
r	0.5851	0.6330	0.5890	0.6560	0.6224
r_{low}	0.4951	0.5000	0.4167	0.4444	0.3846
r_{up}	0.6699	0.7750	0.7500	0.8333	0.8462
r_1	0.7640	0.9875	0.9976	0.9769	0.9197
r_2	0.7340	0.7388	0.6014	0.7551	0.7971
r_3	0.8093	0.7668	0.7884	0.7144	0.7969
r_4	0.3280	0.4457	0.3799	0.7273	0.3067
r_5	0.3844	0.4083	0.4192	0.3822	0.4444
n	512	199	116	89	61

Tabelle 4.3: Fehlerraten bei abstandsbasierter Klassifizierung. Es gelten die Bezeichnungen aus Tabelle 4.2.

L	2 km	5 km	8 km	10 km	15 km
r	0.5452	0.5862	0.5770	0.5772	0.4998
r_{low}	0.4466	0.4500	0.4167	0.3889	0.2308
r_{up}	0.6311	0.7250	0.7500	0.7778	0.7692
r_1	0.4524	0.7308	0.7688	0.7511	0.6900
r_2	0.7537	0.7924	0.7101	0.7234	0.6788
r_3	0.7098	0.7107	0.7703	0.6920	0.6961
r_4	0.3065	0.3012	0.3016	0.1636	0.2065
r_5	0.4368	0.4692	0.4439	0.5083	0.4119
n	512	199	116	89	61

Unterteilung in Trainings- und Testdatensatz. Auf die Verteilung der möglichen Parameterkombinationen wird in der Diskussion näher eingegangen. Die Fehlerraten in den Tabellen 4.2 und 4.3 wurden durch Mittelung über alle 1000 Läufe bestimmt.

Ergebnisse der K-Nächste-Nachbarn Klassifizierung

Die mittlere Fehlerrate von 1000 Läufen lag zwischen 58% und 66%, deutlich unter dem Wert von 80%, der bei einer rein zufälligen Zuordnung mit gleichen Wahrscheinlichkeiten für alle fünf Klassen erreicht wird. Die niedrigste mittlere Fehlerrate r ergab sich für Profilabschnitte der Länge 2 km. Die Fehlerraten innerhalb der Klassen 1-3 lagen für alle untersuchten Längen zwischen 70% und 100%. Dies bedeutet, dass der Algorithmus nicht ausreichend zwischen diesen Klassen unterscheiden kann. Für die Profillänge 2 km war r_1 , die Fehlerrate der dünnsten Eisklasse, am niedrigsten. Die Fehlerraten innerhalb der Klassen 4 und 5 lagen bis auf die Profillänge 10 km stets zwischen 30% und 45%.

Ergebnisse der abstands-basierten Klassifizierung

Die mittlere Fehlerrate lag in allen Fällen unterhalb von 60%. Die niedrigste Fehlerrate ergab sich für die Profillängen 15 und 2 km, wobei das Konfidenzintervall für den Fall 2 km wesentlich kleiner war als für 15 km. Die Fehlerraten innerhalb der ersten drei Klassen waren wie bei der k-Nächste-Nachbarn-Klassifizierung wesentlich größer als die Fehlerraten innerhalb der dicksten Eisklassen 4 und 5. Die niedrigste Fehlerrate r_1 innerhalb der dünnsten Eisklasse ergab sich auch bei diesem Verfahren für die Profillänge 2 km.

Diskussion

Ein Vergleich der Ergebnisse zeigt, dass beide Verfahren nur schwach von der Profillänge beeinflusst werden. Einzig die Fehlerrate innerhalb von Klasse 1 (junges Eis) nahm wesentlich beim Übergang von 5 zu 2 km ab. Dieses Verhalten lässt Rückschlüsse auf die Längenskalen zu, auf denen dünnes Eis homogen ist. Bei Skalen, die über die Größenordnung von 2 km hinausgehen, kommt es möglicherweise zur Vermischung mit dickeren Eisklassen und somit zu größeren Fehlerraten. Generell zeigt sich, dass keines der beiden Verfahren eindeutig überlegen ist, da die Ergebnisse sehr ähnlich sind. Die k-nächste-Nachbarn-Methode ist jedoch rechnerisch effizienter, so dass sie für die untersuchte Fragestellung vorgezogen wurde. Aufgrund der bereits erwähnten Beobachtung, dass die Fehlerrate innerhalb von Klasse 1 für die Profillänge 2 km den niedrigsten Wert annahm, wurde diese Länge ausgewählt.

Abbildung 4.2 zeigt Streudiagramme der modalen Eisdicke der Ark19-Daten in Abhängigkeit von den neun statistischen Rauigkeitsparametern für die Profillänge 2 km. In Tabelle 4.4 sind die Korrelationskoeffizienten R zwischen der modalen Eisdicke und den einzelnen Rauigkeitsparametern für den vollständigen Datensatz, die Profile der Framstraße und den Datensatz ohne die Framstraßenprofile aufgeführt. Eine lineare Beziehung zwischen der Eisdicke und einem einzelnen Parameter lässt sich für den vollständigen Datensatz nur für die Parameter μ und σ vermuten. In beiden Fällen ist das dickste Eis, das überwiegend aus der Framstraße stammt, als „Haufen“ links der Hauptdiagonalen erkennbar (graue Kreise). Die Tatsache, dass diese großen mittleren Eisdicken keine entsprechend großen Werte der mittleren Höhe μ aufweisen, lässt sich teilweise dadurch erklären, dass die Laserprofile die Rauigkeit relativ zur Referenzhöhe des ebenen Eises erfassen. Die Höhe des ebenen Eises, die für sehr dickes Eis ebenfalls höher ist, fehlt in diesen Daten. Der beste lineare Zusammenhang ergibt sich für die Parameter μ , σ und d_F . Die Werte des Korrelationskoeffizienten sind jedoch selbst in diesen Fällen niedrig. Welche Variablen zu den besten Klassifizierungsergebnisse führen, lässt sich aus Abb. 4.2 allein nicht schließen. Allerdings steht zu vermuten, dass die beste Parameterkombination μ und σ enthalten wird.

Abb. 4.3 veranschaulicht die Verteilung der Zuordnungsfehler der k-nächste-Nachbarn-Klassifizierung auf die einzelnen Klassen. Jedes Teilbild zeigt die Anteile, zu denen die Elemente jeweils einer Klasse (bezeichnet in der Überschrift) durch den Algorithmus auf die fünf auf der Abszisse bezeichneten Eisklassen verteilt wurden. Idealerweise enthielte jedes Teilbild nur einen Balken bei der jeweils richtigen Eisklasse. Es zeigt sich, dass die besten Ergebnisse für die beiden dicksten Eisklassen erzielt wurden. Von dickem einjähriges Eis (Klasse 4) wurden 67.2% der Elemente richtig zugeordnet, und von altem Eis (Klasse 5) 61.6%. Die Zuordnungen innerhalb

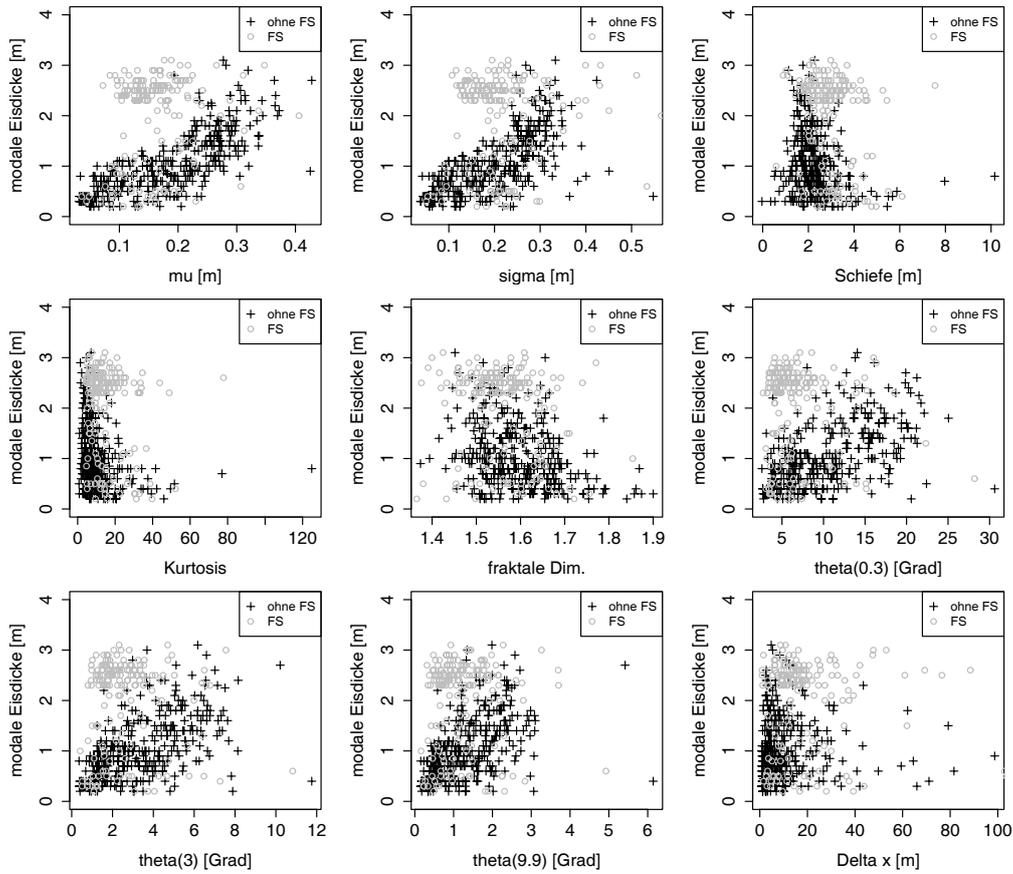


Abbildung 4.2: Modale Eisdicke in Abhängigkeit von den einzelnen Parametern für Profilabschnitte der Länge 2 km. Die Profile aus dem Gebiet der Framstraße (FS) sind durch graue Kreise kenntlich gemacht.

Tabelle 4.4: Werte des Korrelationskoeffizienten R zwischen der modalen Eisdicke d und den neun statistischen Parametern. Die Spalte „Ark19“ bezeichnet den vollständigen Datensatz, „FS“ den Datensatz der Framstraßenprofile und „ohne FS“ den Datensatz ohne die Profile der Framstraße.

Korrelation	Ark19	FS	ohne FS
$R(\mu, d)$	0.3657	0.1827	0.7505
$R(\sigma, d)$	0.3967	0.0843	0.6670
$R(\mu_3, d)$	0.0087	-0.2225	-0.2093
$R(\mu_4, d)$	-0.0567	-0.1935	-0.2532
$R(d_F, d)$	-0.3362	-0.2318	-0.3138
$R(\theta(0.3), d)$	0.0699	-0.0770	0.5351
$R(\theta(3), d)$	0.1981	-0.0163	0.5686
$R(\theta(9.9), d)$	0.2584	0.0520	0.5329
$R(\Delta x, d)$	0.1251	-0.0443	0.0068

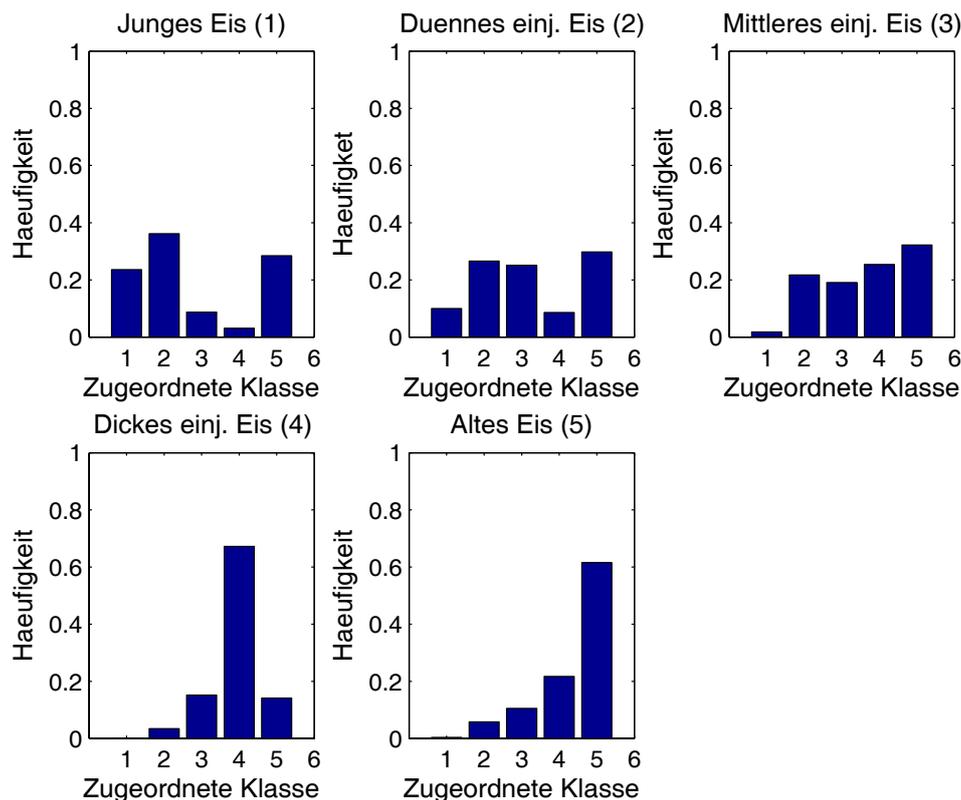


Abbildung 4.3: Güte der Klassifizierung für die Profillänge 2 km. Jedes Teilbild zeigt, zu welchen Anteilen alle Elemente einer bestimmten Klasse (bezeichnet in der jeweiligen Überschrift) den fünf Eisklassen (bezeichnet auf der Abszisse) zugeordnet werden.

der restlichen Eisklassen waren stark fehlerbehaftet. Insbesondere entfiel bei mittlerem einjährigem Eis (Klasse 3) der zweitkleinste Anteil überhaupt auf die richtige Eisklasse. Aus den Ergebnissen kann daher gefolgert werden, dass die beiden dicksten Eisklassen (dickes einjähriges und altes Eis) durch das Klassifizierungsverfahren voneinander und von den anderen Klassen unterschieden werden können. Die dünneren Eisklassen lassen sich aufgrund ihrer statistischen Eigenschaften mit dieser Methode jedoch nicht identifizieren.

Weiterhin ist es interessant, zu untersuchen, welche der neun Parameter jeweils für die Klassifizierung ausgewählt wurden. Wie in Abschnitt 4.1.3 beschrieben, wurde in jedem Klassifizierungslauf ein Satz „besten“ Klassifizierungsvariablen ausgewählt. Da die Auswahl dem Prinzip der forward selection folgte, wurden in jedem Lauf nur $9+8+\dots+1 = 45$ der möglichen $\binom{9}{1} + \binom{9}{2} + \dots + \binom{9}{9} = 511$ Kombinationen untersucht. Um diese Einschränkung teilweise auszugleichen, wurde die Klassifizierung 1000 Mal mit jeweils unterschiedlichen Trainings- und Testdatensätzen durchgeführt. Die sich ergebende Häufigkeitsverteilung der möglichen Parameterkombinationen ist in Abb. 4.4 dargestellt. Die Markierungen auf der Abszisse nummerieren die unterschiedlichen Kombinationen. Die drei häufigsten Parameterkombinationen sind angegeben und mit Pfeilen gekennzeichnet. Mit Abstand am häufigsten wurde die Kombination $\{\mu, \sigma\}$ in 49.2% der Läufe gewählt, gefolgt von $\{\mu, \sigma, d_F\}$ (in 19.2% der Fälle) und $\{\mu, \sigma, \mu_3, \theta(0.3), \theta(3), \theta(9.9)\}$ in 12.8% der Fälle. Damit wurde die Vermutung

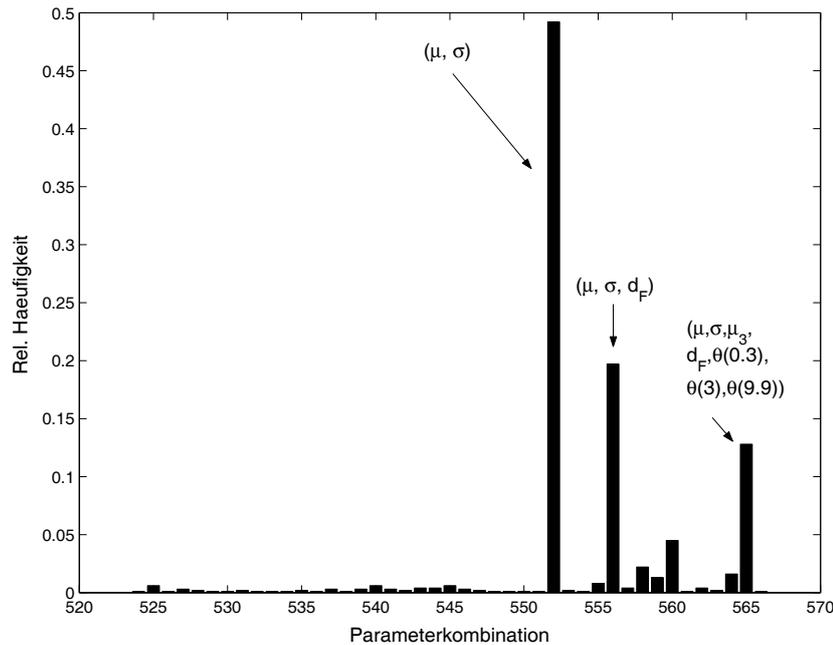


Abbildung 4.4: Häufigkeitsverteilung der erhaltenen optimalen Parameterkombinationen in 1000 Läufen der Diskriminanz-Analyse für die Profillänge 2 km. Um diese Verteilung graphisch darzustellen wurde jeder Kombination ein Index zugeordnet, der auf der Abszisse aufgetragen ist. Die drei häufigsten Parameterkombinationen sind gekennzeichnet.

bestätigt, dass μ und σ zu den aussagekräftigsten Parametern gehören.

Die Streudiagramme der Abbildung 4.2 verdeutlichen, dass sich die Eigenschaften der Profile der Framstraße wesentlich von denen der übrigen Profile unterscheiden. Für dieses sehr dicke Eis (vgl. Abbildung 4.1) nehmen die mittlere Profilhöhe und die Standardabweichung deutlich niedrigere Werte an als für die übrigen Profile. Tabelle 4.4 belegt, dass die Korrelationskoeffizienten sich signifikant verbessern, wenn die Framstraßenprofile nicht berücksichtigt werden. Dies trifft insbesondere für die Korrelationen zwischen der modalen Eisdicke und den Parametern zu, die vertikale Variationen der Rauigkeit erfassen, wie die mittlere Höhe μ , die Standardabweichung σ und die mittlere Steigung θ . Der Korrelationskoeffizient zwischen der mittleren Profilhöhe μ und der modalen Eisdicke beträgt ohne die Framstraßenprofile 75%. Um zu untersuchen, ob die Profile der Framstraße ein Grund für die hohen Fehlerraten bei der Klassifizierung der dünnen Eisklassen sind, wurden zwei weitere k-Nächste-Nachbarn-Klassifizierungen durchgeführt. Dabei wurden in der ersten Analyse nur die Profile der Framstraße untersucht, und im zweiten Fall alle Profile der übrigen Gebiete. Tabelle 4.5 fasst die Ergebnisse der Klassifizierung für beide Fälle zusammen. Die Profillänge betrug jeweils 2 km. In beiden Fällen wurde die mittlere Profilhöhe als optimale Klassifizierungsvariable ausgewählt. Die niedrige mittlere Fehlerrate von $r = 33\%$ für den Datensatz der Framstraßenprofile lässt sich damit erklären, dass der Großteil der Profile (115 von insgesamt 169) der dicksten Eisklasse angehörte. Diese Profile wurden alle korrekt klassifiziert. Allerdings wurden sämtliche Profile der anderen Eisklassen falsch klassifiziert. Die Gesamtfehlerrate für den Datensatz ohne die Framstraßenprofile liegt mit $r = 56\%$ in der gleichen Größenordnung wie für den vollständigen Datensatz. Die Fehlerrate r_5 der dicksten Eisklasse ist im Gegensatz zum vollständigen Datensatz wesentlich größer, was

Tabelle 4.5: Fehlerraten der k-Nächste-Nachbarn-Klassifizierung für den Datensatz der Framstraßenprofile („FS“) sowie den Datensatz aller übrigen Profile („ohne FS“) für 2 km lange Profilstücke. Es gelten die Bezeichnungen aus Tabelle 4.2. Die angegebenen Werte sind Mittelwerte aus 1000 Läufen.

Datensatz	FS	ohne FS
r	0.3304	0.5628
r_{low}	0.2059	0.4559
r_{up}	0.4706	0.6618
r_1	1.0000	0.7174
r_2	1.0000	0.6041
r_3	1.0000	0.6044
r_4	1.0000	0.3086
r_5	0.0000	0.9088
n	169	339

darauf zurückzuführen ist, dass nur noch vier Profile dieser Eisklasse im Datensatz vorhanden waren. Die Fehlerrate der dünnsten Eisklasse ist leicht vermindert, die der Klassen 2 und 3 dagegen deutlich niedriger als für den vollständigen Datensatz. Beide Untersuchungen machen deutlich, wie sensitiv der Algorithmus auf die Zusammensetzung des Trainingsdatensatzes ist. Aus diesem Grund wurde im folgenden Abschnitt die Robustheit des Verfahrens näher untersucht.

4.1.7 Anwendbarkeit der Klassifizierungsmethode

Mit der im letzten Abschnitt entwickelten Methode war es möglich, im Datensatz von Ark19 die beiden dicksten Eisklassen voneinander und von den dünneren Klassen zu unterscheiden. Für diesen Abschnitt wurde die Robustheit des Klassifizierungsverfahrens untersucht, um zu prüfen, wie groß sein Potenzial ist, auf Oberflächenprofile angewendet zu werden, für die keine Dickendaten zur Verfügung stehen. Wenn die Klassifizierungsmethode ausreichend robust ist, ließe sich ein hochwertiger Trainingsdatensatz erstellen, der als Basis für die Klassifizierung weiterer Profile, deren Eisdicke unbekannt ist, genutzt werden kann. Zu diesem Zweck wurden zwei zusätzliche Datensätze mit der K-Nächste-Nachbarn-Methode für 2 km lange Profilstücke untersucht. Beide wurden in unterschiedlichen geographischen Regionen und zu verschiedenen Jahreszeiten gemessen und wurden ausgewählt, da sie einen möglichst großen Bereich an Oberflächenrauigkeiten abdecken.

Lincoln Sea/Arktischer Ozean, May 2004 (Greenice04)

Das untersuchte Eis war sehr dick, in 2 km langen Profilstücken wurden modale Eisdicken von bis zu 6 m gemessen. Der Datensatz wurde in 107, 2 km lange Teilstücke unterteilt. Anhand der modalen Eisdicke ließen sich von diesen 95% der Klasse alten Eises zuordnen. Insgesamt waren nur fünf Profile jungen oder dicken einjährigen Eises vorhanden. Für den Datensatz lag im Wesentlichen eine Ein-Klassen-Verteilung vor, und die Anwendung der Klassifizierungsmethode führte dazu, dass alle Profile einer einzigen Klasse zugeordnet wurden. Die Robustheit der Klassifizierungsmetho-

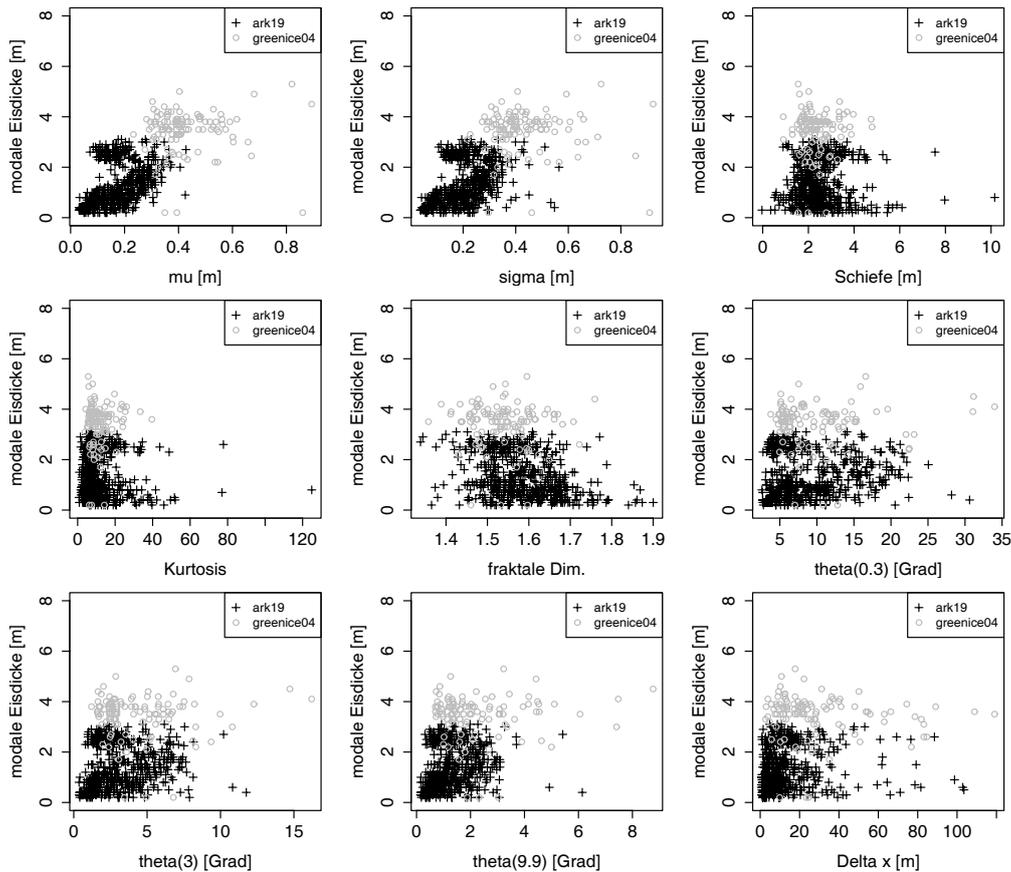


Abbildung 4.5: Modale Eisdicke der kombinierten Datensätze Ark19 und Greenice04 in Abhängigkeit von den einzelnen Parametern für Profilabschnitte von 2 km Länge.

de ließ sich an diesem Datensatz nicht testen. Stattdessen wurde untersucht, wie sich die einzelnen statistischen Parameter von denen des Ark19 Datensatzes, an dem die Methode entwickelt wurde, unterscheiden. Abb. 4.5 zeigt Darstellungen der modalen Eisdicke in Abhängigkeit von jedem der neun Parameter für beide Datensätze. Die Parameter μ und σ nahmen für die Greenice-Daten überwiegend größere Werte an als für die Ark19 Daten, folgten jedoch dem generellen linearen Trend. Für die übrigen Parameter waren die Wertebereiche ähnlich. In den Datensätzen ließ sich kein grundsätzlich anderes Verhalten der Parameter feststellen. Aus diesem Grund wurde eine Diskriminanz-Analyse für den kombinierten Datensatz durchgeführt. Die Fehlerrate der Klassifizierung war mit 49.9% insgesamt etwas niedriger als für den Ark19 Datensatz, ebenso wie die 5% und 95%-Quantile mit 41.9% und 58.1%. Die Fehlerrate r_5 für altes Eis war mit 20.2% ebenfalls niedriger als für Ark19 Datensatz.

Framstraße, Juli/August 2004 (Ark20)

Aufgrund des Sommers waren viele der Eisschollen während der Messkampagne mit Schmelztümpeln bedeckt, die zwischen 30 und 40% der Fläche ausmachten (Lieser, 2005). Während dieser Messkampagne war kaum dünnes Eis vorhanden, was auf die Schmelzprozesse während des Sommers zurückzuführen ist. Von insgesamt 149 Profilen von 2 km Länge ließen sich nur 15 jungem Eis, dünnem oder mittlerem einjährigen Eis zuordnen, so dass im Wesentlichen nur zwei Eisklassen in dem Da-

tensatz vorherrschten. Obwohl die Diskriminanz-Analyse bei den Ark19 Daten gerade die zwei dicksten Eisklassen am besten trennen konnte, waren die Ergebnisse für die Sommerdaten schlecht. Die zwei dicksten Eisklassen konnten aufgrund ihrer statistischen Eigenschaften nicht getrennt werden.

Zusammenfassung

Die Anwendung des Klassifizierungsverfahrens auf zwei zusätzliche Datensätze zeigt, dass das Verfahren geeignet ist, um bei Winterdaten zwischen den dicksten Eisklassen, und zwischen diesen und dünneren Klassen, zu unterscheiden. Feiner unterteilte Eisdickenklassen können jedoch mit dieser Methode nicht erfasst werden. Die Analyse des Greenice04-Datensatzes zeigt ausserdem, dass die statistischen Eigenschaften des Eises über unterschiedliche Regionen hinweg ähnlich sind. Allerdings wird aus Abb. 4.5 deutlich, dass die Abgrenzung der einzelnen Klassen gegeneinander sehr schlecht ist. Dieses Problem ist jedoch durch die Definition der Eisklassen (siehe Tabelle 4.1) bedingt, und nicht durch die Klassifizierungsmethode. Die Übergänge zwischen den einzelnen Klassen sind im Hinblick auf die Dicke kontinuierlich. Die Ergebnisse der einzelnen Untersuchungen zeigen weiterhin, dass das Klassifizierungsverfahren sehr sensitiv auf die Zusammensetzung des Trainingsdatensatzes reagiert. Sind nur wenige Elemente einer Klasse vorhanden, so resultiert eine große Fehlerrate für diese Klasse. Eine überproportional große Besetzung einer einzelnen Klasse führt andererseits dazu, dass Elemente anderer Klassen fälschlicherweise dieser größten Klasse zugeordnet werden.

Die Ergebnisse der Diskriminanz-Analyse der Sommerdaten zeigen, dass eine Anwendung der Klassifizierungsmethode in diesem Fall nicht möglich ist, da nicht zwischen den Eisklassen unterschieden werden konnte. Einjähriges Eis, das nicht schmilzt, wird im Laufe des Sommers zu mehrjährigem Eis. Durch die Schmelzprozesses nähert sich die Rauigkeit des einjährigen Eises im Verlauf des Sommers der von mehrjährigem Eis an. Dies wird in den Rauigkeitsparametern deutlich und erschwert eine Unterscheidung der beiden Klassen.

Wie zu Beginn dieses Kapitels erwähnt, setzt die hier verwendete Methode der Diskriminanz-Analyse einen quantitativen Zusammenhang zwischen der Eisdicke und der Rauigkeit voraus. Damit bietet dieses Verfahren gleichzeitig die Möglichkeit, das Vorhandensein eines solchen Zusammenhanges zu untersuchen. Die Ergebnisse der Klassifizierung besagen, dass die, für die Unterscheidung verschiedener Eisklassen erforderliche quantitative Beziehung zwischen der modalen Eisdicke und den Rauigkeitsparametern für dickes Eis nachweisbar ist. Die Methode der Diskriminanz-Analyse ist in diesem Fall geeignet, allein durch Kenntnis der Rauigkeit eines Oberflächenprofils dessen Eisdicke zu prognostizieren.

4.2 Clusteranalyse

Ziel einer Clusteranalyse ist das Identifizieren einer Klassenstruktur in einem gegebenen Datensatz. Es wird untersucht, ob sich die Elemente des Datensatzes in Klassen (Cluster) einordnen lassen, die sich durch ihre Eigenschaften voneinander unterscheiden. Die Elemente eines Clusters zeichnen sich dadurch aus, dass sie gleiche oder ähnliche Eigenschaften aufweisen. Die Anzahl der möglichen Cluster ist dabei a priori nicht bekannt. Damit unterscheidet sich die Clusteranalyse grund-

gend von der Diskriminanzanalyse, bei der die Klassen vorgegeben werden müssen. Dies erfolgte im Falle der Eisprofile über die zusätzliche Information der Eisdicke. In der folgenden Clusteranalyse wurden im Gegensatz dazu ausschließlich die Rauigkeitsprofile verwendet. Ziel der Untersuchung war, herauszufinden, ob sich unterschiedliche Rauigkeitsklassen oder -regime in den Eisprofilen identifizieren lassen und diese gegebenenfalls zu charakterisieren. Im Laufe der Analyse wurden verschiedene Klasseneinteilungen untersucht, bis eine optimale Anzahl von Klassen gefunden wurde. In dieser Arbeit wurden zwei verschiedene Clustering-Methoden untersucht und verglichen. Dies sind ein Partitionierungsverfahren sowie eine hierarchisch-agglomerative Methode. Ähnliche Untersuchungen wurden von Adolphs (1999) für antarktische Eisprofilen durchgeführt. Dabei ließen sich drei verschiedene Deformationstypen nachweisen.

Die Methode der Partitionierung ist ein iteratives Verfahren und basiert auf k repräsentativen Objekten, den Clusterzentren (englisch „medoids“). In einem ersten Schritt werden diese k Zentren zufällig aus der Menge der zur Verfügung stehenden Elemente ausgewählt. Die Cluster werden dann gebildet, indem jedes Element einem Clusterzentrum zugeordnet wird, und zwar so, dass dieses Zentrum am nächstgelegenen ist (Deichsel und Trampisch, 1985; Kaufman und Rousseeuw, 1990). Um den Abstand zum Clusterzentrum zu bestimmen, wird der Euklidische Abstand im Parameterraum berechnet. Der Prozess wird wiederholt, und Elemente werden getauscht, bis der Abstand zwischen dem Clusterzentrum und allen Elementen eines Clusters minimal ist (Kaufman und Rousseeuw, 1990, Kap. 2). Dieses Partionierungsverfahren ähnelt dem sogenannten k-means-Algorithmus (Kaufman und Rousseeuw (1990); Hand (1981)), in welchem der mittlere quadrierte Abstand zwischen den Clustern minimiert wird. In dieser Arbeit wurde das Verfahren der Clusterzentren gewählt, da es robuster gegenüber Ausreißern ist.

Statt für eine gegebene Clusteranzahl eine optimale Partition zu bestimmen, werden bei der hierarchischen Analyse alle möglichen Clusteranzahlen in einem einzigen Lauf verglichen. Bei dem hier eingesetzten Algorithmus handelt es sich um ein sogenanntes agglomeratives Verfahren. Dies bedeutet, dass zunächst alle Elemente des Datensatzes als einzelne Cluster betrachtet werden. Im ersten Schritt werden diejenigen zwei Elemente, die die größte Ähnlichkeit aufweisen, zu einem Cluster zusammengefügt. Die Ähnlichkeit wird hier ebenfalls über das Abstandsmaß der Euklidischen Distanz im Raum der Parameter definiert. Im nächsten Schritt werden wieder die zwei Cluster zusammengefügt, die den kleinsten Abstand aufweisen. Um den Abstand zwischen zwei Clustern zu berechnen wird die „unweighted pair-group average“ Methode (UPGMA) verwendet (Sokal und Michener, 1958). Bei dieser Methode wird der Abstand $d(R, S)$ zwischen zwei Clustern R und S mit je n_R bzw. n_S Elementen durch den mittleren Abstand zwischen allen Paaren von Elementen R_i und S_j der beiden Cluster definiert:

$$d(R, S) = \frac{1}{n_R n_S} \sum_{i=1}^{n_R} \sum_{j=1}^{n_S} d(R_i, S_j).$$

Dies ist in Abbildung 4.6 illustriert. Der Abstand $d(R, S)$ entspricht dem Mittelwert der Längen aller Verbindungslinien zwischen den beiden Clustern R und S . Das Verfahren wird wiederholt, bis im letzten Schritt alle Elemente des Datensatzes in einem einzigen Cluster vereinigt werden (Deichsel und Trampisch, 1985; Kaufman und Rousseeuw, 1990). Die so entstandene Clusterstruktur kann in einem

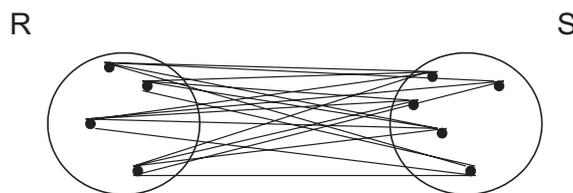


Abbildung 4.6: Illustration zur Bestimmung der Unähnlichkeit zwischen zwei Clustern R und S nach der UPGMA-Methode. Die Unähnlichkeit entspricht dem Mittelwert der Längen aller Verbindungslinien zwischen den beiden Clustern R und S .

Dendrogramm oder Baumdiagramm graphisch dargestellt werden. Dabei werden die Niveaus visualisiert, auf denen eine Verschmelzung der Cluster stattfindet.

4.2.1 Clusteranalyse der Laserdaten

Beide Methoden wurden auf den Datensatz von Laserprofilen der Messkampagne Ark19 angewendet, der bereits mit der Diskriminanzanalyse untersucht wurde. Dieser Datensatz wurde gewählt, da er die größte Anzahl von Elementen enthält, und bereits die Diskriminanzanalyse zeigte, dass unterschiedliche Eistypen vorhanden sind. Basierend auf den Ergebnissen der Diskriminanzanalyse wurden für die Clusteranalyse nur 2 km lange Profilstücke betrachtet. Von diesen standen 512 zur Verfügung. Ausgangspunkt der Analyse war ein Datensatz, bestehend aus Werten der neun statistischen Parameter aus Tabelle 3.7 für jedes der 512 Profilstücke.

Ergebnisse der Partitionierung

Ein Ziel der Clusteranalyse lag darin, herauszufinden, wie viele verschiedene Eistypen sich in den Daten identifizieren lassen. Deshalb wurde das Partitionierungsverfahren für unterschiedliche Anzahlen von Clustern durchgeführt und die Ergebnisse verglichen. Als Kriterium für die optimale Anzahl von Clustern wurde die Silhouettenbreite verwendet (Kaufman und Rousseeuw, 1990, Kap.2, S.83ff). Jedem Cluster kann eine sogenannte Silhouette zugeordnet werden, die ein Maß dafür ist, wie gut oder schlecht die einzelnen Objekte innerhalb dieses Cluster liegen. Für die Berechnung der Silhouettenbreite müssen die sogenannten Unähnlichkeiten zwischen den einzelnen Elementen bestimmt werden. Für diese Größe wurde der euklidische Abstand zwischen den einzelnen Elementen gewählt. Für jedes Element i eines Clusters A lässt sich die Differenz zwischen der mittleren Unähnlichkeit (d.h. dem mittleren euklidischen Abstand) $b(i)$ von i zu allen Objekten des benachbarten Clusters B und der mittleren Unähnlichkeit $a(i)$ von i zu allen Objekten des eigenen Clusters A bestimmen¹. Liegt der Wert der Größe

$$s(i) = \frac{b(i) - a(i)}{\max(a(i), b(i))} \quad -1 \leq s(i) \leq 1$$

nahe bei Eins, so bedeutet das, dass die Entfernung von i zu dem benachbarten Cluster größer als zum eigenen Cluster ist. Die Zuordnung von Element i erscheint

¹Zur Bestimmung von $b(i)$ werden zunächst die mittleren Unähnlichkeiten (Abstände) $d(i, C)$ des Elementes i zu allen Objekten eines beliebigen anderen Clusters $C \neq A$ bestimmt. Diese Größe wird für alle Cluster $C \neq A$ berechnet. Der A benachbarte Cluster B ist derjenige, für den die Größe $d(i, C)$ am kleinsten ist: $b(i) = d(i, B) = \min d(i, C), \quad C \neq A$.

sinnvoll. Nimmt $s(i)$ hingegen einen negativen Wert an, so ist die Entfernung von i zu Objekten des eigenen Clusters größer als zu denen des benachbarten Clusters, so dass die Zuordnung in Frage gestellt werden muss. Der Mittelwert über die Silhouetten aller n Elemente für die Clusteranzahl k ,

$$\bar{s}(k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n s(i) \quad (4.6)$$

wird als Silhouettenbreite bezeichnet. Als optimale Clusteranzahl k wird diejenige gewählt, für die diese Silhouettenbreite maximal wird. Bei der Auswahl der Clusteranzahl ist zu beachten, dass das Kriterium nur für mindestens zwei Cluster gilt. Ein Vergleich zwischen einer Lösung ohne Klassenstruktur, d.h. einer Ein-Cluster-Lösung und der gefundenen optimalen Partitionierung ist mit der Silhouettenbreite nicht möglich. Diese Entscheidung kann nur subjektiv getroffen werden. Nach Kaufman und Rousseeuw (1990) deutet eine Silhouettenbreite $\bar{s}(k) \geq 0.51$ auf eine sinnvolle Clusterlösung hin.

Um einen Satz optimaler Clustervariablen zu bestimmen, wurde, wie bereits bei der Diskriminanzanalyse, ein schrittweises forward selection Verfahren verwendet (Hand, 1981; Krzanowski, 1993). Die beste Partitionierung wurde mit $k = 2$ Clustern und nur einer einzigen Variable, der RMS slope $\theta(0.3)$ erreicht. Die Silhouettenbreite lag in diesem Fall bei 0.66. Es ist zu beachten, dass die Skala von 0.3 m dem Messpunktabstand und damit der kleinsten der untersuchten Rauigkeitsskalen der Laserdaten entspricht. Die Verteilung des Parameters $\theta(0.3)$ auf die beiden Cluster ist in Abbildung 4.7 in einem Streudiagramm dargestellt. Darin wird deutlich, dass die beiden Cluster im Parameterraum sehr nahe beieinander liegen. Die Elemente des ersten Clusters nehmen Werte von $\theta(0.3) < 10.4^\circ$, die des zweiten von $\theta(0.3) > 10.4^\circ$ an. Da die RMS slope $\theta(0.3)$ den mittleren Steigungswinkel zwischen Profilpunkten misst, die 0.3 m voneinander entfernt sind (vgl. Abschnitt 3.6), ist dieser Parameter ein Indikator für die Rauigkeit auf dieser kleinen Skala. Die gefundenen Cluster lassen sich dementsprechend als Rauigkeitscluster interpretieren, von denen der erste weniger raues Eis enthält als der zweite. In Abbildung 4.8 (a) ist eine Karte mit der geographische Lage der beiden Cluster dargestellt.

Ergebnisse der hierarchischen Clusteranalyse

Durch die Partitionierungsmethode war es möglich, einen Satz optimaler Clusterparameter, in diesem Fall eine einzige Variable, durch ein objektives Kriterium zu bestimmen. Das Ziel des hierarchischen Verfahrens besteht dagegen darin, gleichzeitig die Lösungen für alle möglichen Anzahlen von Clustern graphisch darzustellen und zu vergleichen. Der Nachteil dieser Methode, im Vergleich zur iterativen Partitionierung, liegt darin, dass sich Zuordnungsfehler nachträglich nicht mehr korrigieren lassen, da Elemente, die im Laufe der Analyse zu einem Cluster verschmolzen sind, nicht mehr getrennt werden können. Bei der Verwendung eines solchen Verfahrens ist die resultierende Einteilung in Cluster somit nicht notwendigerweise die beste. Beide Verfahren ergänzen sich jedoch. Das hierarchische Verfahren wurde hier eingesetzt, um eine unabhängige Abschätzung der Güte der Partitionierungsmethode zu erhalten. Als Clusterparameter wurde deshalb ausschließlich $\theta(0.3)$ betrachtet. Das Ergebnis der Analyse ist in Form eines Baumdiagrammes (Dendrogramm) in Abbildung 4.9 dargestellt. Die Zahlen auf der Abszisse nummerieren die Cluster. Auf

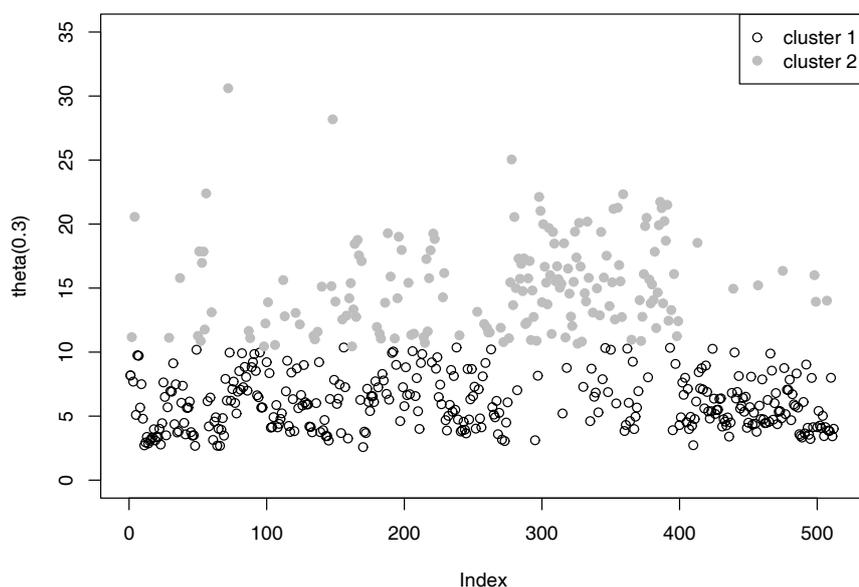


Abbildung 4.7: Streudiagramm der Clustervariablen $\theta(0.3)$ für die Lösung des Partitionierungsverfahrens.

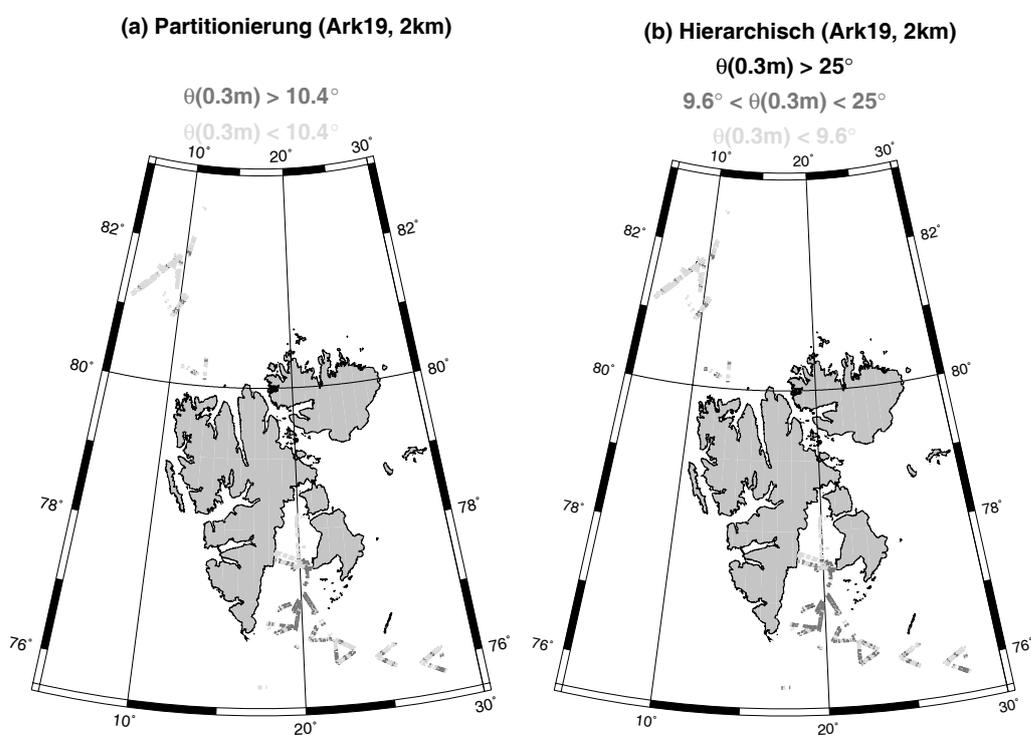


Abbildung 4.8: Geographische Verteilung der Eisprofile für die Lösungen des Partitionierungsverfahrens (a) und der hierarchischen Clustermethode (b) unter Verwendung von $\theta(0.3)$ als Klassifizierungsvariable.

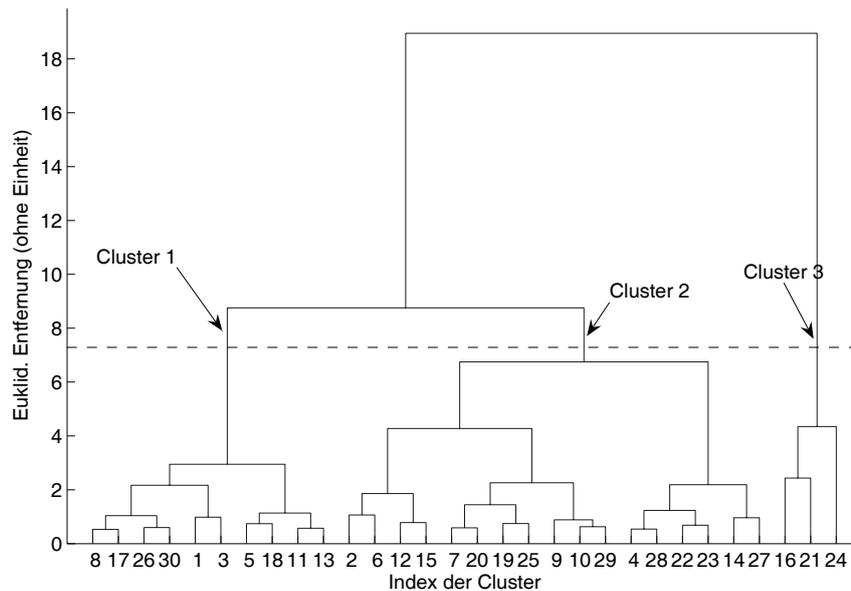


Abbildung 4.9: Clusterlösung für den Parameter $\theta(0.3)$ der hierarchischen Methode. Die drei Cluster, die sich auf dem Abstandsniveau von 7 ergeben, sind durch Pfeile gekennzeichnet.

der Ordinate ist die euklidische Entfernung zwischen den einzelnen Clustern aufgetragen. Diese Größe besitzt keine Einheit, da sie im Raum der Parameter berechnet wurde. Zu Beginn bildet jedes Element einen Cluster für sich. Mit zunehmender Entfernung verschmelzen die Cluster zu größeren. Aus Gründen der Übersichtlichkeit der Darstellung beginnt das Dendrogramm in Abbildung 4.9 auf der Stufe, auf der die Elemente bereits zu 30 Clustern verschmolzen sind. Die auf der Abszisse nummerierten 30 Elemente bezeichnen deshalb nicht einzelne Elemente, sondern bereits Cluster, die z.T. mehrere Elemente enthalten. Linien in Form eines umgekehrten U's im Diagramm verbinden jeweils zwei Cluster, die auf dem Abstandsniveau der waagerechten Linie verschmelzen. Eine Möglichkeit zur Erkennung einer natürlichen Teilung der Daten in Klassen besteht darin, die Höhe, d.h. den Ordinatenwert jeder dieser waagerechten Verbindungslinien (englisch „link“) mit den Höhen benachbarter links zu vergleichen. Ist die Höhe einer solchen Verbindungslinie ungefähr so groß wie diejenigen der darunter liegenden Linien, so bedeutet dies, dass es keine ausgeprägte Unterteilung zwischen den Objekten gibt, die auf diesem Abstandsniveau verschmelzen. Die Entfernung zwischen den Clustern, die auf diesem Niveau verschmelzen ist ungefähr so groß wie die Entfernungen zwischen den Elementen, die in diesen Clustern enthalten sind. Ist andererseits der Ordinatenwert einer Verbindungslinie wesentlich größer als der der darunter liegenden Verbindungslinien, so ist die Entfernung zwischen den Clustern, die auf diesem Abstandsniveau verschmelzen, wesentlich größer als die Entfernung zwischen den Elementen, die in diesen Clustern enthalten sind.

Auf dem Niveau von ca. 7 (gestrichelte Linie) lassen sich drei Cluster unterscheiden. Diese sind durch Pfeile gekennzeichnet. Für diese drei Cluster ist in Abbildung 4.10 die Verteilung des Parameters $\theta(0.3)$ auf die drei Cluster in einem Streudiagramm gezeigt. Erkennbar ist die sehr gute Übereinstimmung mit der Verteilung

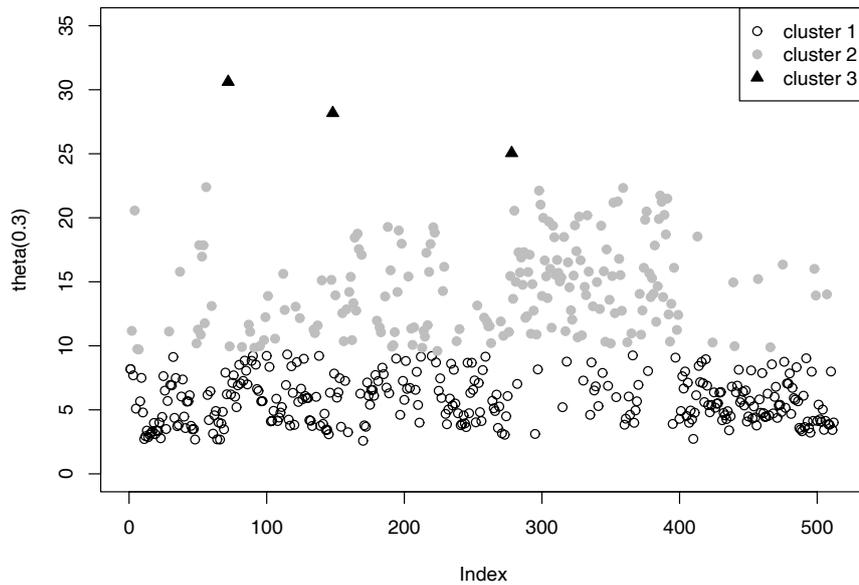


Abbildung 4.10: Streudiagramm der Clustervariablen $\theta(0.3)$ für die Lösung mit drei Clustern des hierarchischen Verfahrens.

aus Abb. 4.7. Der Übergang vom ersten zum zweiten Cluster erfolgt bei einem Wert von $\theta(0.3) = 9.6^\circ$, welcher nur wenig kleiner als der Trennwert von $\theta(0.3) = 10.4^\circ$ des Partitionierungsverfahrens ist. Mit dem hierarchischen Verfahren wird ein dritter Cluster erkennbar, der drei Elemente mit sehr großen Werten von $\theta(0.3)$ enthält. In Abbildung 4.8 (b) ist die geographische Lage der drei Cluster erkennbar. Hier zeigt sich ebenfalls eine sehr gute Übereinstimmung mit der Clusterlösung des Partitionierungsverfahrens.

Diskussion

In Abbildung 4.8 ist erkennbar, dass sich Eisprofile des zweiten Clusters sowohl der Partitionierung ($\theta(0.3) > 10.4^\circ$) als auch der hierarchischen Analyse ($9.6^\circ < \theta(0.3) < 25^\circ$) überwiegend im Gebiet des äußeren Storfjords ($76^\circ 30'N - 77^\circ 30'N$, $18^\circ E - 21^\circ E$) finden (dunkle Profile). Eisbeobachtungen während der Fahrt belegen eine Eiskonzentration in diesem Gebiet von ca. 100%. Dabei bestand das Eis aus kleinen Schollen, die von Zonen sehr stark deformierten Eises (englisch „rubble fields“) umgeben waren (Schauer und Kattner, 2004). Eisprofile des ersten Clusters ($\theta(0.3) < 10.4^\circ$ bei der Partitionierung) bzw. ($\theta(0.3) < 9.6^\circ$ bei der hierarchischen Analyse) befinden sich überwiegend im Inneren des Storfjords (nördlich von $77^\circ 30'N$) und in der Framstraße (nördlich von 80°). Im inneren Storfjord wurde hauptsächlich graues Eis mit keiner oder nur einer sehr dünnen Schneeuflage beobachtet. Das Eis in der Framstraße war dicker (einjähriges und mehrjähriges Eis), und die Schollen waren durch Rinnen voneinander getrennt, welche mit Nilas, grauem und grauweißem Eis bedeckt waren (Schauer und Kattner, 2004). Obwohl sich die Eisdicken im inneren Storfjord und in der Framstraße stark unterschieden, waren in beiden Fällen Abschnitte von Nilas oder grauem Eis vorhanden, welche sich durch eine relativ glatte Oberfläche

Tabelle 4.6: Statistische Kennzahlen der Presseisrücken für das Partitionierungsverfahren

Kennzahl	Cluster 1	Cluster 2
Anzahl der Profile	339	173
Gesamtzahl der Rücken	3882	6249
Mittl. Rückenanzahl pro Profil	11.45	36.12
Mittl. Anzahldichte [km^{-1}]	5.73	18.06
Mittl. Rückenhöhe [m]	1.20	1.19
Mittl. Rückenabstand [m]	100.84	50.36
Rückenintensität	0.012	0.024

auszeichnen. Der Clusterparameter $\theta(0.3)$ misst die Rauigkeit auf einer Skala von 30 cm. Da die Eisbeobachtungen vom Schiff aus durchgeführt wurden, beschreiben sie die Rauigkeit auf größeren Skalen. Trotz dieser unterschiedlichen Skalen bestätigen die Beobachtungen qualitativ die Interpretation, dass Cluster 1 überwiegend aus glatterem Eis besteht, während Cluster 2 stärker deformiertes, raueres Eis enthält.

Um eine quantitative Abschätzung des Deformationsgrades auf größeren Skalen innerhalb der beiden Cluster zu erhalten, ist ein Vergleich mit Statistiken der Presseisrücken sinnvoll. Die Presseisrücken wurden, wie in Abschnitt 3.3 beschrieben, durch das Rayleigh-Kriterium in den Laserprofilen identifiziert, wobei potenzielle Rücken mindestens 80 cm hoch sein mussten. Für jeden Profilabschnitt wurden Anzahl, Höhe und Abstände der Presseisrücken bestimmt. Für die beiden Cluster des Partitionierungsverfahrens sind diese Größen in Tabelle 4.6 aufgelistet. Die Rückenintensität (englisch „ridging intensity“) ist durch den Quotient aus mittlerer Rückenhöhe und mittlerem Rückenabstand definiert, und ist bei der Bestimmung des aerodynamischen Formwiderstand der Presseisrücken (Arya, 1975; Dierking, 1995) als Rauigkeitsmaß von Bedeutung. Die mittlere Höhe der Presseisrücken ist in beiden Clustern nahezu gleich. Der mittlere Rückenabstand bzw. die Anzahl der Rücken pro km unterscheiden sich jedoch stark für die beiden Cluster. Die Anzahldichte ist in Cluster 2 um mehr als den Faktor 3 größer als in Cluster 1, und der mittlere Rückenabstand in Cluster 2 ist nur halb so groß wie in Cluster 1. Die Presseisrückenstatistiken belegen, dass die beiden gefundenen Cluster auch auf größeren Skalen als Gebiete unterschiedlicher Deformation unterschieden werden können.

Das wichtigste Ergebnis der Untersuchung besteht in der Erkenntnis, dass die RMS Steigung $\theta(0.3)$ von den neun untersuchten Rauigkeitsparametern am besten geeignet ist, um die Deformation der Eisoberfläche zu erfassen. Da dieser Parameter jedoch kontinuierlich von kleinen zu großen Werten variiert (vgl. die Abbildungen 4.7 und 4.10), ist die Abgrenzung der einzelnen Cluster gegeneinander nur schwach ausgeprägt. Dies wird auch durch den niedrigen Wert der Silhouettenbreite von 0.66 deutlich. Zusammenfassend zeigt die Clusteranalyse, dass Eisregime, die sich alleine aufgrund von statistischen Eigenschaften der Rauigkeit grundlegend voneinander unterscheiden und scharf gegeneinander abgrenzen lassen, nicht nachgewiesen werden konnten. Die Ergebnisse der Clusteranalyse sind jedoch dahingehend wichtig, dass diese Methode es ermöglichte, die einzelnen Variablen bezüglich ihrer Qualität zur Charakterisierung der Rauigkeit zu vergleichen und die RMS Steigung als das

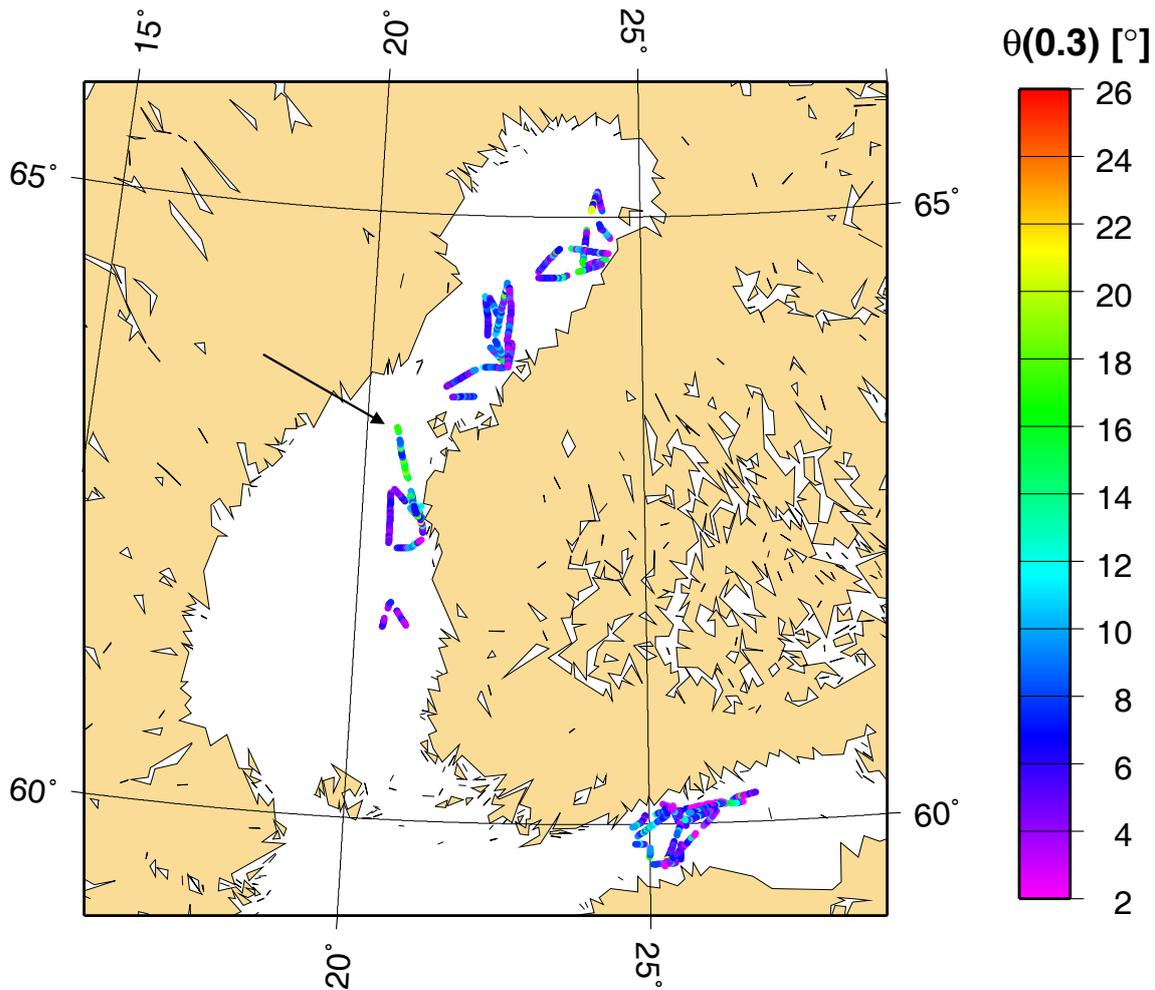


Abbildung 4.11: Rauigkeitskarte der Ostsee. Werte des Rauigkeitsparameters $\theta(0.3)$ für 2 km breite Fenster sind farbcodiert.

Optimum zu bestimmen. Dieser Parameter lässt sich verwenden, um Deformations- oder Rauigkeitskarten zu erstellen. Dafür werden die gemessenen Werte von $\theta(0.3)$ kartiert. Solche Rauigkeits- oder Deformationskarten eignen sich insbesondere für den Vergleich mit Satellitenbildern, in denen sich Gebiete großskaliger Deformation identifizieren lassen. Abbildung 4.11 zeigt eine Karte der Ostsee, in der die Rauigkeit der 2 km langen Messprofile anhand des Wertes von $\theta(0.3)$ farbcodiert ist. Deutlich erkennbar ist eine Zunge stärker deformierten Eises mit Werten von $\theta(0.3)$ zwischen $\sim 10^\circ$ und $\sim 17^\circ$ bei ca. 63°N . Dieses Gebiet ist durch einen Pfeil gekennzeichnet.

In diesem Kapitel wurden zwei unterschiedliche Klassifizierungsverfahren behandelt, die Diskriminanzanalyse und die Clusteranalyse. Beide Verfahren bieten die Möglichkeit, optimale Rauigkeitsparameter zu identifizieren. Bei der Diskriminanzanalyse waren dies die mittlere Profilhöhe μ und die Standardabweichung σ , bei der Clusteranalyse die RMS slope $\theta(0.3)$. Die Tatsache, dass nicht in beiden Fällen die gleichen Parameter als optimal erkannt wurden, beruht auf den unterschiedlichen Fragestellungen, die beiden Methoden zugrunde lagen. Im Falle der Diskriminanzanalyse war das Ziel, einen quantitativen Zusammenhang zwischen der Rauigkeit der Eisoberfläche und der Eisdicke zu finden und diesen gegebenenfalls zur Prognose der Eisdickenklassen von weiteren Rauigkeitsprofilen zu verwenden. Der Klassifizierung

lagen Eisdickenklassen zugrunde. Die Clusteranalyse zielte dagegen darauf ab, verschiedene Rauigkeitsklassen oder -regime zu finden. Für dieses Verfahren wurden nur die Rauigkeitsprofile verwendet, und ein Bezug zur Eisdicke wurde nicht vorausgesetzt.

Kapitel 5

Synthetische Rauigkeitsprofile

5.1 Eigenschaften synthetischer Profile

Einen wesentlichen Beitrag zum besseren Verständnis der statistischen Eigenschaften der Eisrauigkeit liefern künstliche Rauigkeitsprofile. Synthetische Profile mit genau definierten Eigenschaften lassen sich gezielt erzeugen und analysieren. Mögliche Anwendungen solcher Studien liegen besonders in der Modellierung der Deformation des Eises sowie der Wechselwirkungen der Eisoberfläche mit der Atmosphäre und der Eisunterseite mit dem Ozean. In der Vergangenheit wurden unterschiedliche Möglichkeiten vorgeschlagen, synthetische Profile zu erzeugen. Wichtige Arbeiten zur Modellierung der Eisunterseite wurden unter anderem von Goff und Jordan (1988); Goff (1995) und Hughes (1991) durchgeführt.

In diesem Kapitel wurde die Methode von Goff (1995) daraufhin untersucht, ob sie dazu geeignet ist, die Oberflächenrauigkeit von Meereis zu modellieren. In der Arbeit von Goff (1995) wird die Methode verwendet, um Profile der Eisunterseite zu modellieren. Sie basiert auf einem Verfahren zur Modellierung von Flächen oder Profilen des Meeresbodens. Letzteres ist in Goff und Jordan (1988) beschrieben, und die folgende Beschreibung folgt der Notation dieses Artikels. Der Algorithmus wurde ursprünglich entwickelt, um die Morphologie des Meeresbodens zu modellieren und erzeugt Flächen. Zur Modellierung von Profilen wird nur der eindimensionale Fall benötigt, so dass das Modell sich vereinfacht. Da sich die Topographie des Meeresbodens durch langgestreckte Rücken mit einer Vorzugsrichtung auszeichnet, basiert der Algorithmus auf einem anisotropen stochastischen Modell. Dies bedeutet, dass die statistischen Eigenschaften entlang eines Profils mit dem Azimutwinkel variieren. Die Tiefe des Meeresbodens in Abhängigkeit von einem Koordinatenvektor \vec{x} wird in zwei Dimensionen durch eine Funktion

$$b(\vec{x}) = b_0(\vec{x}) + h(\vec{x})$$

beschrieben. Dabei bezeichnet $b_0(\vec{x})$ die großskalige Topographie, die durch einen deterministischen Prozess beschrieben werden kann, während $h(\vec{x})$ die kleinskalige Topographie beschreibt, die durch einen zweidimensionalen stochastischen Prozess gegeben ist. Um die Morphologie des Meeresbodens realistisch zu modellieren, wird für die Kovarianzfunktion dieses Prozesses die Form

$$C_{hh}(\vec{x}) = H^2 \frac{G_\nu(r(\vec{x}))}{G_\nu(0)} \quad (5.1)$$

mit der RMS Höhe (Standardabweichung) H von $h(\vec{x})$ und

$$G_\nu(r) = r^\nu K_\nu(r), \quad 0 \leq r < \infty, \quad \nu \in [0, 1] \quad (5.2)$$

gewählt. Hierbei ist K_ν die modifizierte Besselfunktion zweiter Art der Ordnung ν . Die Größe r bezeichnet die dimensionslose Riemann-Norm von \vec{x} :

$$r(\vec{x}) = [\vec{x}^T \mathbf{Q} \vec{x}]^{1/2}, \quad (5.3)$$

wobei \mathbf{Q} eine positiv definite, symmetrische Matrix mit Eigenwerten k_n und k_s , $k_n^2 \geq k_s^2$, sowie Eigenvektoren \vec{e}_s und \vec{e}_n ist. Das Frequenzspektrum ergibt sich durch Fouriertransformation von Gleichung 5.1 zu

$$P_h(\vec{k}) = 4\pi\nu H^2 (\det \mathbf{Q})^{-1/2} [u^2(\vec{k}) + 1]^{-(\nu+1)}, \quad (5.4)$$

wobei $u(\vec{k})$ die dimensionslose Norm von \vec{k} ist:

$$u(\vec{k}) = [\vec{k}^T \mathbf{Q}^{-1} \vec{k}]^{1/2}. \quad (5.5)$$

Im eindimensionalen Fall eines Profils, das in Richtung \vec{e}_θ orientiert ist, wobei θ der Winkel zwischen den Richtungen \vec{e}_s und \vec{e}_θ ist, lässt sich die Variable $r(\vec{x})$ schreiben als

$$r(\vec{x}) = k_\theta x, \quad k_\theta = \sqrt{k_s^2 \cos^2 \theta + k_n^2 \sin^2 \theta}. \quad (5.6)$$

k_θ lässt sich damit als Skalierungsfaktor in Profiltrichtung interpretieren. Im isotropen Fall gilt $k_s = k_n$. Das Frequenzspektrum ergibt sich aus der Fouriertransformation von Gleichung 5.1 unter Verwendung von Gleichung 5.6 zu

$$P_h(k) = \frac{\Gamma(\nu + 1/2)}{\Gamma(\nu)} \frac{2H^2 \sqrt{\pi} (k_\theta/2\pi)^{2\nu}}{[(k_\theta/2\pi)^2 + k^2]^{\nu+1/2}} \quad (5.7)$$

(vgl. Goff und Tucholke (1997, Gleichung 3)). Dabei bezeichnet Γ die Gammafunktion. Der Parameter k_θ ist eine charakteristische Wellenzahl, an der sich das Verhalten des Frequenzspektrums ändert. Für Wellenzahlen größer als k_θ genügt das Spektrum einem Potenzgesetz mit negativem Exponenten, der, wie in Abschnitt 3.2 beschrieben, in Bezug zur fraktalen Dimension steht: $d_f = 2 - \nu$ im eindimensionalen Fall und $d_f = 3 - \nu$ im zweidimensionalen Fall. Für Wellenzahlen, die kleiner als k_θ sind, geht das Spektrum in Rauschen über. Die Parameter ν und k_θ definieren eine charakteristische Länge λ_θ :

$$\lambda_\theta = \frac{2\sqrt{2(\nu + 1/2)}}{k_\theta}. \quad (5.8)$$

Im eindimensionalen Fall wird das stochastische Modell durch drei Parameter bestimmt: Die Standardabweichung H , die Ordnung ν der Besselfunktion und die charakteristische Wellenzahl k_θ .

Das Modell von Goff (1995) zur Erzeugung von Profilen der Eisunterseite basiert auf dem oben beschriebenen Kovarianzmodell. Mit der Kovarianzfunktion allein lassen sich jedoch Presseisrücken in Profilen der Eisunterseite nicht modellieren. Aufgrund der Presseisrücken weisen Profile des Eistiefgangs eine ausgeprägte vertikale Asymmetrie auf. Der Tiefgang des Eises ist durch die Wasseroberfläche beschränkt.

Sehr kleine Werte des Tiefgangs weichen nur wenig vom Mittelwert ab, während die sehr großen Tiefgänge der Kiele von Presseisrücken sehr stark vom Mittelwert abweichen. Deshalb wird zusätzlich angenommen, dass die Wahrscheinlichkeitsdichte der Eistiefe einer Gammaverteilung genügt, die nach Goff (1995) wie folgt ausgedrückt werden kann:

$$p(h) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(\beta)} (h + \alpha/\beta)^{\beta-1} e^{-\alpha(h+\alpha/\beta)} & h > -\alpha/\beta \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.9)$$

Hierbei bezeichnet h den Tiefgang, positiv gerechnet ausgehend vom Mittelwert der großskaligen Topographie $\bar{b}_0(\vec{x})$. Diese Verteilung wurde gewählt, da sie einige der Hauptmerkmale von Eiskielen beschreibt. Die kleinsten Werte des Tiefgangs werden durch $h = -\alpha/\beta$ begrenzt. Große Werte des Tiefgangs sind dagegen unbeschränkt. Die Gammaverteilung ist weiterhin für große Werte der Tiefe konsistent mit einer negativen Exponentialverteilung. Ein weiterer Vorteil dieser Verteilung liegt darin, dass sich einfache Beziehungen zwischen den Parametern α und β und den Momenten der Verteilung ergeben. So gilt für die Varianz (H^2) und die Schiefe (μ_3) $H^2 = \beta/\alpha^2$ und $\mu_3 = 2/\beta^{1/2}$. Damit benötigt die Gammaverteilung nur einen Parameter, der am einfachsten aus der Schiefe geschätzt werden kann.

Der Algorithmus von Goff (1995) zur Erzeugung von synthetischen Profilen der Eisunterseite besteht aus drei Schritten:

1. Ausgehend von Gleichung 5.7 wird ein Frequenzspektrum für gegebene Werte der Variablen H , ν und k_θ berechnet. Dieses wird mit einer zufälligen Phase $\exp i\phi$ multipliziert, wobei ϕ gleichmäßig über das Intervall $(0, 2\pi]$ verteilt ist. Die zufällige Phase stellt sicher, dass der erzeugte stochastische Prozess einer Gaußschen Verteilung genügt. Nach einer inversen Fouriertransformation ergibt sich ein stochastischer Prozess $h_G(x)$ für den Eistiefgang.
2. Die Häufigkeitsverteilung $P[h_G(x_i)]$ von $h_G(x_i)$ wird bestimmt.
3. Die Gaußverteilung wird auf eine Gammaverteilung abgebildet, indem für jeden Wert $h_G(x_i)$ der Häufigkeitsverteilung $P[h_G(x_i)]$ (d.h. für jedes bin) der entsprechende Wert $h_\Gamma(x_i)$ gesucht wird, für den mit der aus Gleichung 5.9 bestimmten Verteilung $P[h_\Gamma(x_i)]$ gilt, dass $P[h_\Gamma(x_i)] = P[h_G(x_i)]$ erfüllt ist. Der Parameter der Gammaverteilung muss dafür vorgegeben werden.

Zusammenfassend benötigt der Algorithmus 4 Variablen: Die Standardabweichung H , die Ordnung ν der Besselfunktion, die charakteristische Wellenzahl k_θ und den Parameter β der Gammaverteilung. Zur Simulation von Oberflächenrauigkeiten anstelle von Profilen der Eisunterseite wurden die Werte dieser vier Variablen aus realen Rauigkeitsprofilen geschätzt. H wurde aus der Standardabweichung und β aus der Schiefe des Originalprofils geschätzt. Die Ordnung der Besselfunktion wurde über die Beziehung $\nu = 2 - d_f$ aus der fraktalen Dimension bestimmt, und die Wellenzahl k_θ wurde aus Gleichung 5.8 unter Verwendung der Autokorrelationslänge¹ als charakteristische Länge λ_θ bestimmt.

In Abbildung 5.1 und 5.2 ist für je ein zufällig gewähltes Profil aus jedem der vier Datensätze der Vergleich mit einem synthetischen Profil gezeigt. Bei den Profilen der Ark19 und Ark20-Datensätze ergibt sich eine sehr gute qualitative Übereinstimmung

¹Entfernung der 1. Nullstelle der Autokorrelationsfunktion

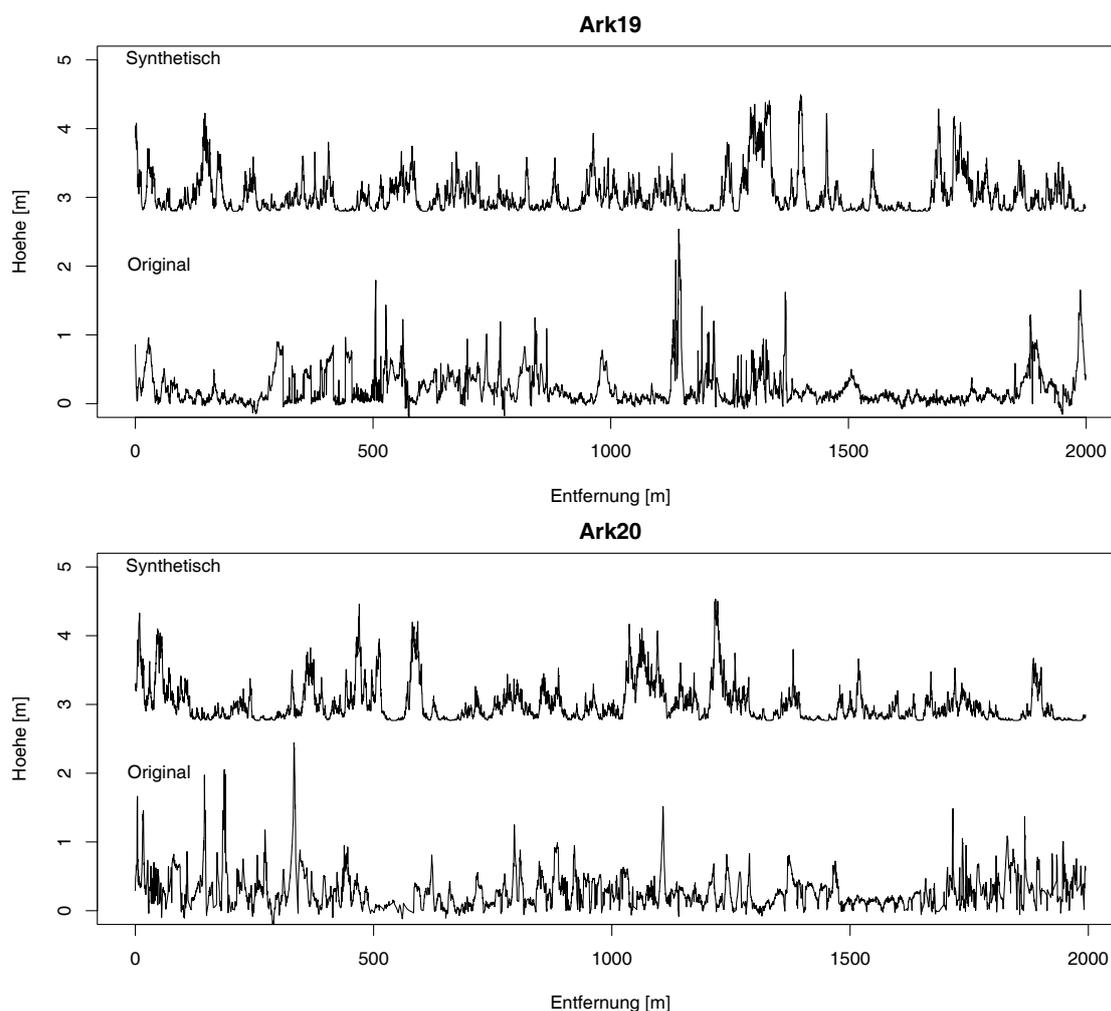


Abbildung 5.1: Vergleich je eines Rauigkeitsprofils der Datensätze Ark19 und Ark20 mit synthetischen Profilen. Die zur Erzeugung der synthetischen Profile benötigten Variablen wurden aus den Daten geschätzt. Die synthetischen Profile sind zur besseren Übersicht vertikal versetzt dargestellt.

mit den Originaldaten. Obwohl sich die Profile in Details, wie einzelnen hohen Presserücken in den echten Daten, unterscheiden, sind die Variation und die Skala der Rauigkeit sehr ähnlich. Bei den Profilen der Kampagnen Greenice04 und Iris03 ist die Übereinstimmung wesentlich schlechter. In beiden Fällen wird die kleinskalige Rauigkeit nicht korrekt modelliert. So erscheint das synthetische Greenice-Profil auf kleinen Skalen zu rau, während das Iris-Profil auf kleinen Skalen zu glatt ist.

Für jeden Satz von Variablen wurden 100 Profile simuliert. Da der Algorithmus auf einem stochastischen Prozess basiert, ergaben sich damit für jedes der vier Profile 100 Realisierungen. Für jede dieser Realisierungen wurden die statistischen Parameter aus Tabelle 3.7 berechnet und mit den entsprechenden Parametern der Originalprofile verglichen. Die mittlere Profilhöhe μ wurde nicht aufgeführt, da die synthetischen Profile definitionsgemäß einen Mittelwert von Null haben. Als zusätzlicher Parameter wurde die Autokorrelationslänge berechnet. Alle Werte sind in Tabelle 5.1 aufgelistet. Bei den simulierten Profilen sind 25%- und 75%-Quantil der für 100 Realisierungen bestimmten Parameter aufgeführt. Das Ziel dieses Vergleiches be-

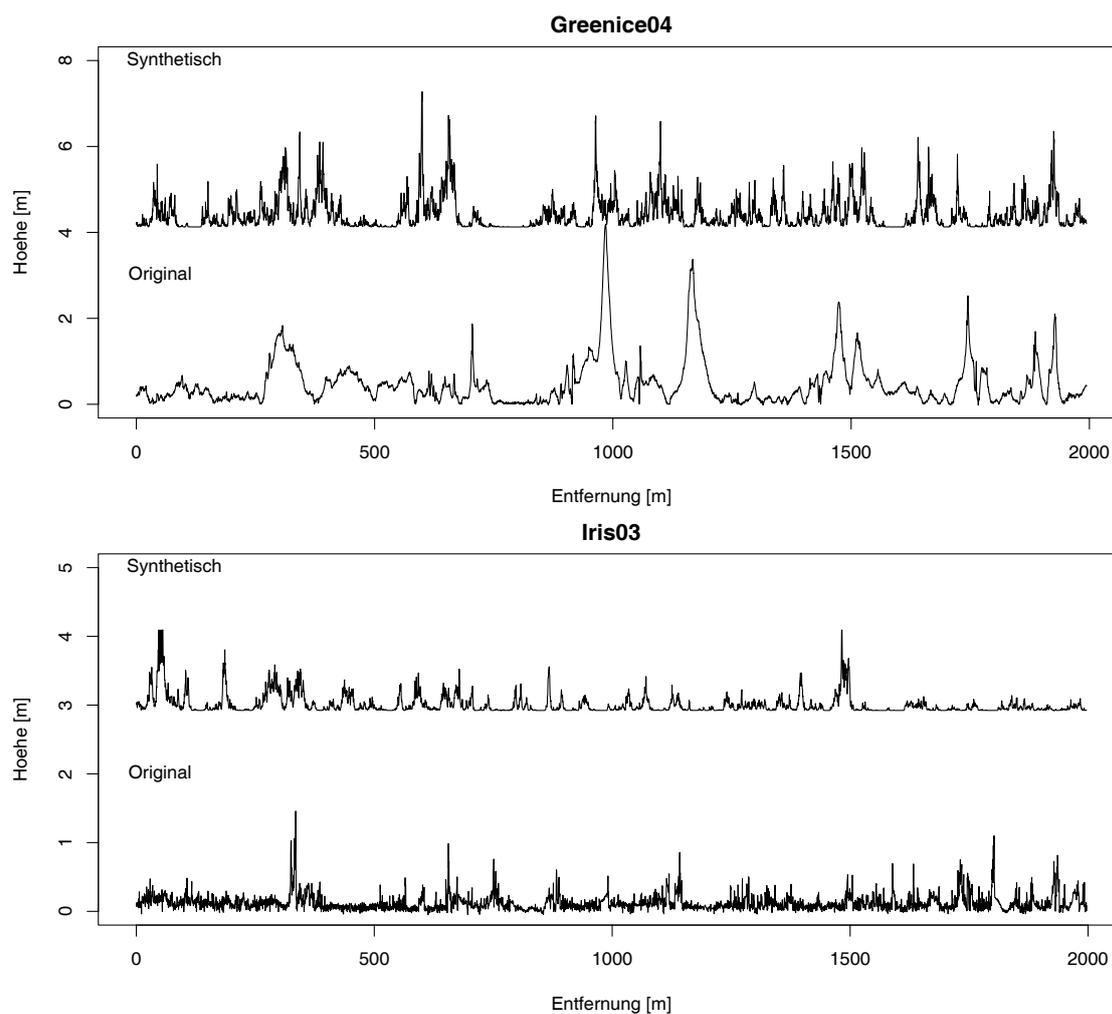


Abbildung 5.2: Vergleich je eines Rauigkeitsprofils der Datensätze Greenice04 und Iris03 mit synthetischen Profilen. Die zur Erzeugung der synthetischen Profile benötigten Variablen wurden aus den Daten geschätzt. Die synthetischen Profile sind zur besseren Übersicht vertikal versetzt dargestellt.

stand darin, herauszufinden, ob die Größenordnung der Parameter die gleiche war, jedoch nicht, ob es eine exakte Übereinstimmung gab. Von besonderem Interesse waren hierbei die Parameter σ , μ_3 und d_F , da diese als Variablen zur Erzeugung der synthetischen Profile verwendet wurden. Für das ursprüngliche Ark19-Profil liegen nur die Parameter σ , Δx und $\theta(9.9)$ innerhalb des Schwankungsbereichs der Parameter der synthetischen Profile. Dennoch war die Übereinstimmung von Original und synthetischem Profil in Abbildung 5.1 gut. Die Parameter der synthetischen Ark20- und Greenice04-Profile weisen systematische Abweichungen von den entsprechenden Werten der Originalprofile auf. Im Falle des Ark20-Profils liegen die Werte der RMS Steigung des ursprünglichen Profils für alle drei Skalen oberhalb der Wertebereiche, die sich für die synthetischen Profile ergeben. Im Fall des Greenice04-Profil ist es genau umgekehrt. Die Werte der RMS Steigung des ursprünglichen Profils sind hier stets kleiner als der entsprechende Wertebereich der synthetischen Profile. Wie in Abschnitt 4.2 diskutiert, beschreibt die RMS Steigung die Rauigkeit auf unterschiedlichen Längenskalen. Die sehr großen Werte von $\theta(0.3)$ der synthetischen Profile tragen dazu bei, dass das simulierte Greenice04-Profil in Abb. 5.2 auf kleinen Skalen wesentlich rauer erscheint als das Original. Bei den synthetischen Iris03-Profilen fällt auf, dass der Wert von Δx , der maximalen horizontalen Skala, die zur Berechnung der fraktalen Dimension verwendet wurde, stets größer ist als der entsprechende Wert des Originalprofils. Dies erklärt teilweise, wieso das in Abbildung 5.2 gezeigte synthetische Iris03-Profil auf kleinen Skalen weniger rau erscheint als das Original. Tabelle 5.1 zeigt, dass sich die Werte der Parameter zwischen Original- und synthetischen Profilen z.T. stark unterscheiden. Dies trifft auch für die Parameter σ , μ_3 und d_F zu. Hier gab es die größten Unterschiede zwischen Original- und synthetischen Profilen bei der Schiefe μ_3 . Nur in einem Fall (Iris03) lag die Schiefe des Originalprofils innerhalb des Schwankungsbereichs dieses Parameters der synthetischen Profile, in allen anderen Fällen war dieser Parameter größer. Die Werte der Schiefe der Originalprofile Ark19 und Greenice04 waren um 12% bzw. 17% größer als das 75%-Quantil der synthetischen Profile. Die fraktale Dimension der Originalprofile Ark19, Ark20 und Iris03 war um 3-4% kleiner als das 25%-Quantil der synthetischen Profile. Lediglich für das Greenice04-Profil lag der Wert des Originalprofils im entsprechenden Schwankungsbereich der synthetischen Profile. Die kleinsten Unterschiede zwischen Original- und den synthetischen Profilen ergaben sich für den Parameter σ . Nur im Fall des Greenice04-Profils lag der Wert des Originalprofils außerhalb des Schwankungsbereiches der synthetischen Profile, jedoch waren die Abweichungen mit 0.6% sehr klein. Zusammenfassend geht aus Tabelle 5.1 nicht hervor, wieso die Übereinstimmung von Original- und synthetischen Profilen in Abbildung 5.1 wesentlich besser war als in Abbildung 5.2.

Welche Auswirkungen Veränderungen der vier Variablen Standardabweichung, Schiefe, charakteristische Wellenzahl und fraktale Dimension auf die synthetisch erzeugten Profile haben zeigt Abbildung 5.3. Das unterste Profil ist das gleiche Rauigkeitsprofil des Ark19-Datensatzes wie in Abb. 5.1. Die Profile (a)-(h) wurden synthetisch erzeugt, wobei jeweils eine der vier Variablen variiert wurde. Die restlichen Variablen nahmen die aus den Originaldaten geschätzten Werte an. Alle Parameterwerte sind in Tabelle 5.2 aufgeführt. Am deutlichsten wirken sich Änderungen der Standardabweichung aus. Die vertikale Variation innerhalb der Profile wird bei Vergrößerung bzw. Verkleinerung dieser Variablen vermindert bzw. erhöht. Die charakteristische Wellenzahl ist nach Gleichung 5.8 umgekehrt proportional zu

Tabelle 5.1: Vergleich der statistischen Parameter aus Tabelle 3.7 für Originalprofile und korrespondierende synthetische Profile. Für die synthetischen Profile wurden jeweils 25%- und 75%-Quantil des Bereichs angegeben, in dem die Parameter von 100 Realisierungen schwankten. Der Parameter acl bezeichnet die Autokorrelationslänge.

Parameter	<i>Originalprofil</i>							
	Ark19	Ark20	Greenice04	Iris03				
σ [m]	0.267	0.256	0.540	0.117				
μ_3	2.577	2.182	2.788	3.082				
μ_4	10.539	11.999	13.638	19.651				
d_F	1.531	1.576	1.653	1.548				
Δx [m]	24.000	9.600	59.700	1.200				
$\theta(0.3)$ [°]	5.708	19.938	3.541	8.448				
$\theta(3.0)$ [°]	2.341	7.518	1.311	1.657				
$\theta(9.9)$ [°]	1.328	3.015	0.689	0.522				
acl [m]	35.100	55.200	20.095	28.800				
Parameter	<i>Synthetisches Profil</i>							
	Ark19		Ark20		Greenice04		Iris03	
σ [m]	[0.230	0.267]	[0.230	0.268]	[0.450	0.537]	[0.109	0.133]
μ_3	[1.915	2.301]	[1.704	2.168]	[1.987	2.387]	[2.912	3.693]
μ_4	[7.154	9.207]	[6.275	8.986]	[7.313	9.973]	[14.730	22.820]
d_F	[1.590	1.664]	[1.626	1.684]	[1.639	1.713]	[1.613	1.684]
Δx [m]	[11.020	31.580]	[16.200	43.950]	[8.550	30.750]	[6.300	19.500]
$\theta(0.3)$ [°]	[9.053	12.560]	[8.610	12.020]	[18.920	29.580]	[4.537	8.394]
$\theta(3.0)$ [°]	[2.738	4.157]	[2.431	3.646]	[5.071	8.428]	[1.286	2.417]
$\theta(9.9)$ [°]	[1.241	1.953]	[1.078	1.697]	[1.906	3.744]	[0.513	1.043]
acl [m]	[10.760	20.950]	[12.420	29.520]	[11.840	40.370]	[7.358	14.600]

einer charakteristische Länge, die nach Goff (1995) die Ausdehnung zwischen visuell dominanten Strukturen des Profils beschreibt. Eine große Wellenzahl bedeutet eine kurze charakteristische Länge. Die Rauigkeitselemente liegen näher beieinander, so dass das Profil rauer erscheint (vgl. Profil (d) in Abb. 5.3). Umgekehrt erscheint ein Profil, für das die charakteristische Wellenzahl einen kleinen Wert annimmt, glatter (vgl. Profil (c)). Die Auswirkungen einer Verminderung bzw. Vergrößerung der fraktalen Dimension sind in den Profilen (e) und (f) illustriert. Die Profile (g) und (h) zeigen den Effekt einer großen bzw. kleinen Schiefe. Die Schiefe misst die Asymmetrie einer Verteilung bezüglich des Mittelwertes (vgl. Abschnitt 3.6). Eine Schiefe von 0, wie im Profil (g) dargestellt, führt zu einer symmetrischen Verteilung um den Mittelwert herum. Im Gegensatz dazu ist im Profil (h) erkennbar, dass die vorhandenen sehr großen positiven Werte nicht von entsprechend großen negativen Werten ausgeglichen werden.

Wie in Abschnitt 3.3 gezeigt wurde, sind Presseisrücken die wichtigsten großskaligen Rauigkeitselemente in Eisprofilen. Um realistische Rauigkeitsprofile erzeugen zu können, muss der Algorithmus in der Lage sein, die typische Verteilung der Presseisrückenhöhen und -abstände zu modellieren. Um die Methode von Goff (1995) daraufhin zu untersuchen, wurden vier synthetische Profile generiert, deren Parame-

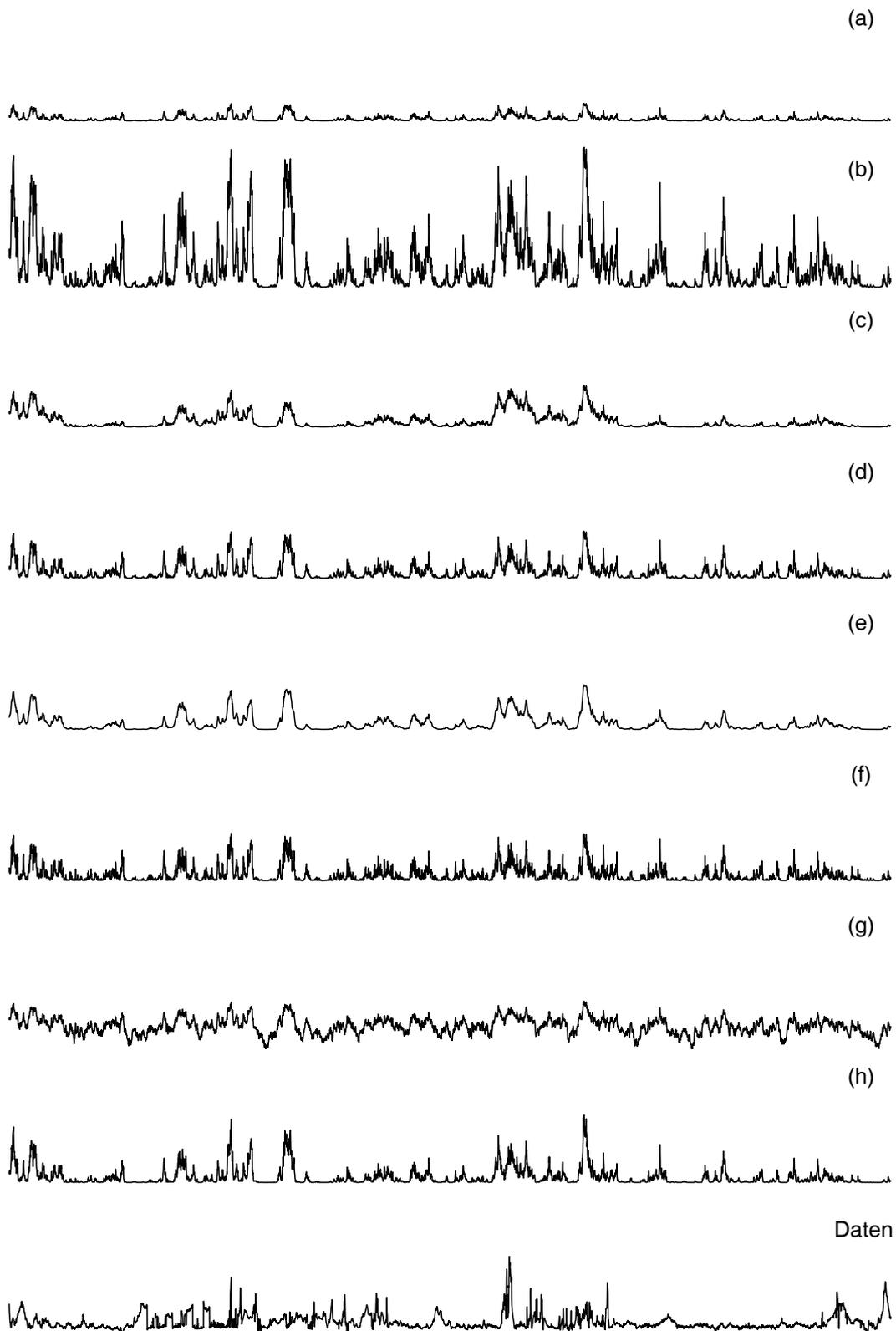


Abbildung 5.3: Auswirkungen von Variationen in den, zur Erzeugung der synthetischen Profile benötigten Variablen. Profile (a) und (b): Kleine bzw. große Standardabweichung; (c) und (d): Kleine bzw. große charakteristische Wellenzahl; (e) und (f): Kleine bzw. große fraktale Dimension; (g) und (h): Kleine bzw. große Schiefe.

Tabelle 5.2: Variablen zur Erzeugung der synthetischen Profile aus Abb. 5.3

Variable	Daten	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)
Standardabw. [m]	0.27	0.10	0.80	0.27	0.27	0.27	0.27	0.27	0.27
Wellenzahl [km^{-1}]	79.33	79.33	79.33	20.00	100.00	79.33	79.33	79.33	79.33
frakt. Dim.	1.53	1.53	1.53	1.53	1.53	1.70	1.10	1.53	1.53
Schiefe	2.58	2.58	2.58	2.58	2.58	2.58	2.58	0.00	3.00

ter aus je einem Originalprofil der vier Datensätze geschätzt wurde. Um genügend Daten zur Untersuchung von Presseisrückenstatistiken zur Verfügung zu haben, wurden jeweils 500000 Punkte pro Profil erzeugt. In den synthetischen Profilen wurden als nächstes die Presseisrücken durch Anwendung des Rayleigh-Kriteriums bei einem Schwellwert von 80 cm identifiziert. Analog zu den Untersuchungen in Abschnitt 3.3 wurden die Wahrscheinlichkeitsdichten der Rückenhöhen mit den von Hibler *et al.* (1972) und Wadhams (1980) postulierten theoretischen Verteilungen (Gl. 3.3 und 3.4) verglichen. Dieser Vergleich ist in Abbildung 5.4 gezeigt.

Die beste Übereinstimmung mit den theoretischen Verteilungen ergibt sich für die synthetischen Profile der Datensätze Ark19 und Ark20. Die logarithmische Darstellung macht jedoch deutlich, dass es im Bereich großer Rückenhöhen starke Abweichungen von den theoretischen Kurven gibt. Im Gegensatz zu den in Abschnitt 3.3 beschriebenen Daten erscheint hier die Hibler-Verteilung die bessere Approximation. Ein χ^2 -Anpassungstest bestätigt für das Ark20-Profil Konsistenz mit der Hibler-Verteilung bei einem Konfidenzniveau von 99%. Das Ark19-Profil ist bei 99% Konfidenz mit keiner der theoretischen Verteilungen vereinbar. Wesentlich schlechter fällt der Vergleich bei den Greenice04- und Iris03-Profilen aus. Das Iris-Profil fällt insofern auf, als die Mode der Verteilung bei den größten Höhen liegt, statt wie bei den anderen Verteilungen bei den niedrigsten Rückenhöhen. Der Median der Verteilung liegt bei 1.09 m. Bei dem Profil des Greenice-Datensatzes erscheint die einfache Exponentialverteilung die bessere Approximation. Der χ^2 -Anpassungstest ergibt jedoch, dass bei einem Konfidenzniveau von 99% die Verteilung mit keiner der theoretischen Verteilungen übereinstimmt. Allerdings ist die Anpassung an die beiden Verteilungen von Wadhams in diesem Fall wesentlich besser. Der χ^2 -Test der Iris-Daten ergibt erwartungsgemäß keine Übereinstimmung mit den theoretischen Verteilungen.

Die in den synthetischen Profilen beobachteten Verteilungen der Rückenabstände sind in Abbildung 5.5 im Vergleich zu einer Lognormal- und einer Exponentialverteilung gezeigt. Während für die tatsächlichen Rauigkeitsprofile eine gute qualitative Übereinstimmung mit einer Lognormalverteilung zu beobachten war (vgl. Abb. 3.10), fällt der Vergleich für die synthetischen Profile wesentlich schlechter aus. Zunächst fällt auf, dass die Ark20- und Iris03-Profile eine bimodale Verteilung aufweisen. Dies trifft für das Ark19-Profil ebenfalls zu, allerdings ist hier die zweite Mode weniger stark ausgeprägt. Da eine bimodale Verteilung von einer einfachen Lognormal- oder Exponentialverteilung niemals erzeugt werden kann, fällt der Vergleich entsprechend schlecht aus. Bei der Verteilung der Abstände des Greenice-Profiles fällt auf, dass das Maximum bei kleinen Abständen liegt, im Gegensatz zur theoretischen Exponentialverteilung, die ein Maximum bei großen Abständen be-

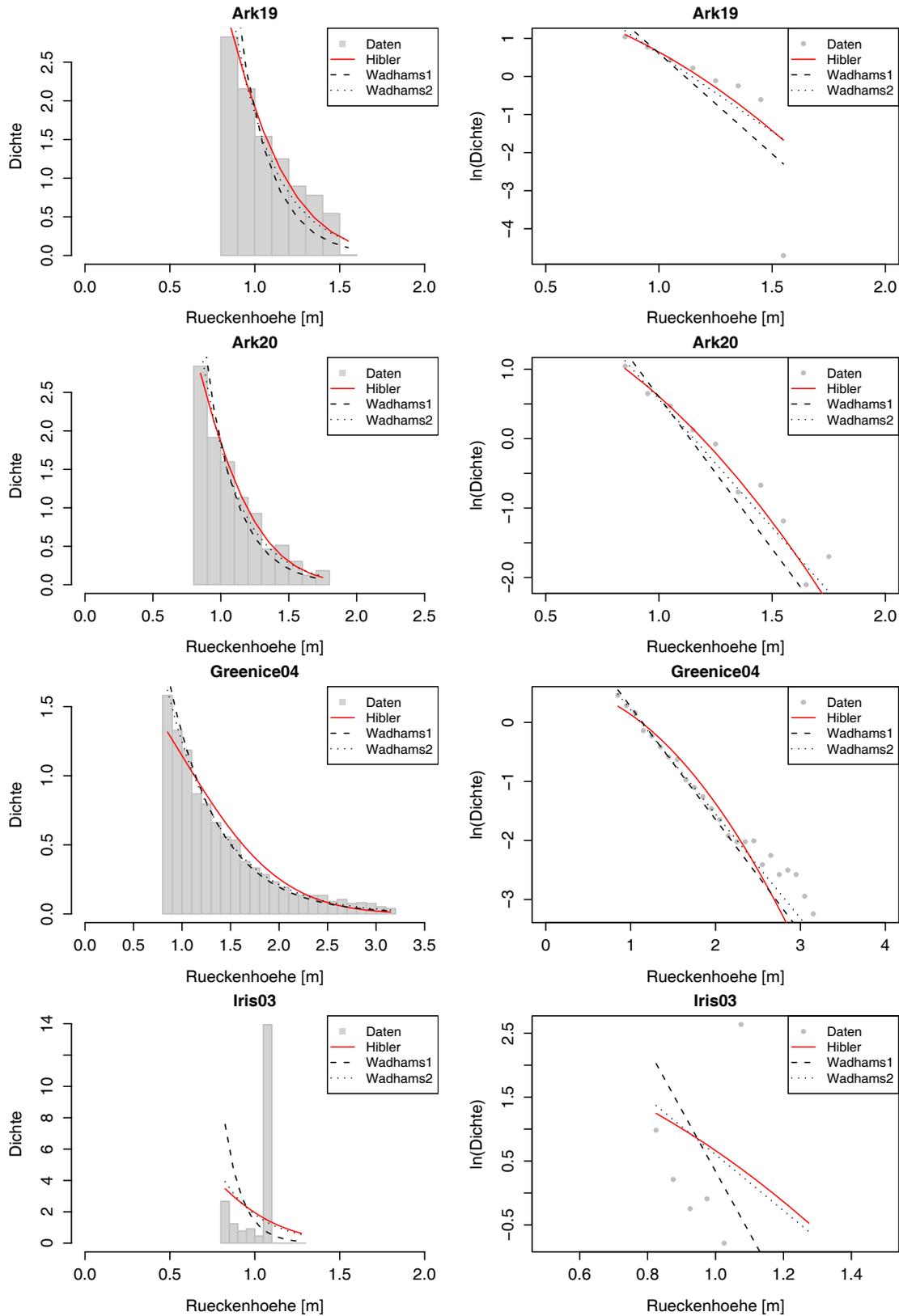


Abbildung 5.4: Wahrscheinlichkeitsdichten der Rückenhöhen für die vier synthetisch erzeugten Datensätze, sowie daraus bestimmte theoretische Verteilungen nach Hibler und Wadhams. Für die Formel von Wadhams sind die Verteilungen für zwei verschiedene Werte des Verteilungsparameters λ_2 gezeigt (vgl. Gl. 3.4). Die linken Teilbilder sind auf einer linearen, die rechten auf einer logarithmischen Skala.

sitzt.

Wie in Abschnitt 3.4 gezeigt wurde, besteht ein weiteres wichtiges Merkmal der großskaligen Rauigkeit von Meereis darin, dass die Rauigkeitsprofile typischerweise inhomogen bezüglich der Verteilung der Presseisrücken sind, so dass die Presseisrücken in Haufen auftreten. Um zu prüfen, ob die Methode zur Erzeugung synthetischer Profile in der Lage ist, dieses Verhalten zu modellieren, wurde der gleiche Test wie in Abschnitt 3.4 auf die synthetischen Profile angewandt. Dabei wurden die Verteilungen der Abstände zwischen Presseisrücken in den synthetischen Profilen mit Verteilungen rein zufällig erzeugter Abstände verglichen. Die zufällig erzeugten Abstandsverteilungen ergaben sich durch Permutieren aller Presseisrücken der synthetisch erzeugten Profile. Das Ergebnis ist in Abbildung 5.6 dargestellt. Die in den synthetischen Profilen beobachtete Abstandsverteilung ist durch Kreise dargestellt, das 99%-Konfidenzintervall der Verteilung von zufälligen Abständen liegt zwischen den beiden durchgezogenen Linien. Gut zu erkennen ist auch hier die bimodale Form der Verteilungen für die Ark20- und Iris-Profile. Für die Profile aller vier Datensätze ergibt sich das gleiche Verhalten wie für die tatsächlich beobachteten Profile: Kleine Abstände zwischen Presseisrücken sind im Vergleich zu rein zufällig erzeugten Verteilungen signifikant häufiger, während große Abstände unterrepräsentiert sind.

Es lässt sich feststellen, dass die Form der Verteilung der Presseisrückenhöhen der synthetischen Profile relativ gut mit den tatsächlichen Verteilungen übereinstimmt, die Verteilungen der Abstände jedoch stark von den beobachteten Verteilungen abweichen. Allerdings wird ein wesentliches Merkmal der großskaligen Rauigkeit, die Inhomogenität, sehr gut abgebildet. Insgesamt fiel die Modellierung des Iris03- und des Greenice04-Profiles am schlechtesten aus. Bereits der qualitative Vergleich in Abb. 5.2 belegt große Unterschiede zwischen den tatsächlichen und den synthetischen Profilen. Die mithilfe der aus den realen Profilen geschätzten Variablen erzeugten, synthetischen Profile weichen wesentlich stärker von den tatsächlichen Profilen ab als dies für die Ark19- und Ark20-Profile der Fall ist. Im Fall des Iris03-Profiles kommt hinzu, dass weder die Verteilung der Höhen noch die der Abstände korrekt modelliert wird. Die Vermutung liegt nahe, dass die großen Abweichungen der Greenice04- und Iris03-Daten sich auf die für die Synthetisierung verwendeten Variablenwerte zurückführen lassen. Da die Wertebereiche dieser vier, aus den Daten geschätzten Variablen in den vier Datensätzen zu einem großen Teil überlappen (vgl. Abbildung 5.7), kann insbesondere nicht darauf geschlossen werden, dass die Modellierung der synthetischen Profile für die Datensätze Iris03 und Greenice04 grundsätzlich fehlerhaft ist. Die als Beispiele gewählten Profile von Iris03 und Greenice04 illustrieren vielmehr die Eigenschaften des Synthetisierungsverfahrens für unterschiedliche Werte der Eingabevariablen.

In Tabelle 5.3 sind die Werte der vier Variablen für die vier, in Abb. 5.1 und 5.2 gezeigten, synthetischen Profile aufgelistet. Das Iris03-Profil zeichnet sich dadurch aus, dass die Standardabweichung den kleinsten, und sowohl Wellenzahl als auch Schiefe den größten Wert der vier Profile aufweisen. Das Greenice04-Profil weist den größten Wert der Standardabweichung und der fraktalen Dimension auf.

Die Auswirkungen von verschiedenen Werten der Schiefe auf das erzeugte Iris03-Profil sind in Abbildung 5.8 dargestellt. Mit zunehmender Schiefe treten im synthetischen Profil Spitzen auf, die die gleiche Höhe haben, welche identisch mit der maximalen Höhe ist. Dieser Effekt tritt auf, wenn der Wert der Schiefe 3 überschreitet und verursacht in der Verteilung der Presseisrückenhöhen in Abb. 5.4 die

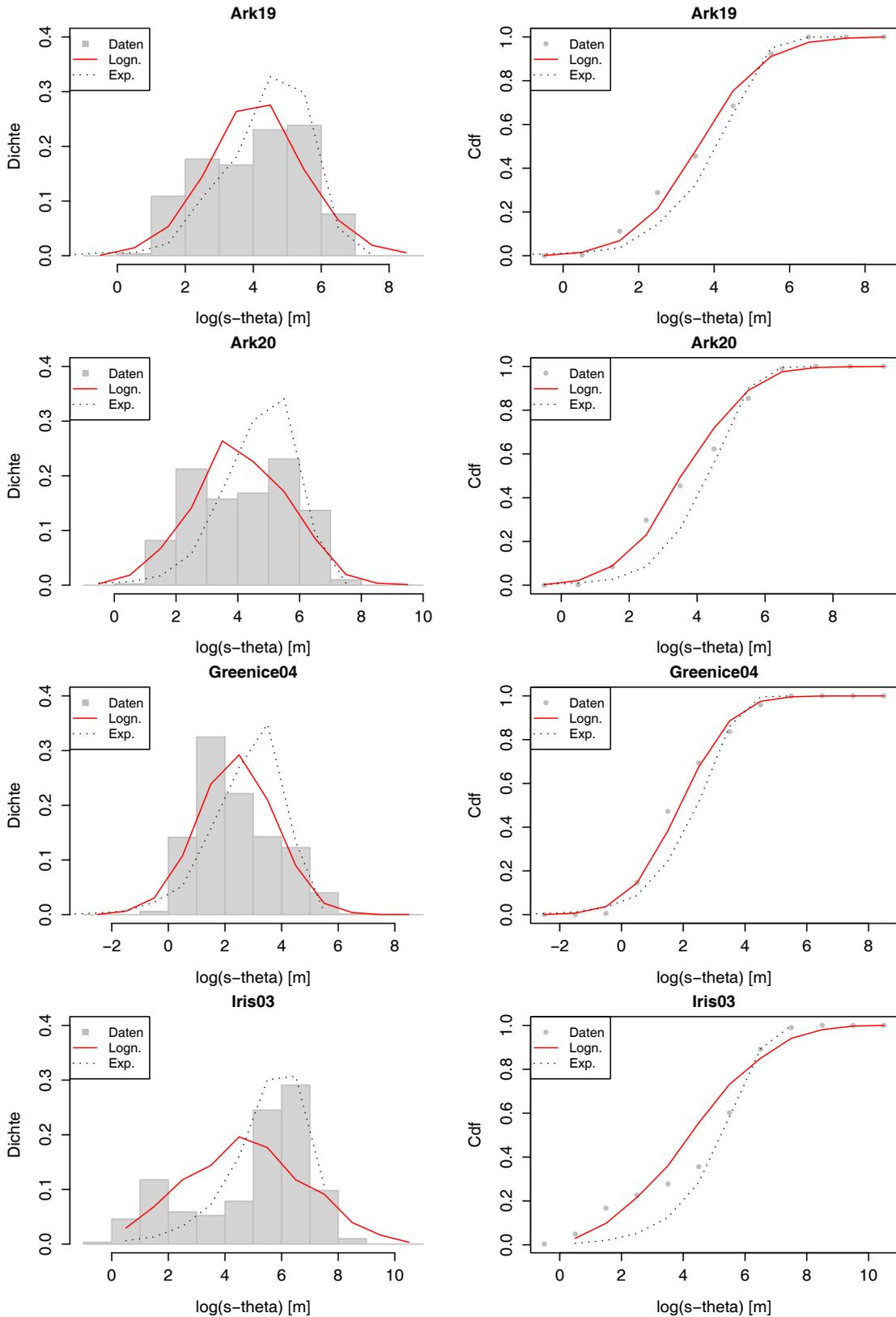


Abbildung 5.5: Beobachtete Wahrscheinlichkeitsdichten des Logarithmus der Rückenabstände für die vier untersuchten synthetischen Profile, sowie aus den Daten bestimmte theoretische Lognormalverteilung (durchgezogene Linie) und Exponentialverteilung (gepunktete Linie). In den linken Teilbildern ist jeweils die relative Häufigkeit, in den rechten Teilbildern die daraus bestimmte kumulierte Dichte gezeigt.

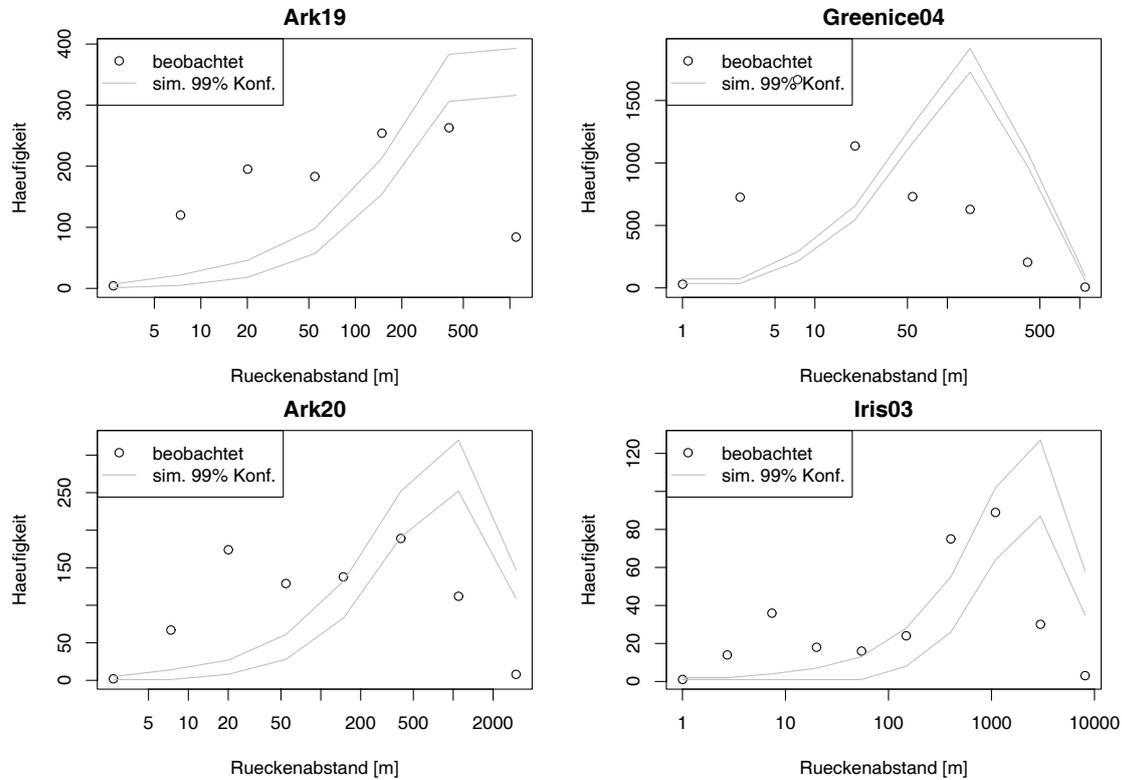


Abbildung 5.6: Vergleich der Verteilungen von Presseisrückenabständen in synthetisch erzeugten Profilen (durch Kreise dargestellt) und rein zufällig erzeugten Profilen (das 99%-Konfidenzintervall ist durch graue Linien gekennzeichnet). Die zufälligen Verteilungen wurden durch je 1000 Permutationen des synthetischen Profils bestimmt.

Tabelle 5.3: Werte der Variablen zur Erzeugung der Profile in Abb. 5.1 und 5.2.

Variable	Ark19	Ark20	Greenice04	Iris03
Standardabw. [m]	0.2665	0.2563	0.5403	0.1170
Wellenzahl [km^{-1}]	79.3337	49.2635	49.2891	95.8476
frakt. Dim.	1.5307	1.5756	1.6534	1.5475
Schiefe	2.5769	2.1819	2.7893	3.0818

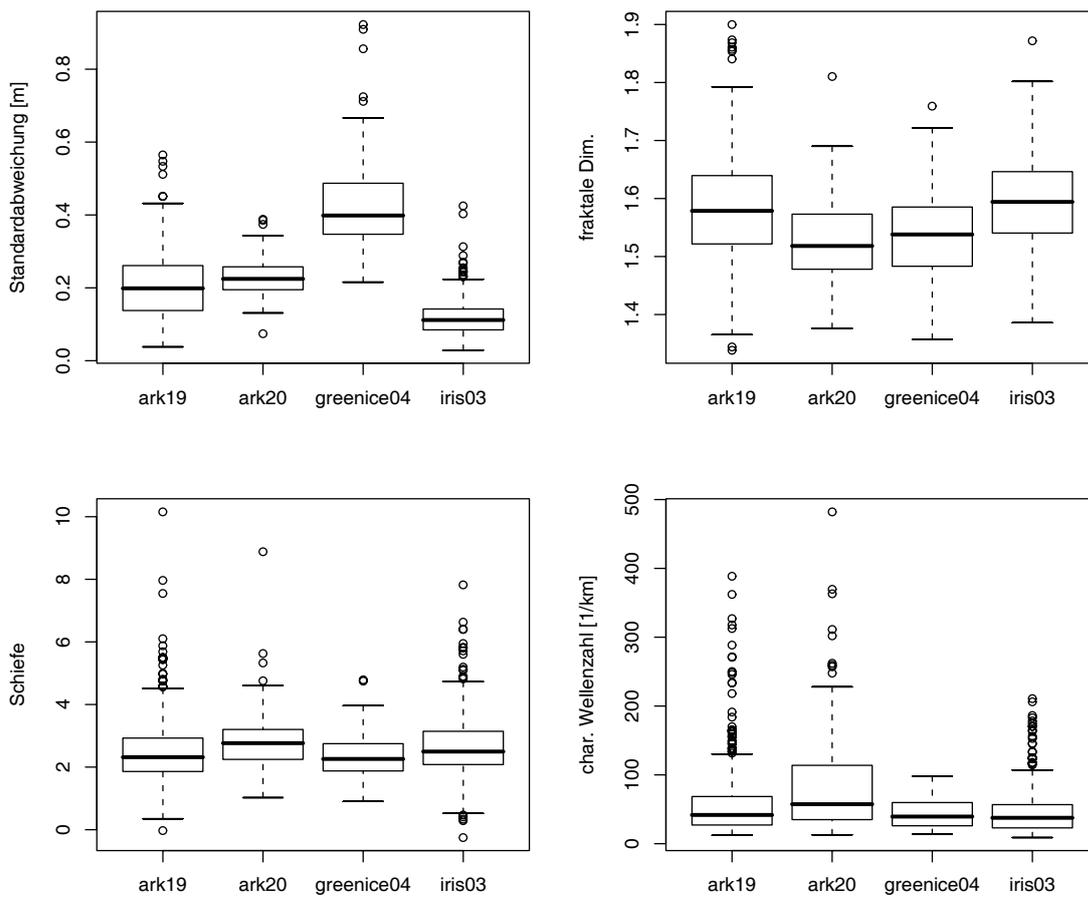


Abbildung 5.7: Wertebereiche der vier Eingabevariablen des Algorithmus zur Synthesisierung von Eisprofilen für die vier Datensätze. Die Variablen wurden aus den Daten geschätzt.

ausgeprägte Mode. Wird die Schiefe von 3.08 auf 2.08 erniedrigt, so ergibt eine Analyse der Verteilung der Presseisrückenhöhen, dass diese bei 1% Signifikanz konsistent mit der Hibler-Verteilung ist. Die Verteilung der Rückenabstände ist in diesem Fall bei 1% Signifikanz konsistent mit einer Lognormalverteilung. Allerdings führt eine Erniedrigung der Schiefe nicht zu einer Erhöhung der kleinskaligen Rauigkeit, die für eine bessere Übereinstimmung mit dem Originalprofil erforderlich wäre. Diese lässt sich, wie Abb. 5.3 vermuten lässt, durch eine Änderung der fraktalen Dimension beeinflussen. Eine Erhöhung der fraktalen Dimension verbessert die qualitative Übereinstimmung von künstlichem und tatsächlichen Iris03-Profil wesentlich. Bei den Greenice04-Daten führt eine Erniedrigung der fraktalen Dimension entsprechend zu einer Erniedrigung der kleinskaligen Rauigkeit und somit zu einer Glättung des Profils. Dieser Effekt ist in Abbildung 5.9 gezeigt.

Wie Abb. 5.3 zeigt, führt eine Verringerung der charakteristischen Wellenzahl zu einer Glättung des Profils auf kleinen Skalen. Da das synthetische Iris03-Profil bereits glatter erscheint als das tatsächliche, würde durch eine Verringerung der Wellenzahl die Übereinstimmung noch schlechter.

Eine Erhöhung der Standardabweichung des Iris03-Profiles bewirkt eine größere vertikale Variabilität. Es treten mehr Punkte mit großen Höhen auf als im Originalprofil. Das tatsächliche Rauigkeitsprofil zeichnet sich gerade dadurch aus, dass vertikale Schwankungen sehr klein sind. Eine Erhöhung der Standardabweichung verschlechtert daher die Übereinstimmung mit dem echten Profil.

Die schlechte Übereinstimmung des synthetischen Greenice04-Profiles mit dem Original lässt sich auf die Beobachtung von Goff (1995) zurückführen, dass die Modellierung für Werte der fraktalen Dimension $\gtrsim 1.6$ im Allgemeinen schlecht ausfällt. Er führt dies darauf zurück, dass Profile mit hoher fraktaler Dimension durch Überlagerung von zwei Morphologien mit niedriger fraktaler Dimension und unterschiedlich großen charakteristischen Wellenzahlen entstehen. Im Falle des Greenice04-Profiles betrug die fraktale Dimension 1.65. Eine Erniedrigung dieses Parameters führt zu der erwähnten kleinskaligen Glättung des Profils, wodurch die qualitative Übereinstimmung mit dem Originalprofil besser wird. Die Auswirkungen auf die Verteilungen der Presseisrückenhöhen und -abstände sind dagegen gering. Wie im Falle des Originalprofils lässt sich keine Übereinstimmung mit den postulierten theoretischen Verteilungen feststellen.

Aus diesen Beobachtungen kann gefolgert werden, dass der Algorithmus von Goff (1995) geeignet ist, Rauigkeitsprofile der Eisoberfläche zu modellieren, solange die Schiefe den Wert von 3 nicht übersteigt und die fraktale Dimension ≤ 1.6 ist.

5.2 Clusteranalyse synthetischer Profile

Die Möglichkeit zur Erzeugung von künstlichen Rauigkeitsprofilen mit genau definierten Eigenschaften bietet eine Gelegenheit, die in Abschnitt 4.2 beschriebenen Methoden der Clusteranalyse auf ihre Sensitivität bezüglich der verwendeten Parameter hin zu untersuchen. Die Güte einer Lösung des Partitionierungsverfahrens wird durch die Silhouettenbreite $\bar{s}(k)$ angegeben (Gl. 4.6). Kaufman und Rousseeuw (1990) bezeichnen eine k -Clusterlösung mit $\bar{s}(k) \geq 0.51$ als sinnvoll. Die Güte einer Lösung der hierarchischen Clusteranalyse lässt sich am besten über die Darstellung in einem Dendrogramm beurteilen. Beide Cluster-Verfahren wurden anhand der statistischen Parameter von synthetischen Profilen auf ihre Robustheit getestet.

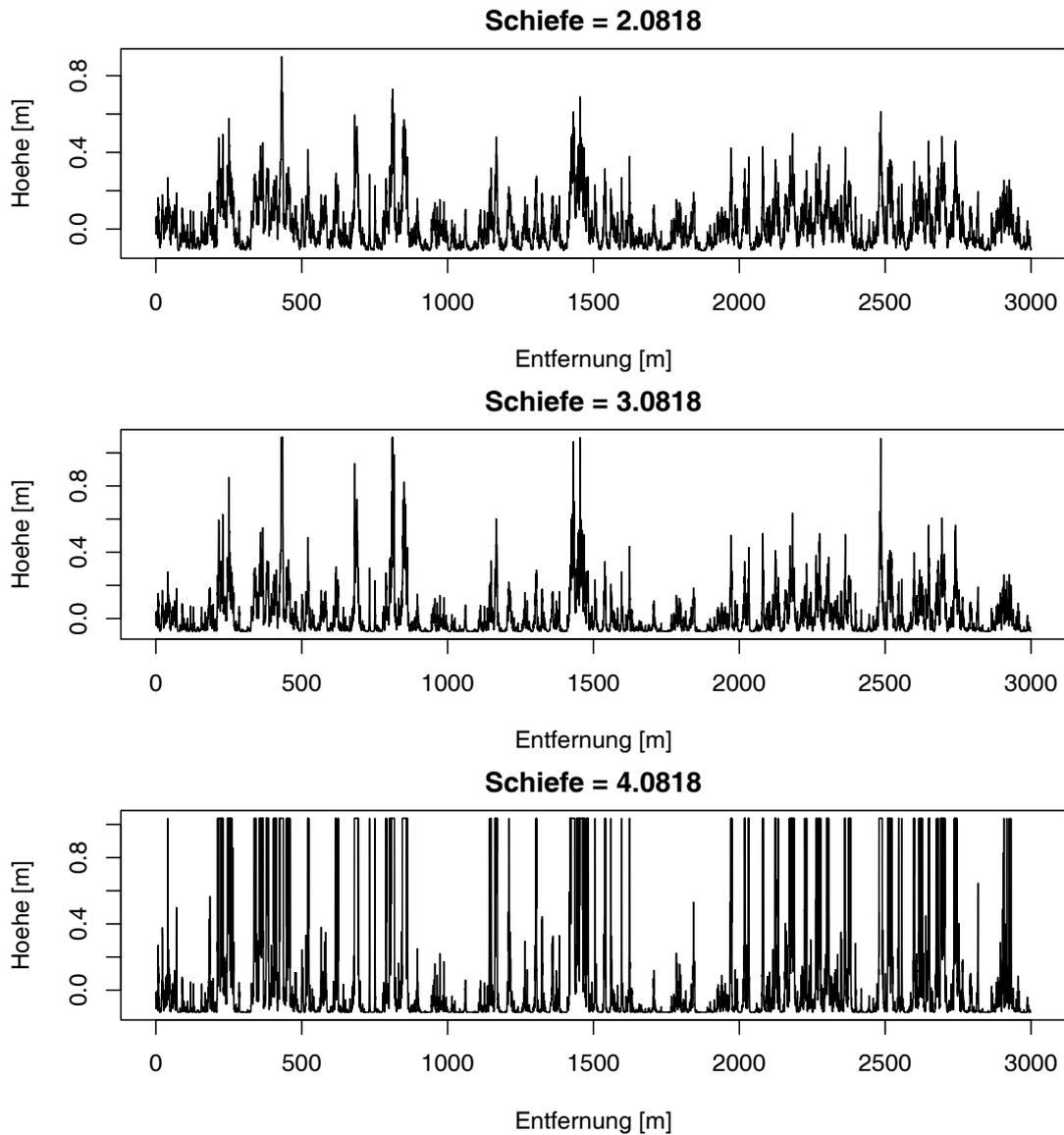


Abbildung 5.8: Sensitivität des Algorithmus zur Erzeugung synthetischer Profile bezüglich der Schiefe am Beispiel des synthetischen Iris03-Profiles. Für die übrigen Parameter wurden die ursprünglichen Werte aus Tabelle 5.3 beibehalten.

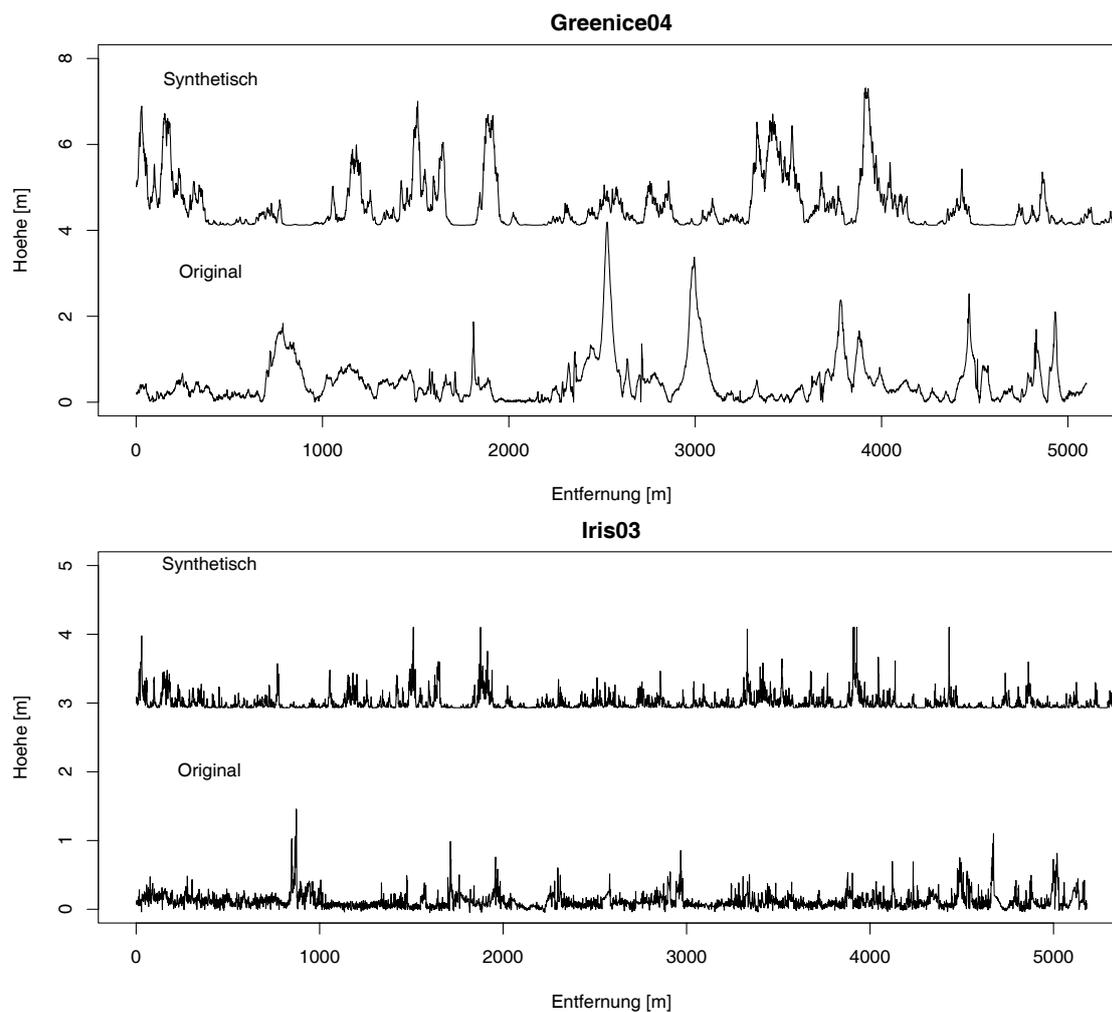


Abbildung 5.9: Vergleich der Rauigkeitsprofile der Datensätze Greenice04 und Iris03 mit synthetischen Profilen, nachdem die fraktale Dimension angepasst wurde. Die synthetischen Profile sind zur besseren Übersicht vertikal versetzt dargestellt.

Die Sensitivität der Algorithmen wurde dabei auf drei Kriterien hin untersucht: 1. Abstand zwischen den einzelnen Klassen im Parameterraum, 2. Anzahl der Elemente pro Klasse, 3. Ausdehnung der Klassen. Mit Hinblick auf die zwei Rauigkeitsklassen der Clusteranalyse aus Abschnitt 4.2 wurden die Untersuchungen mit künstlich erzeugten Rauigkeitsprofilen durchgeführt, die durch die vorgegebene Standardabweichung in zwei Klassen zerfielen. Die Werte der übrigen Parameter wurden kontinuierlich verteilt. Es handelte sich somit um eine Situation mit zwei Klassen und einem Parameter, wie auch bei der Clusteranalyse der wirklichen Profile. In jeder Untersuchung wurde ein Datensatz mit insgesamt 200 Elementen verwendet.

5.2.1 Sensitivität bezüglich des Abstands der Klassen

Beide Klassen wurden gleich groß gewählt. Für die zwei Klassen wurden unterschiedliche Parameterbereiche der Standardabweichung definiert. Je kleiner der Abstand zwischen den zwei Klassen war, desto niedriger wurde die Silhouettenbreite. Drei Beispiele sind in Abbildung 5.10 gezeigt. In jeder Zeile sind im linken Teilbild die Werte der Standardabweichung in den beiden Klassen gezeigt. Das rechte Teilbild illustriert, wie gut die Zuordnung durch das Partitionierungsverfahren war. Die Abszisse bezeichnet die Elemente jeder Klasse. Auf der Ordinate ist die Klasse aufgetragen. Die Silhouettenbreite ist ebenfalls angegeben. Liegen alle grauen Dreiecke über den schwarzen Punkten, so ist die Zuordnung fehlerfrei. Der Abstand zwischen den beiden Klassen im Raum der Standardabweichung beträgt in Teilbild (a) 0.1 m, in Teilbild (b) 0.05 m und in Teilbild (c) 0.04 m. In allen drei Untersuchungen war die Zuordnung durch den Algorithmus fehlerfrei. In Untersuchung (c) ist jedoch visuell nicht mehr nachprüfbar, ob die Elemente einer einzigen oder zwei Klassen angehören. In diesem Fall beträgt die Silhouettenbreite nur 0.684. Eine weitere Verkleinerung des Abstands zwischen den Klassen auf 0.03 m führt zu einer fehlerhaften Klassifizierung. Die Dendrogramme des hierarchischen Clusterverfahrens für die drei Untersuchungen sind in Abbildung 5.11 dargestellt. Bei einer Einteilung in zwei Cluster war die Zuordnung in allen Fällen fehlerfrei. Die Trennung ist in allen drei Fällen klar erkennbar.

5.2.2 Sensitivität bezüglich der Elementanzahl der Klassen

Bei dieser Analyse wurde die Elementanzahl der einen Klasse schrittweise erhöht, und gleichzeitig die der anderen Klasse verringert. Abbildung 5.12 zeigt drei Beispiele. Die Elementanzahlen beider Klassen betragen in Untersuchung (a) je 100, in Untersuchung (b) 30 bzw. 170 und in Untersuchung (c) 15 bzw. 185. Während die Zuordnung bei (a) und (b) fehlerfrei ist, können die beiden Klassen in Untersuchung (c) nicht mehr identifiziert werden. In diesem Fall erfolgt die Zuordnung zu drei statt zwei Klassen. Die Silhouettenbreite beträgt nur noch 0.626. Abbildung 5.13 zeigt die Dendrogramme des hierarchischen Clusterverfahrens. Bei einer Einteilung in zwei Cluster war die Zuordnung in allen Fällen fehlerfrei. Die Trennung ist in allen drei Fällen klar erkennbar.

5.2.3 Sensitivität bezüglich der Kompaktheit der Klassen

Am leichtesten lassen sich kompakte Klassen trennen. Nimmt der Wertebereich zu, wird die Trennung durch den Algorithmus schlechter. Dies ist in Abbildung 5.14 für

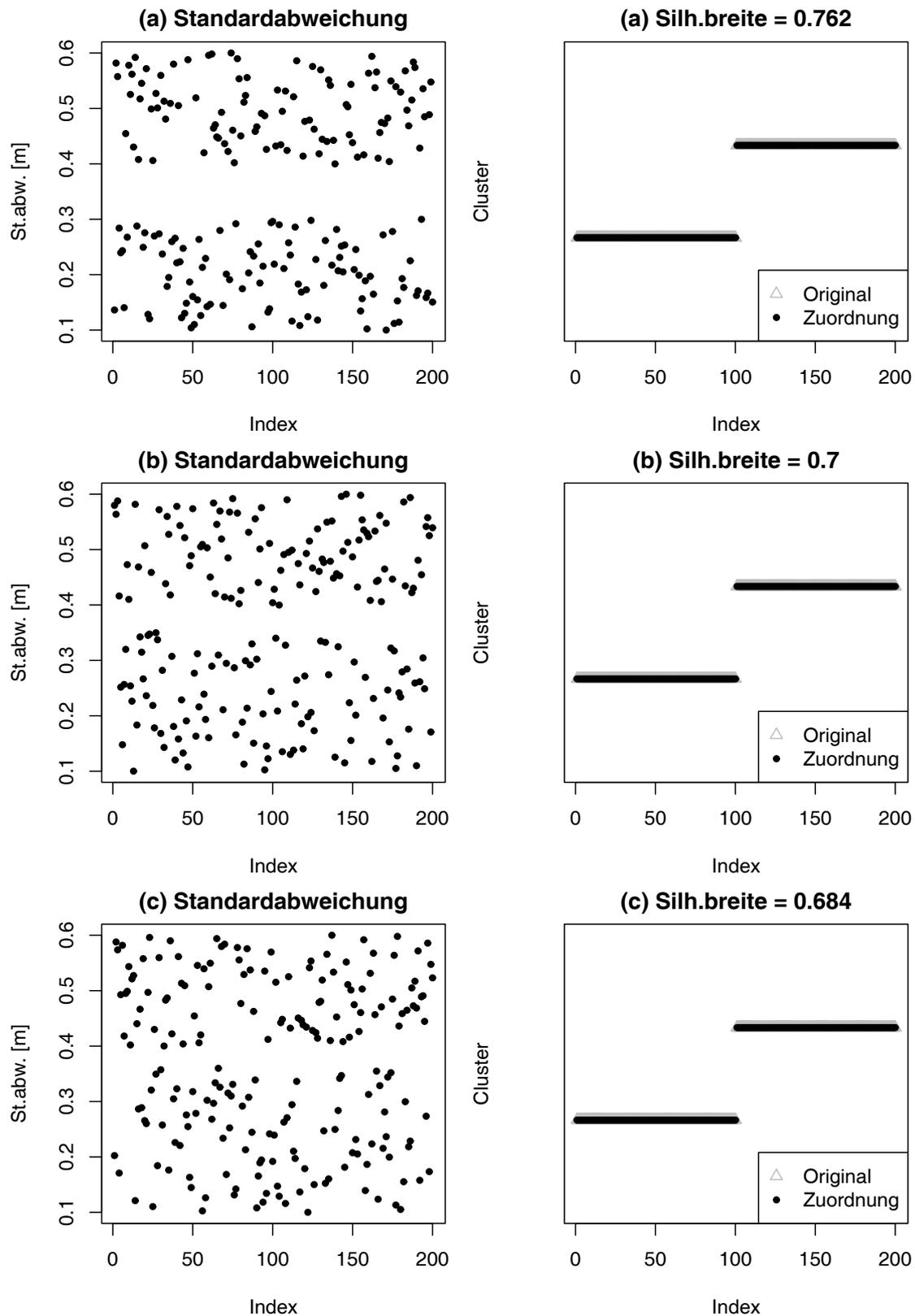


Abbildung 5.10: Sensitivität des Partitionierungsverfahrens bezüglich des Abstands der Klassen im Parameterraum für zwei Klassen. Der Klassenabstand im Parameterraum nimmt von Teilbild (a) hin zu (c) ab.

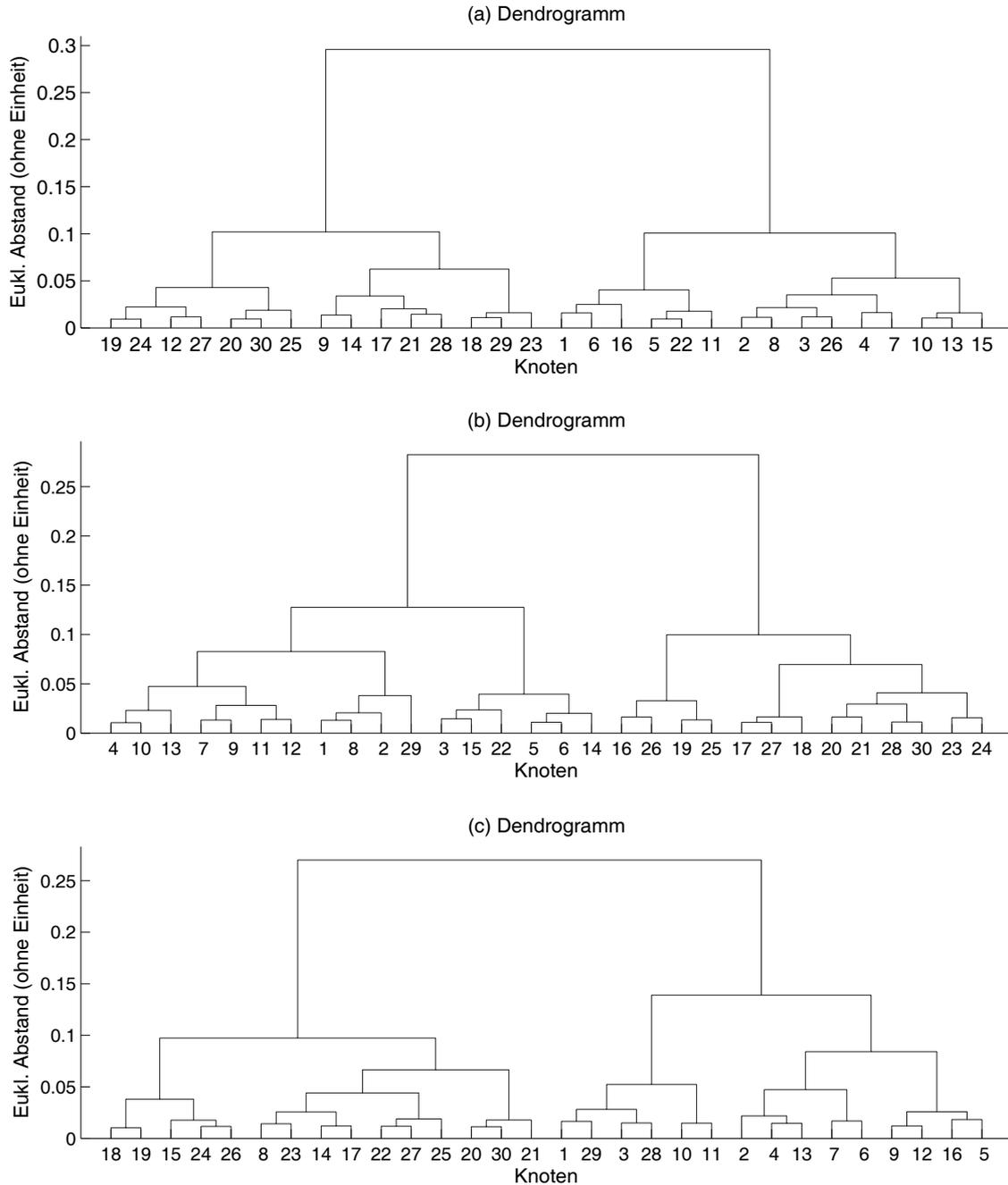


Abbildung 5.11: Sensitivität der hierarchischen Clustermethode bezüglich des Abstands der Klassen im Parameterraum für zwei Klassen. Der Klassenabstand im Parameterraum nimmt von Teilbild (a) hin zu (c) ab.

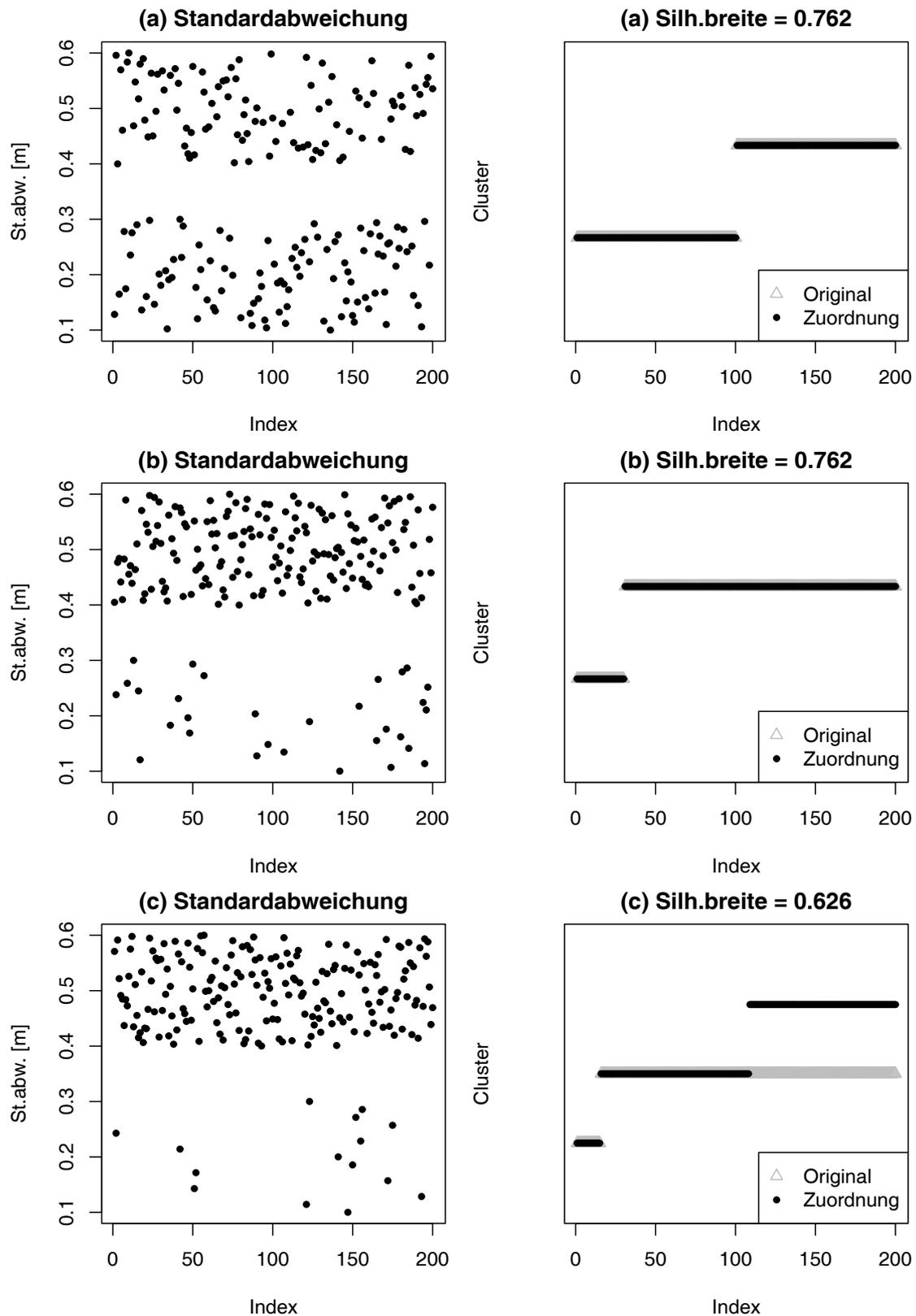


Abbildung 5.12: Sensitivität des Partitionierungsverfahrens bezüglich der Elementanzahl der Klassen für zwei Klassen. Die Elementanzahl der Klasse mit kleinerer Standardabweichungen nimmt von Teilbild (a) hin zu (c) ab.

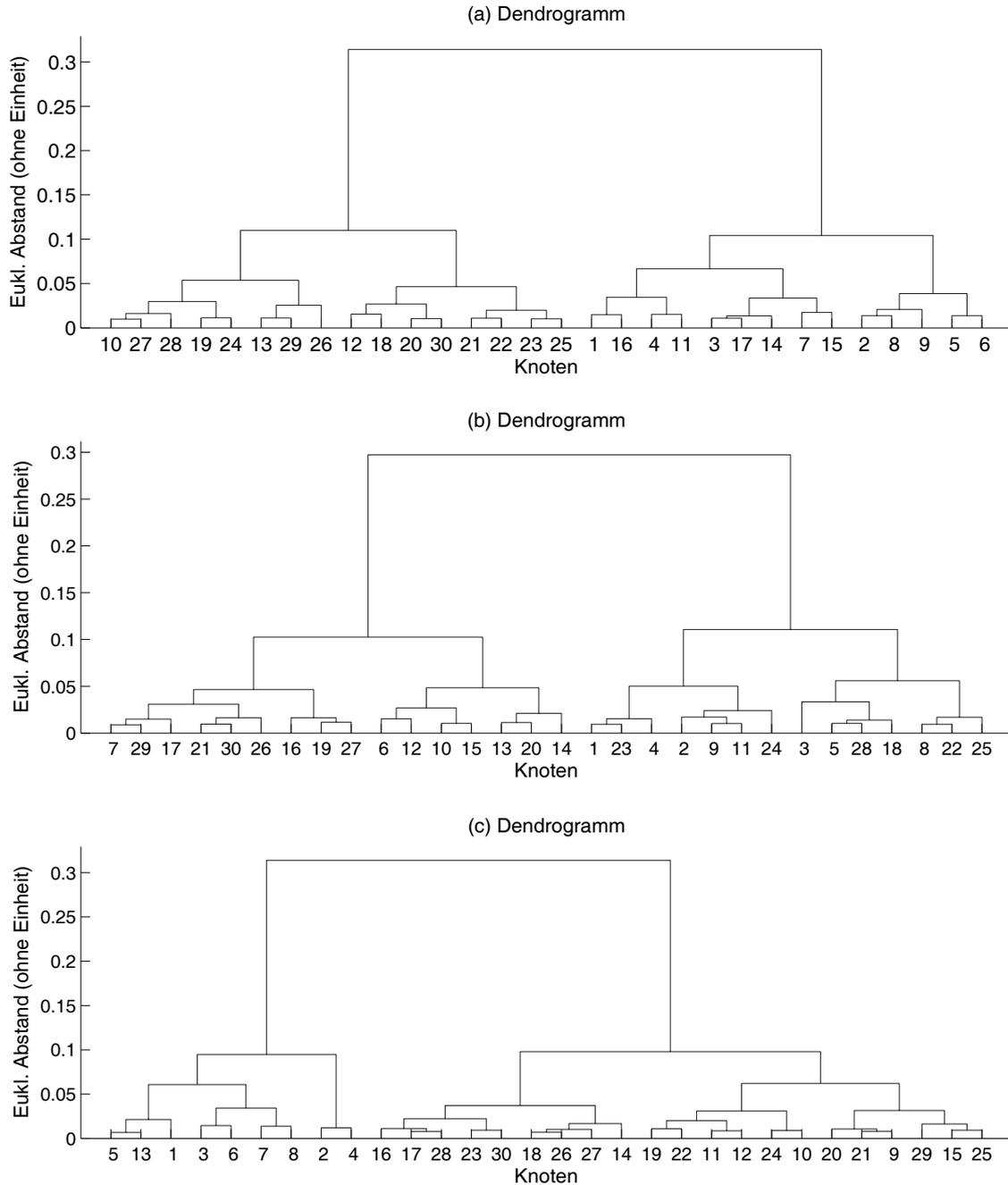


Abbildung 5.13: Sensitivität der hierarchischen Clustermethode bezüglich der Anzahl der Elemente pro Klasse bei zwei Klassen. Die Elementanzahl der Klasse mit kleinerer Standardabweichungen nimmt von Teilbild (a) hin zu (c) ab.

zwei Klassen anhand von drei Fällen gezeigt. In Untersuchung (a) lagen die Wertebereiche der Standardabweichung der beiden Klassen bei $[0.1, 0.3]m$ bzw. $[0.4, 0.6]m$, in Untersuchung (b) bei $[0.1, 0.3]m$ bzw. $[0.4, 0.9]m$ und in Untersuchung (c) bei $[0.1, 0.3]m$ bzw. $[0.4, 1.1]m$. Bereits in Untersuchung (b) ist die Zuordnung nicht mehr fehlerfrei, wie die unterschiedliche Verteilung der Elemente auf die beiden Klassen im rechten Teilbild zeigt. In Untersuchung (c) ist der Anteil der falsch zugeordneten Elemente noch größer, obwohl die Silhouettenbreite geringfügig höher ist als in Untersuchung (b). In Abbildung 5.15 sind die Dendrogramme des hierarchischen Clusterverfahrens gezeigt. Bei einer Einteilung in zwei Cluster war die Zuordnung in allen Fällen fehlerfrei.

5.2.4 Diskussion

Die drei Untersuchungen machen deutlich, dass die Partitionierung am robustesten bezüglich des Abstands zwischen den Klassen ist. Selbst in Untersuchung (c) der Abbildung 5.10 wurden beide Klassen noch korrekt getrennt, obwohl diese visuell kaum gegeneinander abgegrenzt waren. Gegenüber unterschiedlich großen Elementanzahlen innerhalb der Klassen war der Algorithmus weniger robust. Obwohl in Untersuchung (c) der Abbildung 5.12 visuell beide Klassen leicht getrennt werden können, ist die Partitionierung fehlerbehaftet. Der Nachweis von vereinzelt Ausreißern ist somit problematisch. Gleiches gilt für die Sensitivität bezüglich der Kompaktheit der Klassen. In Untersuchung (b) der Abbildung 5.14 lassen sich beide Klassen visuell leicht trennen. Die Partitionierung enthält jedoch Fehler. Die drei Untersuchungen zeigen weiterhin, dass die Güte der Partitionierung trotz gleicher Werte der Silhouettenbreite schwanken kann. Beispielsweise konnten in Untersuchung (b) in Abbildung 5.10 die beiden Klassen bei einer Silhouettenbreite von 0.7 korrekt getrennt werden. In Untersuchung (b) der Abbildung 5.14 war die Partitionierung dagegen nicht fehlerfrei, obwohl die Silhouettenbreite einen Wert von 0.703 hatte. Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass Lösungen der Partitionierung mit Silhouettenbreiten kleiner als 0.7 häufig fehlerbehaftet sind. Die Lösungen der hierarchischen Partitionierung sind für die untersuchten Fälle sehr robust. In allen Untersuchungen wurde eine klare Trennung in zwei Cluster in den Dendrogrammen beobachtet. Diese Unterteilung war stets fehlerfrei. Wie bereits in Abschnitt 4.2 erwähnt, ergänzen sich beide Verfahren und erleichtern so die Interpretation der Lösung.

Die Ergebnisse der Sensitivitätsstudien verdeutlichen, wie schwierig die Interpretation einer gefundenen Clusterlösung ist. Die untersuchten Fälle wurden gewählt, weil sie die in den tatsächlichen Daten beobachteten Situationen widerspiegeln. Bei der in Abbildung 4.7 gezeigten Clusterlösung der Rauigkeitsdaten liegen die beiden Cluster im Parameterraum sehr nah beieinander. Außerdem ist einer der Cluster (Cluster 1) kompakt, während der Wertebereich des zweiten Clusters wesentlich größer ist. Weiterhin sind einzelne Elemente mit sehr hohen Werten vorhanden. Eine eindeutige Abgrenzung der Cluster gegeneinander ist nicht offensichtlich. Durch Vergleich mit der Lösung des hierarchischen Clusterverfahrens wird die Interpretation jedoch wesentlich erleichtert.

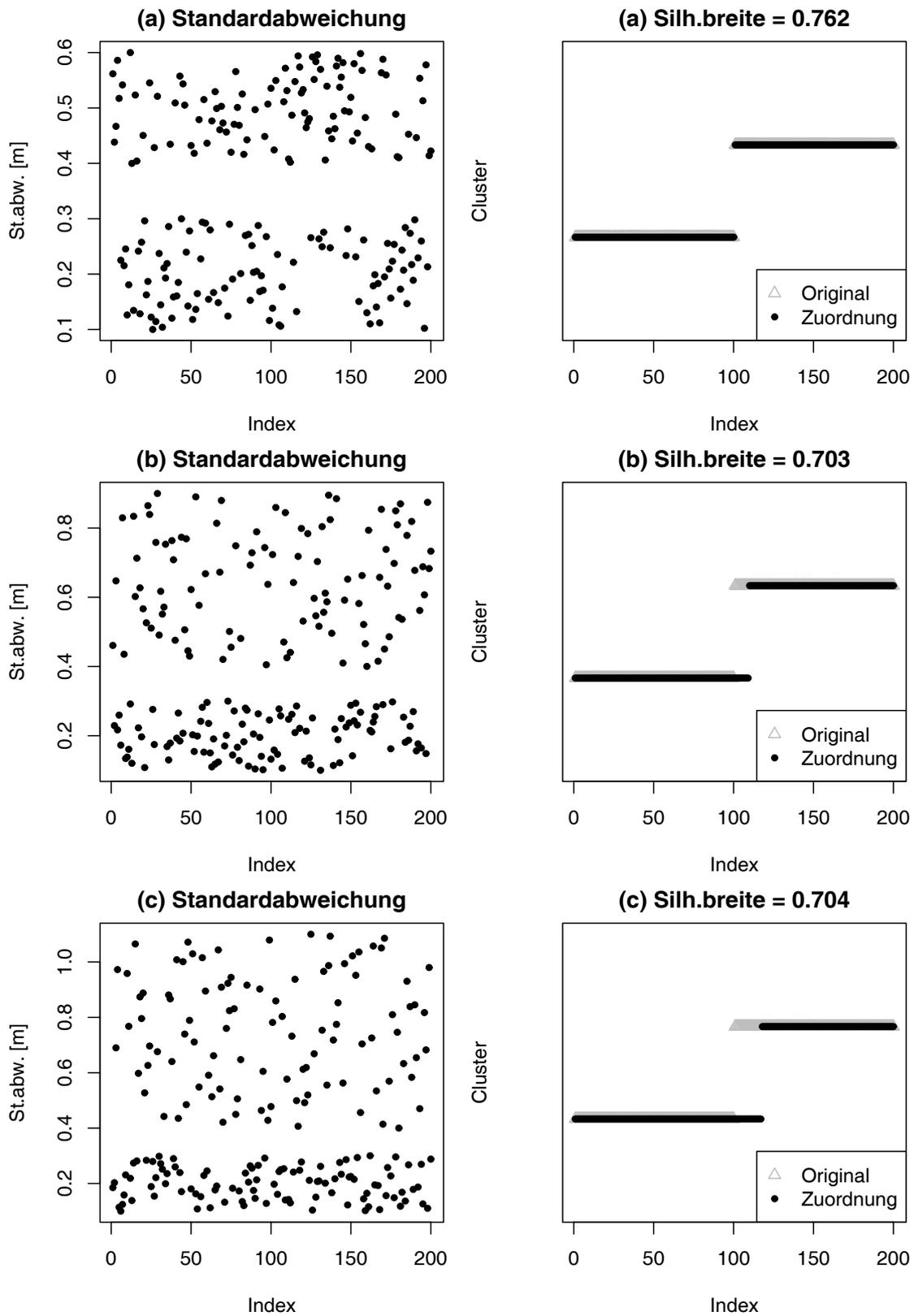


Abbildung 5.14: Sensitivität des Partitionierungsverfahrens bezüglich der Kompaktheit der Klassen für zwei Klassen. Von Teilbild (a) hin zu (c) nimmt der Wertebereich der einen Klasse zu.

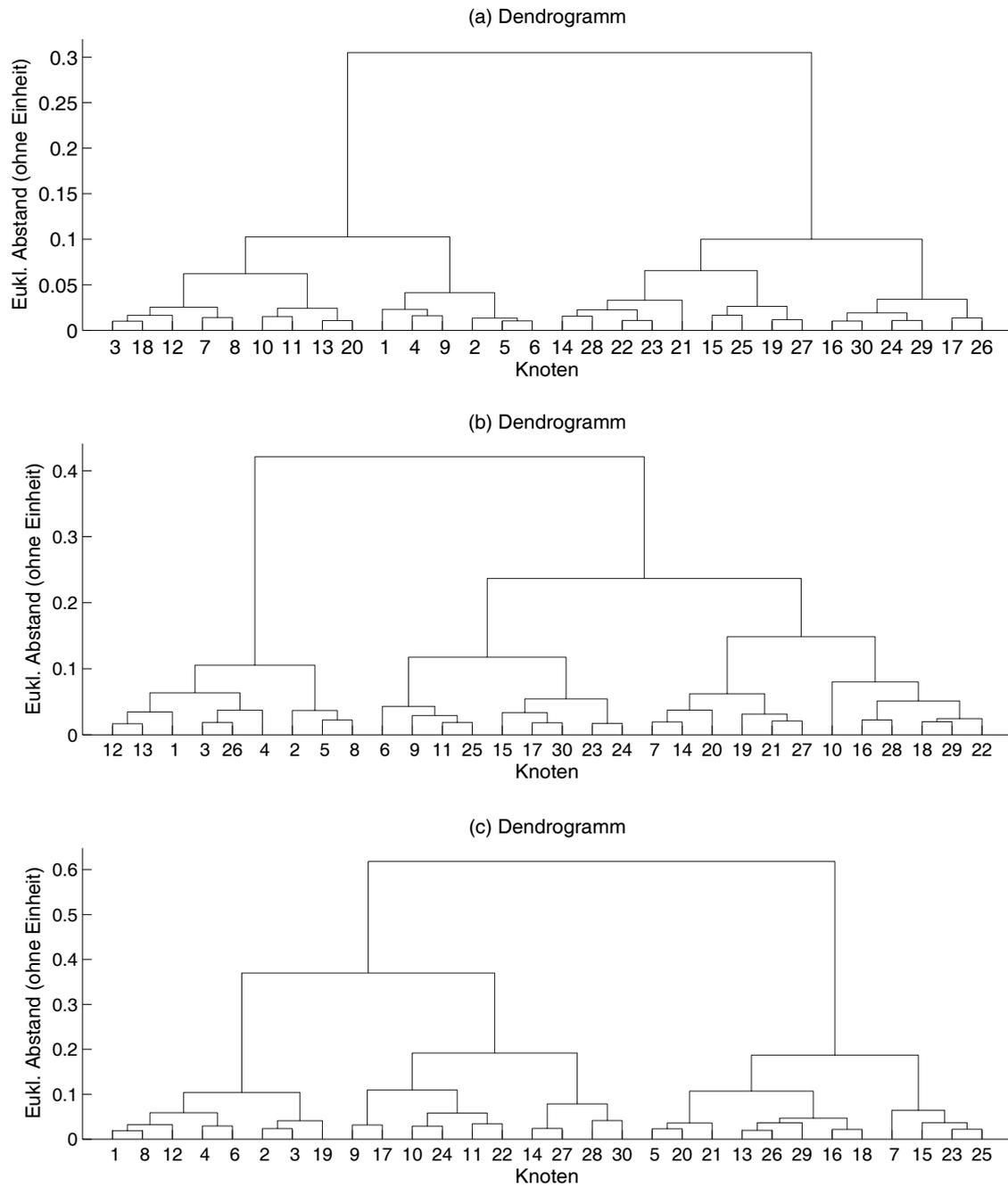


Abbildung 5.15: Sensitivität der hierarchischen Clustermethode bezüglich der Kompaktheit der Klassen bei insgesamt zwei Klassen. Von Teilbild (a) hin zu (c) nimmt der Wertebereich der einen Klasse zu.

Kapitel 6

Schlussfolgerungen

In der vorliegenden Arbeit wurde die Rauigkeit von Meereis in Gebieten der Arktis und der Ostsee analysiert. Neben detaillierten Untersuchungen der statistischen Eigenschaften von Profilen der Eisoberfläche bestand das Hauptziel der Arbeit in der Entwicklung einer Methode zur Unterscheidung verschiedener Rauigkeitsklassen. Um einen möglichst breiten Überblick über die Rauigkeit von Meereis zu erhalten, wurden für die Untersuchungen umfangreiche Messungen aus vier unterschiedlichen geographischen Regionen verwendet. Dabei handelte es sich um drei Datensätze aus der Arktis (einen aus der Lincolnsee nördlich von Grönland sowie zwei aus der Umgebung von Spitzbergen) und einen aus der Ostsee. Die Profile eines der Spitzbergen-Datensätze wurden während des Sommers gemessen, so dass auch saisonale Änderungen der Eisrauigkeit untersucht werden konnten. Die zur Verfügung stehenden Daten ermöglichten aufgrund ihres großen Umfangs im Gegensatz zu früheren Studien Aussagen über die Rauigkeit des Eises auf regionalen statt lokalen Skalen. Regionale Unterschiede der Eiseigenschaften in den unterschiedlichen Gebieten konnten so bestätigt und quantifiziert werden. Zwei grundlegend verschiedene Typen von Daten wurden verwendet. Dies waren gleichzeitig gemessene hochauflösende Profile der Eisoberfläche und geringer aufgelöste Profile der Eisdicke.

Zunächst wurde eine statistische Analyse der Eisrauigkeit durchgeführt. Dabei wurden verschiedene Parameter, die zur Beschreibung der Oberflächenrauigkeit verwendet werden, im Detail untersucht und verglichen. Ein wichtiger Aspekt in diesem Zusammenhang war der Nachweis, dass die Profile der Eisoberfläche nichtstationär sind. Damit sind statistische Eigenschaften eines Profils wie Mittelwert, Standardabweichung oder Autokorrelationslänge nicht invariant bezüglich einer Vergrößerung der Profillänge. Ein Vergleich dieser Größen für unterschiedlich lange Profile ist somit problematisch. Um trotzdem vergleichende Analysen durchführen zu können, wurden statistische Kennzahlen nur für gleich lange Profile berechnet. Eine in diesem Zusammenhang wichtige Fragestellung betraf die Länge der Profile. Einerseits dürfen die Profile nicht zu kurz sein, damit hinreichend viele Punkte zur Berechnung von statistischen Kennzahlen zur Verfügung stehen. Andererseits kommt es bei sehr langen Profilen häufig zu einer Vermischung von Gebieten mit unterschiedlichen Rauigkeiten. Diesbezügliche Analysen ergaben für die verwendeten Laserprofile eine optimale Mindestlänge von 2 km und eine Maximallänge von 20 km. Ein weiteres wichtiges Ergebnis der statistischen Analyse war der Nachweis, dass die Eisprofile auf Skalen unterhalb von ca. 20 m fraktales Verhalten zeigen. Diese Eigenschaft wurde von verschiedenen Autoren untersucht und konnte anhand der vorliegenden

Daten bestätigt werden. Mit der fraktalen Dimension ergab sich dabei ein geeigneter Parameter, um die Rauigkeit des Eises zu beschreiben.

Presseisrücken gehören aufgrund ihrer Größe zu den auffälligsten und am intensivsten untersuchten Rauigkeitsmerkmalen von Meereis. Der Umfang der analysierten Daten ermöglichte detaillierte Studien zu den Verteilungen von Presseisrückenhöhen und -abständen in den vier untersuchten Regionen. Dabei konnten die Ergebnisse von Wadhams (1980) und Wadhams und Davy (1986), nach denen die Verteilungen von Presseisrückenhöhen und -abständen durch eine Exponential- bzw. Lognormalverteilung approximiert werden können, bestätigt werden. Im Falle des Lincolnsee-Datensatzes und des Spitzbergen-Datensatzes, der während des Sommers gemessen wurde, konnte eine exakte Übereinstimmung der beobachteten Verteilungen der Presseisrückenhöhen mit einer Exponentialverteilung nachgewiesen werden. Weiterhin konnte quantitativ gezeigt werden, dass Presseisrücken nicht zufällig über das Eis verteilt sind, sondern bevorzugt Haufen bilden (englisch „clustering“), wie in Fotos und Satellitenbildern der Eisoberfläche erkennbar ist. Aus den zeitgleich zu den Laserprofilen gemessenen Eisdickenprofilen ließen sich Profile des Eistiefgangs konstruieren. Anhand dieser Profile konnte ein signifikanter linearer Zusammenhang zwischen der Rauigkeit der Oberfläche und dem Tiefgang nachgewiesen werden, der zeigt, dass einzelne Presseisrückensegel bereits lokal durch Kiele ausbalanciert sind. Diese Analyse diente auch dazu, die Ergebnisse von Comiso *et al.* (1991) zu überprüfen, die nachgewiesen hatten, dass sich die Häufigkeitsverteilung des Eistiefgangs durch eine Skalierung der Häufigkeitsverteilung des Freibords modellieren lässt. Die Ergebnisse dieser Untersuchung konnten mit den vorliegenden Daten nicht bestätigt werden. Dabei ist jedoch zu beachten, dass die in dieser Arbeit verwendeten Lasermessungen der Eisoberfläche keine Profile des Eisfreibords sind, sondern relativ zu einer Referenzhöhe zu verstehen sind, die der Dicke des ebenen Eises entspricht.

Methoden der Waveletanalyse sind ein wichtiges Hilfsmittel zur Untersuchung von Zeitreihen und insbesondere auch für nichtstationäre Daten geeignet. In dieser Arbeit wurde die Waveletanalyse genutzt, um Längenskalen in den Rauigkeitsprofilen zu identifizieren, die charakteristisch für die Rauigkeit sind. Diese Skalen wurden bestimmt, indem die Varianz der Laserprofile in Beiträge von unterschiedlichen Skalen zerlegt wurde. Als charakteristische Rauigkeitsskala eines Profils wurde diejenige Skala bezeichnet, die den größten Beitrag zur Gesamtvarianz lieferte. Für alle vier Datensätze zeigte sich, dass die charakteristischen Rauigkeitsskalen kleiner waren als typische Abstände zwischen Presseisrücken. Die Abstände von Presseisrücken beeinflussen zwar die Rauigkeitsskalen, dominieren diese jedoch nicht. Stattdessen wird die Rauigkeit in allen Datensätzen wesentlich von Skalen < 50 m geprägt. In dieser Größenordnung liegen typischerweise Breiten von Presseisrücken. Somit tragen die Rückenbreiten stärker zu den Rauigkeitsskalen bei als die Rückenabstände. Die gefundenen kleinen Skalen können von satellitengetragenen Fernerkundungssensoren wie z.B. SAR häufig nicht mehr abgebildet werden. Das gemessene Radarsignal wird zwar von kleineren Skalen beeinflusst, jedoch können diese nicht abgebildet werden. Diese Tatsache erschwert einen direkten Vergleich von Rauigkeitsprofilen des Laseraltimeters mit SAR-Bildern.

In den statistischen Analysen wurde deutlich, dass sich die Rauigkeitsprofile der vier untersuchten Datensätze in ihren statistischen Eigenschaften unterscheiden. Diese Unterschiede waren sowohl in der vertikalen Dimension (durch Parameter wie Höhe, Varianz oder Neigungswinkel) wie auch der horizontalen Dimension (durch

Längenskalen der Rauigkeit oder Abstände zwischen Presseisrücken) messbar. Am ausgeprägtesten waren diese Unterschiede zwischen Profilen der Lincolnsee, die überwiegend aus stark deformiertem, dickem mehrjährigem Eis bestanden, und Profilen der Ostsee-Kampagne, die überwiegend über relativ dünnem einjährigem Eis gemessen wurden. Diese Unterschiede werden für die „vertikalen“ Parameter Mittelwert, Standardabweichung und RMS Steigung beispielsweise in Abb. 3.19 deutlich. Bereits ein visueller Vergleich von Eisprofilen beider Regionen zeigte, dass die Profile der Ostsee auf kleineren Skalen rau erscheinen als die Profile der Lincolnsee (vgl. Abb. 2.8). Dieser Eindruck wurde durch die Untersuchung der Amplitudenspektren (Abb. 3.1), der Skala des Knickpunktes zur Berechnung der fraktalen Dimension (Abb. 3.5) und der charakteristischen Rauigkeitsskalen der Waveletanalyse (Tabelle 3.6) quantifiziert. Die beiden in der Umgebung von Spitzbergen gemessenen Datensätze unterschieden sich ebenfalls untereinander und von den anderen Datensätzen in ihren statistischen Eigenschaften, allerdings waren die Unterschiede weniger stark ausgeprägt. Insbesondere waren die Unterschiede zwischen den Profilen der Winterkampagne und denen der Sommerkampagne nur klein. Zusammenfassend ist ein wesentliches Ergebnis der vorliegenden Arbeit die Quantifizierung der unterschiedlichen Eisrauigkeit in den vier Datensätzen anhand von verschiedenen Analyseverfahren. Diese Quantifizierung ist wichtig, um Aussagen über großskalige Veränderungen der Meereisbedeckung treffen zu können.

Mit den Ergebnissen der statistischen Analyse war es möglich, einen Satz von Parametern zu identifizieren, der die Rauigkeit charakterisiert. Ein Rauigkeitsprofil ließ sich damit als ein Punkt im Raum dieser Rauigkeitsparameter auffassen. Falls sich verschiedene Eisklassen anhand ihrer Rauigkeit unterscheiden lassen, so sollte dies durch Haufen von Punkten im Parameterraum deutlich werden, die den unterschiedlichen Klassen entsprechen. Klassifizierungsverfahren zielen darauf ab, solche Haufen zu identifizieren und optimal gegeneinander abzugrenzen. Ein weiteres zu klassifizierendes Rauigkeitsprofil ließe sich dann anhand seiner Lage im Parameterraum derjenigen Gruppe zuordnen, die am nächsten gelegen ist bzw. deren Eigenschaften am ähnlichsten sind. In dieser Arbeit wurden zwei grundlegend verschiedene Ansätze zur Klassifizierung verfolgt. Beim ersten Ansatz wurde untersucht, ob sich Profile der Eisoberfläche alleine aufgrund ihrer Rauigkeit verschiedenen, vorher definierten Eisdickenklassen zuordnen lassen. Diese Methode zielte darauf ab, einen Zusammenhang zwischen der Rauigkeit der Oberfläche und der Dicke nachzuweisen und diesen gegebenenfalls zur Prognose der Eisdicke auszunutzen. Diese Untersuchung wurde insbesondere mit Hinblick auf die Auswertung von Fernerkundungsdaten wie beispielsweise SAR durchgeführt, da das von diesen Sensoren gemessene Signal in komplexer Weise von der Eisrauigkeit beeinflusst wird. Der Nachweis eines quantitativen Zusammenhangs zwischen der Oberflächenrauigkeit und der Eisdicke wäre daher ein wichtiges Hilfsmittel für die Ableitung der Eisdicke aus Radardaten. Die Ergebnisse aus Abschnitt 4.1 zeigen, dass ein solcher Zusammenhang für die dicksten Eisklassen nachgewiesen werden konnte. Eine Zuordnung von Rauigkeitsprofilen zu Eisdickenklassen war in diesem Fall möglich.

Mit dem zweiten Klassifizierungsverfahren wurde untersucht, ob sich Profile der Eisrauigkeit aufgrund ihrer statistischen Eigenschaften unterschiedlichen Rauigkeitsklassen zuordnen lassen. Für diese Analyse wurden keine Informationen über die Eisdicke verwendet. Stattdessen bestand das Ziel der Untersuchung darin, herauszufinden, welche Parameter besonders geeignet sind, um unterschiedliche Rauigkeitsklas-

sen zu erkennen. Ein weiteres Ziel bestand darin, zu untersuchen, wie gut sich diese unterschiedlichen Rauigkeitsklassen gegeneinander abgrenzen lassen. Dabei zeigte sich, dass eine klare Abgrenzung von verschiedenen Rauigkeitsklassen aufgrund der großen Variabilität der Parameter innerhalb der einzelnen Klassen nicht erkennbar war. Die einzelnen Rauigkeitsklassen gingen stattdessen kontinuierlich ineinander über. Die Untersuchung ergab als optimalen Rauigkeitsparameter zur Klassifizierung der Laserprofile die RMS Steigung. Mithilfe dieses Parameters ist es möglich, Karten unterschiedlicher Rauigkeit zu erstellen. Diese Karten können ergänzend zu anderen Daten verwendet werden, um die Eiseigenschaften innerhalb eines bestimmten Gebietes zu beschreiben. So lässt sich beispielsweise zur Interpretation von Aufnahmen satellitengetragener Fernerkundungssensoren beitragen.

Anhand von numerisch simulierten Eisrauigkeitsprofilen mit genau definierten Eigenschaften lassen sich Wechselwirkungen zwischen der Eisoberfläche und der Atmosphäre im Detail studieren. Daher stellen Verfahren zur Erzeugung von künstlichen Rauigkeitsprofilen ein wichtiges Hilfsmittel dar. In Kapitel 5 wurde die Methode von Goff und Jordan (1988), die ursprünglich zur Modellierung von Profilen des Eistiefgangs verwendet wurde, im Hinblick auf ihr Potenzial zur Erzeugung von realistischen Eisrauigkeitsprofilen untersucht. Die Ergebnisse zeigen, dass das Verfahren geeignet ist, wenn die für das Modell erforderlichen Parameter Schiefe und fraktale Dimension die Werte von 3.0 bzw. 1.6 nicht überschreiten. Die Methode ist in der Lage, viele Eigenschaften von in der Natur beobachteten Rauigkeitsprofilen zu modellieren. Es wurde deutlich, dass sich die statistischen Eigenschaften von gemessenen Profilen zu einem großen Teil mit den vier, zur Modellierung erforderlichen Variablen reproduzieren lassen, jedoch Unterschiede zwischen Original und künstlichem Profil bestehen bleiben (vgl. Abbildung 5.2). Ein Nachteil der Methode zur Synthetisierung von Rauigkeitsprofilen besteht darin, dass die Verteilungen der Presseisrückenabstände in den künstlichen Profilen nicht mit den tatsächlich beobachteten Verteilungen übereinstimmen. Für ein Verfahren zur Erzeugung von realistischen Rauigkeitsprofilen sollte das Modell in diesem Punkt optimiert werden. Eine Eigenschaft von natürlichen Rauigkeitsprofilen ist das Auftreten von extremen Ereignissen, wie dies beispielsweise ein einzelner, sehr hoher Presseisrücken inmitten von relativ schwach deformiertem Eis darstellt. Solche Extremwerte lassen sich, wie auch von Goff (1995) angemerkt, mit dem diesem Modell zugrundeliegenden stochastischen Prozess nicht modellieren. Hier ließe sich das Modell noch erweitern.

Die in dieser Arbeit verwendeten Daten waren eindimensional. Wesentlich mehr Informationen über die Rauigkeit der Eisoberfläche ließe sich aus zweidimensionalen Daten ableiten. Dies gilt insbesondere für die Eigenschaften von Presseisrücken. Da die Orientierung der Presseisrücken relativ zur Flugrichtung in eindimensionalen Profilen unbekannt ist, sind die berechneten Abstände möglicherweise nicht mit den mittleren Abständen über einer Fläche identisch. Die Verwendung von zweidimensionalen Datensätzen würde hier eine Verbesserung darstellen. Die Verteilung der Presseisrückenhöhen ließen sich in zweidimensionalen Daten ebenfalls genauer bestimmen, da in eindimensionalen Profilen der Fall eintreten kann, dass der höchste Punkt eines Rückens gar nicht überflogen wird. Ein weiterer Vorteil von zweidimensionalen Daten besteht darin, dass Vergleiche mit Luftbildern oder Aufnahmen satellitengetragener Fernerkundungssensoren wie SAR wesentlich vereinfacht würden.

Literaturverzeichnis

- Abramowitz, M. und Stegun, I. A., Herausgeber (1972). *Handbook of Mathematical Functions*. Dover, New York.
- ACIA (2004). *Impacts of a Warming Arctic: Arctic Climate Impact Assessment*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Adolphs, U. (1999). Roughness variability of sea ice and snow cover thickness profiles in the Ross, Amundsen, and Bellingshausen Seas. *J. Geophys. Res.*, **104**(C6), 13577–13591.
- Albritton, D. L. und Filho, L. G. M. (2001). Technical summary. In *Climate Change 2001: The Scientific Basis. Contribution of Working Group I to the Third Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Andreas, E. L. (1994). The Atmospheric Boundary Layer Over Polar Marine Surfaces. In M. Leppäranta, Herausgeber, *Physics of ice-covered seas : lecture notes from a summer school in Savonlinna, Finland 6 - 17 June 1994*, Band 2. University of Helsinki, Helsinki.
- Arya, S. P. S. (1975). A Drag Partition Theory for Determining the Large-Scale Roughness Parameter and Wind Stress on the Arctic Pack Ice. *J. Geophys. Res.*, **80**(24), 3447–3454.
- Bamber, J. L. und Kwok, R. (2004). Remote-sensing techniques. In *Mass balance of the cryosphere*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Bamber, J. L. und Payne, A. J. (2004). Introduction. In *Mass balance of the cryosphere*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Barabasi, A. L. und Stanley, H. E. (1995). *Fractal concepts in surface growth*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Bendat, J. S. und Piersol, A. G. (1986). *Random Data*. John Wiley, New York.
- Bishop, G. C. und Chellis, S. E. (1989). Fractal dimension: A descriptor of ice keel surface roughness. *Geophys. Res. Lett.*, **16**(9), 1007–1010.
- Campbell, B. A. und Shepard, M. K. (1996). Lava flow surface roughness and depolarized radar scattering. *J. Geophys. Res.*, **101**(E8), 18941–18951.
- Cavalieri, D. J. und Gloersen, P. (1984). Determination of Sea Ice Parameters With the NIMBUS 7 SMMR. *J. Geophys. Res.*, **89**(D4), 5355–5369.

- Comiso, J. (2003). Large-scale Characteristics and Variability of the Global Sea Ice Cover. In D. N. Thomas und G. S. Dieckmann, Herausgeber, *Sea Ice. An Introduction to its Physics, Chemistry, Biology and Geology*. Blackwell Science, Oxford.
- Comiso, J. C., Wadhams, P., Krabill, W. B., Swift, R. N., Crawford, J. P., und Tucker, W. B. (1991). Top/Bottom Multisensor Remote Sensing of Arctic Sea Ice. *J. Geophys. Res.*, **96**(C2), 2693–2709.
- Deichsel, G. und Trampisch, H. J. (1985). *Clusteranalyse und Diskriminanzanalyse*. Gustav Fischer Verlag, Stuttgart.
- Dierking, W. (1995). Laser profiling of the ice surface topography during the Winter Weddell Gyre Study 1992. *J. Geophys. Res.*, **100**(C3), 4807–4820.
- Dierking, W. (1999). Quantitative roughness characterization of geological surfaces and implications for radar signature analysis. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **37**(5), 2397–2412.
- Eicken, H. (1994). Structure of under-ice melt ponds in the central Arctic and their effect on the sea-ice cover. *Limnol. Oceanogr.*, **39**(3), 682–694.
- Eicken, H., Tucker, W. B., und Perovich, D. K. (2001). Indirect measurements of the mass balance of summer Arctic sea ice with an electromagnetic induction technique. *Ann. Glaciol.*, **33**, 194–200.
- Garbrecht, T. (2002). Impuls- und Wärmeaustausch zwischen der Atmosphäre und dem eisbedeckten Ozean. *Berichte zur Polar- und Meeresforschung*, **410**.
- Goff, J. A. (1995). Quantitative analysis of sea ice draft 1. Methods for stochastic modelling. *J. Geophys. Res.*, **100**(C4), 6993–7004.
- Goff, J. A. und Jordan, T. H. (1988). Stochastic Modeling of Seafloor Morphology: Inversion of Sea Beam Data for Second-Order Statistics. *J. Geophys. Res.*, **93**(B11), 13589–13608.
- Goff, J. A. und Tucholke, B. E. (1997). Multiscale spectral analysis of bathymetry on the flank of the Mid-Atlantic Ridge: Modification of the seafloor by mass wasting and sedimentation. *J. Geophys. Res.*, **102**(B7), 15447–15462.
- Granberg, H. B. und Leppäranta, M. (1990). Helicopterborne remote sensing of antarctic sea ice using a laser profiler, synchronized video and 70 mm camera during FINNARP-89. In *Proceedings of the 10th IAHR Ice Symposium*, Band 3, S. 313–325, Espoo, Finland.
- Grossmann, A. und Morlet, J. (1984). Decomposition of Hardy Functions into Square Integrable Wavelets of Constant Shape. *SIAM J. Math.*, **15**(4), 723–736.
- Guest, P. S. und Davidson, K. L. (1991). The Aerodynamic Roughness of Different Types of Sea Ice. *J. Geophys. Res.*, **96**(C3), 4709–4721.
- Haas, C. (1997). Bestimmung der Meereisdicke mit seismischen und elektromagnetisch-induktiven Verfahren. *Berichte zur Polar- und Meeresforschung*, **223**.

- Haas, C. (1998). Evaluation of ship-based electromagnetic-inductive thickness measurements of summer sea-ice in the Bellingshausen and Amundsen Seas, Antarctica. *Cold Reg. Sci. Technol.*, **27**(1), 1–16.
- Haas, C. (2003). Dynamics versus Thermodynamics: The Sea Ice Thickness Distribution. In D. N. Thomas und G. S. Dieckmann, Herausgeber, *Sea Ice. An Introduction to its Physics, Chemistry, Biology and Geology*. Blackwell Science, Oxford.
- Haas, C., Gerland, S., Eicken, H., und Miller, H. (1997). Comparison of sea-ice thickness measurements under summer and winter conditions in the Arctic using a small electromagnetic induction device. *Geophysics*, **62**(3), 749–757.
- Hand, D. J. (1981). *Discrimination and Classification*. Wiley, Chichester.
- Hibler, W. D. (1972). Removal of Aircraft Altitude Variation from Laser Profiles of the Arctic ice pack. *J. Geophys. Res.*, **77**(36), 7190–7195.
- Hibler, W. D., Weeks, W. F., und Mock, S. J. (1972). Statistical aspects of sea-ice ridge distributions. *J. Geophys. Res.*, **77**, 5954–5970.
- Holladay, J. S., Lo, B., und Prinsenber, S. K. (1997). Bird orientation effects in quantitative airborne electromagnetic interpretation of pack ice thickness sounding. In *Oceans '97. MTS/IEEE Conference Proceedings*, Band 2, S. 1114–1119.
- Hughes, B. A. (1991). On the use of lognormal statistics to simulate one- and two-dimensional under-ice draft profiles. *J. Geophys. Res.*, **96**(C12), 22101–22111.
- IRIS (2003). *Iris 2003 data report*. Ice Ridging Information for Decision Making in Shipping Operations, http://www.awi.de/fileadmin/user_upload/Research/Research_Divisions/Climate_Sciences/Sea_Ice_Physics/IRIS/DataReport_IRIS2003.pdf.
- Kaufman, L. und Rousseeuw, P. J. (1990). *Finding Groups in Data*. John Wiley, New York.
- Key, J. und McLaren, A. S. (1991). Fractal nature of the sea ice draft profile. *Geophys. Res. Lett.*, **18**(8), 1437–1440.
- Kovacs, A., Valleau, N. C., und Holladay, J. S. (1987). Airborne electromagnetic sounding of sea ice thickness and subice bathymetry. *Cold Reg. Sci. Tech.*, **14**, 289–311.
- Kovacs, A., Holladay, J. S., und Bergeron, C. J. (1995). The footprint/altitude ratio for helicopter electromagnetic sounding of sea-ice thickness: Comparison of theoretical and field estimates. *Geophysics*, **60**(2), 374–380.
- Krzanowski, W. J. (1993). *Principles of Multivariate Analysis*. Clarendon Press, Oxford.
- Kwok, R. und Cunningham, G. F. (1994). Backscatter characteristics of the winter ice cover in the Beaufort Sea. *J. Geophys. Res.*, **99**(C4), 7787–7802.

- Lachenbruch, P. A. (1975). *Discriminant Analysis*. Hafner Press, New York.
- Lau, K.-M. und Weng, H. (1995). Climate Signal Detection Using Wavelet Transform: How To Make a Time Series Sing. *Bull. Am. Meteorol. Soc.*, **76**(12).
- Lensu, M. (2003). *The evolution of ridged ice fields*. Doktorarbeit, Technische Universität Helsinki.
- Leppäranta, M., Lewis, J. E., und Granberg, H. B. (1990). The occurrence and size of ridges in the Baltic Sea. In *Proceedings of the 10th IAHR Ice Symposium*, Band 1, S. 314–323, Espoo, Finland.
- Lewis, J. E., Leppäranta, M., und Granberg, J. B. (1993). Statistical properties of sea ice surface topography in the Baltic sea. *Tellus*, **45A**(2), 127–142.
- Lieser, J. L. (2005). Sea ice conditions in Fram Strait in July/August 2004. *Reports on Polar and Marine Research*, **504**.
- Lindsay, R. W., Percival, D. B., und Rothrock, D. A. (1996). The Discrete Wavelet Transform and the Scale Analysis of the Surface Properties of Sea Ice. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, **34**(3), 771–787.
- Lubin, D. und Massom, R. (2006). *Polar Remote Sensing*. Springer.
- Lytle, V. I. und Ackley, S. F. (1991). Sea Ice Ridging in the Eastern Weddell Sea. *J. Geophys. Res.*, **96**(C10), 18411–18416.
- Manninen, A. T. (1997). Surface roughness of Baltic sea ice. *J. Geophys. Res.*, **102**(C1), 1119–1139.
- Mock, S. J., Hartwell, A. D., und Hibler, W. D. (1972). Spatial aspects of pressure ridge statistics. *J. Geophys. Res.*, **77**(30), 5945–5953.
- Paterson, W. S. B. (1994). *The physics of glaciers*. Butterworth-Heinemann, Oxford.
- Peitgen, H.-O. und Saupe, D., Herausgeber (1988). *The Science of Fractal Images*. Springer, New York.
- Percival, D. B. und Walden, A. T. (2000). *Wavelet Methods for Time Series Analysis*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., und Flannery, B. P. (1992). *Numerical Recipes in C*. University of Cambridge, Cambridge, 2 edition.
- Reid, J. E., Pfaffling, A., und Vrbancich, J. (2006). Airborne electromagnetic footprints in 1D earths. *Geophysics*, **71**(2), G63–G72.
- Riegl (2005). Riegl Laser Measurement Systems GmbH, <http://www.riegl.com>.
- Rothrock, D. A. und Thorndike, A. S. (1980). Geometric properties of the Underside of Sea Ice. *J. Geophys. Res.*, **85**(C7), 3955–3963.
- Saldern, C. v., Haas, C., und Dierking, W. (2006). Parameterisation of Arctic sea ice surface roughness for application in ice type classification. *Ann. Glaciol.*, **44**. im Druck.

- Sayles, R. S. und Thomas, T. R. (1978). Surface topography as a nonstationary random process. *Nature*, **271**(5644), 431–434.
- Schauer, U. und Kattner, G. (2004). The expedition ARKTIS XIX/1 a, b and XIX/2 of the research vessel Polarstern in 2003. *Reports on Polar and Marine Research*, **481**.
- Schönwiese, C. D. (1985). *Praktische Statistik*. Gebr. Borntraeger, Berlin.
- Shepard, M. K., Campbell, B. A., Bulmer, M. H., Farr, T. G., Gaddis, L. R., und Plaut, J. J. (2001). The roughness of natural terrain: A planetary and remote sensing perspective. *J. Geophys. Res.*, **106**(E12), 32777–32795.
- Similä, M., Leppäranta, M., Granberg, H. B., und Lewis, J. E. (1992). The relation between SAR imagery and regional sea ice ridging characteristics from BEPERS-88. *Int. J. Remote Sensing*, **13**(13), 2415–2432.
- Sokal, R. R. und Michener, C. D. (1958). A statistical method for evaluating systematic relationships. *The University of Kansas Science Bulletin*, **38**, 1409–1438.
- Torrence, C. und Compo, G. P. (1998). A Practical Guide to Wavelet Analysis. *Bull. Am. Meteorol. Soc.*, **79**(1), 61–78.
- Wadhams, P. (1980). A comparison of sonar and laser profiles along corresponding tracks in the Arctic Ocean. In R. S. Pritchard, Herausgeber, *Sea ice processes and models*, S. 283–299. University of Washington Press.
- Wadhams, P. und Davy, T. (1986). On the Spacing and Draft Distribution for Pressure Ridge Keels. *J. Geophys. Res.*, **91**(C9), 10697–10708.
- Wadhams, P., Tucker, W. B., Krabill, W. B., Swift, R. N., Comiso, J. C., und Davis, N. R. (1992). Relationship Between Sea Ice Freeboard and Draft in the Arctic Basin, and Implications for Ice Thickness Monitoring. *J. Geophys. Res.*, **97**(C12), 20325–20344.
- WMO (1989). WMO sea-ice nomenclature. WMO publications 259, supplement 5, World Meteorological Organization, Geneva.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit wurde im Rahmen der EU-Projekte IRIS (Ice Ridging Information for Decision Making in Shipping Operations) und SITHOS (Sea Ice Thickness Observation System) am Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung durchgeführt.

Zuerst möchte ich mich ganz herzlich bei Herrn Prof. Dr. P. Lemke für die Betreuung und Begutachtung der Arbeit bedanken sowie für die Möglichkeit, an der Expedition ARK XX teilzunehmen.

Herrn Prof. Dr. G. Lohmann danke ich für die freundliche Übernahme des Zweitgutachtens.

Ganz besonders möchte ich mich bei Wolfgang Dierking für die freundliche und intensive Betreuung bedanken. Seine fortwährende Diskussionsbereitschaft sowie seine wertvollen Anregungen trugen wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit bei.

Christian Haas danke ich ebenfalls recht herzlich für seine umfassende Betreuung und Unterstützung in allen Fragen zum Thema Meereis.

Für die Bereitstellung der Laser- und Eisdickendaten möchte ich den Teilnehmern der Messkampagnen ARK XIX, ARK XX, GreenICE 2004 und IRIS 2003 danken.

Bei meinen Kollegen aus dem Haus F, und besonders der Arbeitsgruppe Meereisphysik bedanke ich mich für die gute Zusammenarbeit und das freundliche Arbeitsklima. Die gemeinsamen Mensabesuche, Bahnfahrten und Kaffeerunden sorgten neben der Wissenschaft dafür, dass ich mich im Institut schnell sehr wohl gefühlt habe. Meinem Zimmerkollegen Marcel Nicolaus danke ich besonders für seine Hilfsbereitschaft sowie für die Durchsicht des Manuskriptes und Unterstützung in allen Fragen zu Latex.

Meinen Eltern danke ich dafür, dass sie mir durch ihre jahrelange Unterstützung mein Studium und die Dissertation ermöglicht haben.

Schließlich möchte ich Andreas Nawroth danken, der mich während der gesamten Promotion stets geduldig und verständnisvoll unterstützt hat, wertvolle Anregungen lieferte und bei der Korrektur der Arbeit half.