

Wirkung von Wasserschmierschichten am Untergrund dieses Gletschers denken, die durch Ablationsvorgänge entstehen. Diesem Problem wird während der Spitzbergenexpedition 1964/65 des NKG der DDR besondere Aufmerksamkeit gewidmet; denn diese Unternehmung hat es sich zum Ziel gesetzt, durch ganzjährige intensive Messungen einen Beitrag zur Kenntnis der Mechanik blockbewegter arktischer Gletscher zu liefern [9].

#### Literatur:

- 1) Pillewizer, W.: „Deutsche Spitzbergenexpedition 1962“. *Pet. Geogr. Mitt.* 1962, H. 4.
- 2) Stange, L.: „Die geodätischen Arbeiten der deutschen Spitzbergenexpedition 1962“ *Vermessungstechnik* 11, 1963, H. 6.
- 3) Töppler, J.: „Mit dem Phototheodolit in Spitzbergen“. *Vermessungstechnik* 12, 1964, H. 6.
- 4) Voigt, U.: „Die Bewegung der Gletscherzunge des Kongsvegen (Kingsbay, Westspitzbergen)“. *Pet. Mitt.* 1965, H. 1.
- 5) Karbaum, H. und Mitarbeiter: „Hydrometeorologische Arbeiten am mittleren Lovéngletscher in der Kingsbay“. *Veröffentlichungen des NKG der DDR* 1965.
- 6) Herz, K.: „Ergebnisse mikromorphologischer Untersuchungen im Kingsbay-Gebiet (Westspitzbergen)“. *Pet. Mitt.* 1964, H. 1/2.
- 7) Pillewizer, W.: „Die kartographischen und gletscherkundlichen Ergebnisse der deutschen Spitzbergen-Expedition 1938“. *Pet. Mitt. Erg. H. Nr.* 238, 1939.
- 8) Wilhelm, F.: „Die glaziologischen Ergebnisse der Spitzbergenrundfahrt der Sektion Amberg des Deutschen Alpenvereins“. *Mitt. Geogr. Ges. München*, 1961.
- 9) Pillewizer, W.: „Deutsche Spitzbergen-Expedition 1964/65“. *Pet. Mitt.* 1964, H. 3.

## Untersuchungen über die Elastizitätskonstanten von See- und Kunsteis

Von B. Brockamp und H. Querfurth \*

**Abstract:** Ultrasonic measurements (2 MHz and 12 MHz) of the elastic waves on lake ice show a temperature dependence of the longitudinal bulk wave as well as the shear waves and, moreover, an elastic transversal anisotropy of the lake ice. The five elastic constants of the hexagonal ice are calculated from the velocities. Further determinations on artificial ice plates show that the velocity depends on the rate of the thickness of the plate and wave length. — Moreover this treatise discusses problems of measurements in longitudinal plate waves and two species of shear waves as well as surface waves (flexural waves) on the ice of lakes.

Zur Erfassung der elastischen Größen von Eis wird in Verfolg älterer eisseismischer Arbeiten auf Gletschern, Inlandeis und Seen sowie von Laboratoriumsuntersuchungen nachstehend über neuere Untersuchungen aus diesem Arbeitsgebiet des Institutes für Reine und Angewandte Geophysik der Universität Münster berichtet und zwar zuerst über die Untersuchungen im Laboratorium, danach über die zeitlich früher liegenden Beobachtungen auf den Eisdecken von Seen in der Nähe von Münster.

#### Ultraschallmessungen im Labor

Die dem See gerichtet entnommenen Proben wurden in verschiedenen Richtungen in dem Temperaturbereich von 0 °C bis -20 °C durchschallt. Die Ultraschallmes-

sungen erstreckten sich auf die longitudinale und transversale Vollraumwelle in den beiden Richtungen horizontal und vertikal zur Seeoberfläche. Bestimmt wurden:

#### A. Longitudinalwellen

- I. die Geschwindigkeit der Vollraumkompressionswelle, welche die Probe in der Richtung vertikal zur Seeoberfläche durchläuft (PV);
- II. die Geschwindigkeit der senkrecht zu der PV-Welle durch die Probe laufenden Kompressionswelle (PH);

#### B. Transversalwellen

- I. die Geschwindigkeit der Vollraum-scherungswelle, welche die Probe in der Richtung vertikal zur Seeoberfläche durchläuft und deren Schwingungsebene parallel zur Wasseroberfläche liegt (SV);
- II. die Geschwindigkeit der SH-Welle (der PH-Welle entsprechend) in ihren beiden Komponenten SHH und SHV. Die Schwingungsebene der SHH-Welle liegt parallel zur Wasseroberfläche, die der SHV-Welle steht senkrecht darauf. Die SHV-Welle hat dieselbe Geschwindigkeit wie die SV-Welle.

\*) Prof. Dr. B. Brockamp, 44 Münster (Westf.), Steinfurter Straße 107  
Horst Querfurth, 44 Münster, Steinfurter Straße 107

Bei einer konstanten Temperatur von  $-20,5^{\circ}\text{C}$  wurde außerdem noch für verschiedene Winkel zwischen der horizontalen und vertikalen Richtung die Geschwindigkeit der Kompressionswelle bestimmt. Die Geschwindigkeit hat ein Minimum bei etwa  $40^{\circ}$  gegen die Horizontale (Abb. 1)

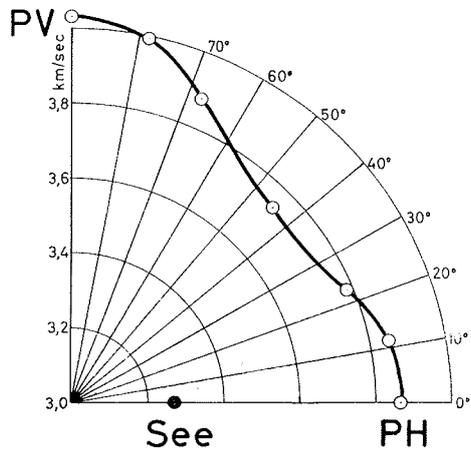


Abb. 1  
Verteilung der Geschwindigkeit der Vollraumkompressionswelle in dem Winkelbereich zwischen der Horizontalen und Vertikalen  
Distribution of the longitudinal wave within the horizontal and vertical range of angle

Die Messungen wurden mit einem Impuls-Schall-Gerät der Firma Krautkrämer durchgeführt; benutzt wurden für die Anregung der Kompressionswelle Bariumtitanatgeber

von 2 MHz und 12 MHz, für die Anregung der Transversalwelle dagegen Quarzschwinger von 2 MHz.

Auf dem Schirmbild wurden der erste Einsatz und die erste Reflexion (die Impulse haben die Probe dann einmal bzw. dreimal durchlaufen) beobachtet und für die Auswertung die Zeitdifferenz zwischen dem ersten Einsatz und der Reflexion benutzt. Die Laufzeit der Impulse konnte so unabhängig vom Nullpunkt der Skala bestimmt werden; die absoluten Laufzeiten wurden durch Vergleich der Laufzeit in der Probe mit der Laufzeit in einer Flüssigkeit bekannter Schallgeschwindigkeit gewonnen (Interferometer).

Die Geschwindigkeiten der Kompressionswelle und der Transversalwelle in den beiden Richtungen horizontal und vertikal in Abhängigkeit von der Temperatur zeigen Abb. 2, 2a und 3.

Die Temperaturangaben sind genauer als  $\pm 0,1^{\circ}\text{C}$ ; die Geschwindigkeitsangaben sind für die P-Wellen auf  $\pm 5,3\text{ m/s}$  (PV) bzw.  $\pm 3,4\text{ m/s}$  (PH) und für die S-Wellen auf  $\pm 4,4\text{ m/s}$  (SV) bzw.  $\pm 3,6\text{ m/s}$  (SHH) genau.

Die Geschwindigkeiten und Geschwindigkeitsänderungen sind in Tab. 1 zusammengestellt.

Tabelle 1. Geschwindigkeit der elastischen Wellen in Abhängigkeit von der Temperatur  
Velocity of the elastic waves versus temperature.

t °C	Vollraumgeschwindigkeiten [km/sec]							
	PV	$\Delta\text{PV}/^{\circ}\text{C}$	PH	$\Delta\text{PH}/^{\circ}\text{C}$	SV	$\Delta\text{SV}/^{\circ}\text{C}$	SHH	$\Delta\text{SHH}/^{\circ}\text{C}$
-20	4,031	0,0018	3,867	0,0026	1,829	0,0012	1,950	0,0010
-15	4,022	0,0018	3,854	0,0028	1,828	0,0014	1,945	0,0012
-10	4,013	0,0018	3,840	0,0028	1,816	0,0018	1,939	0,0014
-5	4,004	0,0010	3,826	0,0030	1,807	0,0030	1,932	0,0030
-4	4,003	0,0020	3,823	0,0030	1,804	0,0020	1,929	0,0020
-3	4,001	0,0020	3,820	0,0030	1,802	0,0030	1,927	0,0030
-2	3,999	0,0010	3,817	0,0030	1,799	0,0060	1,924	0,0040
-1	3,998	0,0025	3,814	0,0037	1,798	—	1,920	—
-0,2	3,996	0,6650	3,811	0,415	—	—	—	—
0	3,863*)	—	3,728)	—	—	—	—	—

\* Die niedrigsten gemessenen Werte (s. Abb. 1)

Die Geschwindigkeit der Transversalwelle konnte bisher aus messtechnischen Gründen nicht näher am Schmelzpunkt des Eises als bei  $-1^{\circ}\text{C}$  bestimmt werden

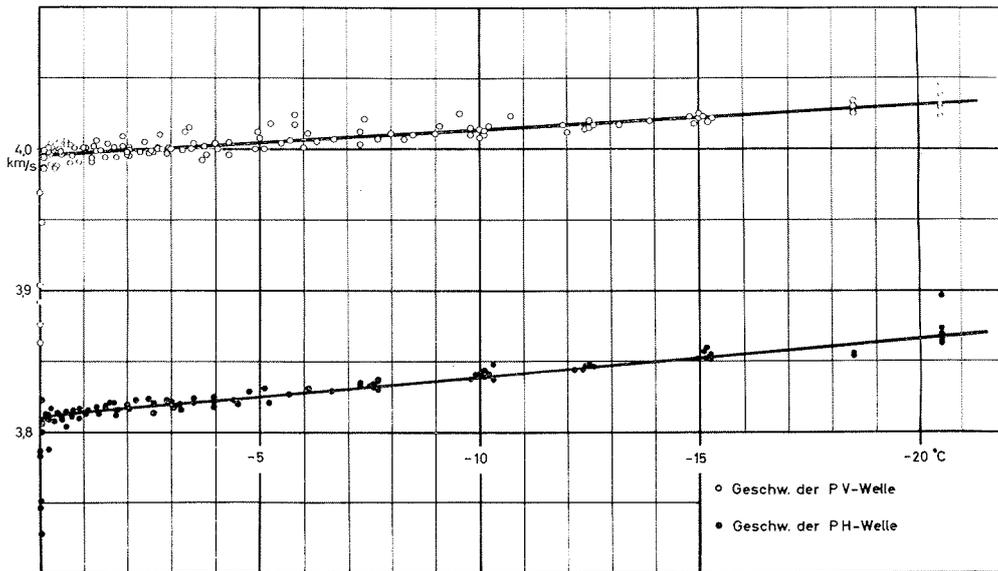


Abb. 2: Geschwindigkeit der Kompressionswelle in Abhängigkeit von der Temperatur (oben: Geschwindigkeit der PV-Welle; unten: Geschwindigkeit der PH-Welle)  
 Longitudinal bulk wave velocity versus ice temperature (above: Velocity of PV-Wave; below: Velocity of PH-Wave)

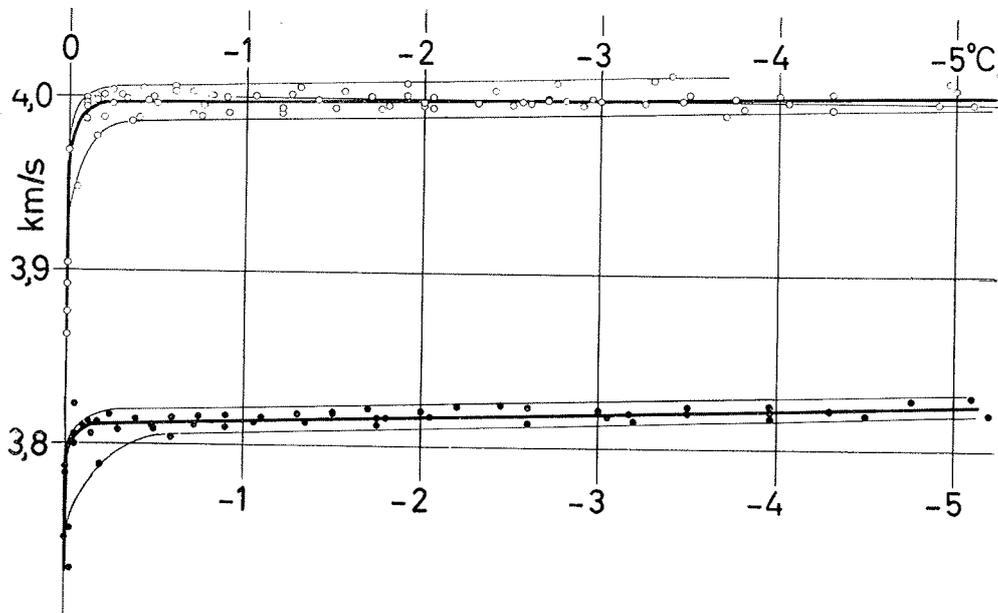


Abb. 2a: Geschwindigkeit der Transversalwellen in Abhängigkeit von der Temperatur  
 Shear wave velocity versus ice temperature

Das Auftreten verschiedenartiger Wellen mit unterschiedlicher Geschwindigkeit ergibt, daß das untersuchte See-Eis elastisch anisotrop ist. Die Anisotropie des Eisés ist

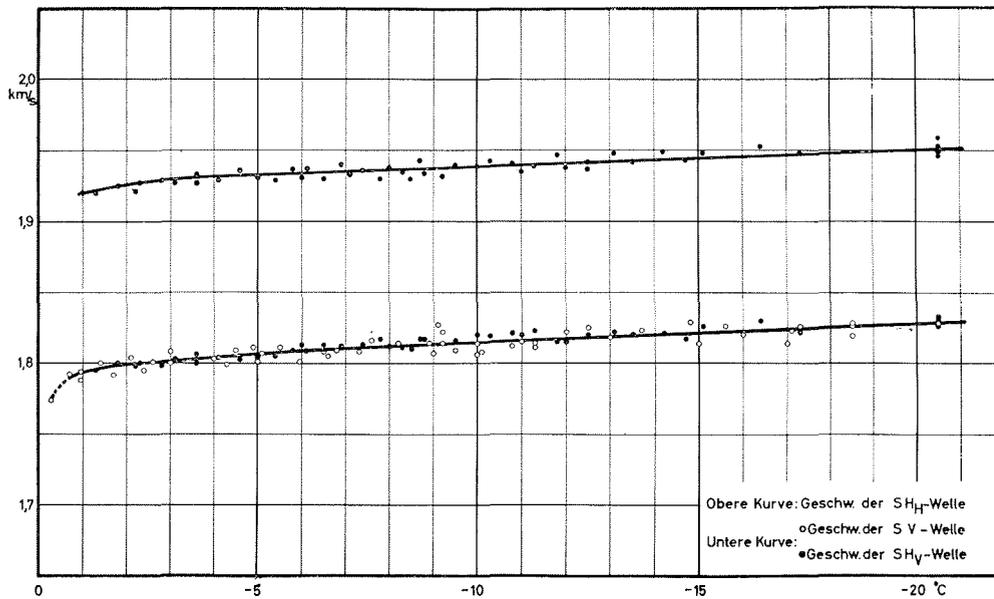


Abb. 3: Geschwindigkeit der Transversalwellen in Abhängigkeit von der Temperatur  
Shear wave velocity versus ice temperature

dadurch bedingt, daß die Eiskristalle mit ihrer c-Achse (der Achse der größten Schallgeschwindigkeit) bevorzugt in der Richtung senkrecht zur Abkühlungsfläche (der Wasseroberfläche) wachsen.

Weitere Untersuchungen im Labor erstreckten sich auf plattenförmige Eisproben, um die Geschwindigkeit der Kompressionswelle in Abhängigkeit von der Frequenz  $\nu$  der Ultraschallimpulse und der Plattendicke  $H$ , also von dem Verhältnis  $\nu \cdot H = c \cdot H / \Lambda$  zu erfassen. ( $c$  = Wellengeschwindigkeit,  $\Lambda$  = Wellenlänge)

Die Platten für diese Messungen wurden durch Gefrieren von Leitungswasser bei  $-20^\circ\text{C}$  in Plastikschalen gewonnen. Dieser Gefriervorgang verläuft schnell im Vergleich zu der Bildung von See-Eis; es wird so ein isotropes Eis gewonnen.

Bei diesen Untersuchungen wurden sowohl die Meßfrequenz (0,05 MHz—12 MHz) als auch die Plattendicke (3,5 mm—66 mm) variiert. Dadurch war es möglich, den gesamten Geschwindigkeitsbereich von der Plattenwelle (bei dünnen Platten und niedrigen Frequenzen) bis zu der Vollraumkompressionswelle (bei dicken Platten und hohen Frequenzen) für dieses Eis zu erfassen. (Abb. 4)

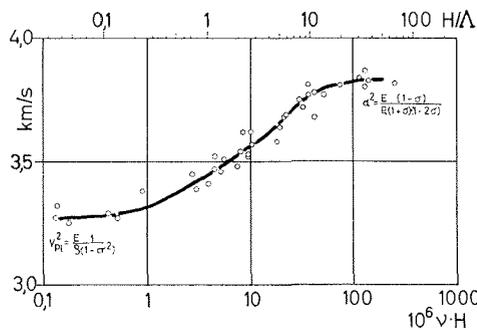


Abb. 4: Geschwindigkeit der Kompressionswelle in Abhängigkeit von dem Verhältnis Schichtdicke  $H$  zu Wellenlänge  $\Lambda$

$$(\nu \cdot H = c \cdot H / \Lambda)$$

Velocity of the longitudinal wave depending on the rate of plate thickness versus wave length.

Die Bestimmung der Geschwindigkeit der Transversalwelle für verschiedene Plattendicken bei 2 MHz ergab 1,85 km/s für tauendes Eis.

Tabelle 2

Plattendicke [mm]	$H/\Lambda$	Geschwindigkeit [km/sec]
5	5,4	1,85
16	17,3	1,84
17	18,4	1,85
66	71	1,86

Schon vor den Ultraschalluntersuchungen an See-Eisproben wurden 1953, 1954, 1955 und 1963 die Geschwindigkeiten der elastischen Wellen in Eisdecken von Seen bestimmt. Die Auswertung von Perioden, Amplituden etc. fußt auf Registrierungen verschiedener Jahre, da die in den einzelnen Epochen benutzten Apparaturen mit unterschiedlicher Vergrößerung in den einzelnen Frequenz-

bereichen arbeiteten. Der Abriß beruht auf der Aufzeichnung eines neben dem Schlag-(Schuß-)punkt stehenden Geophons.

Abb. 5 zeigt ein 3-Komponentenseismogramm, in dem einzelne, sich hervorhebende Einsätze resp. Wellengruppen mit: 1. Pl, 2. SHH, 3. SHV, 4. W, 5. B gekennzeichnet sind.

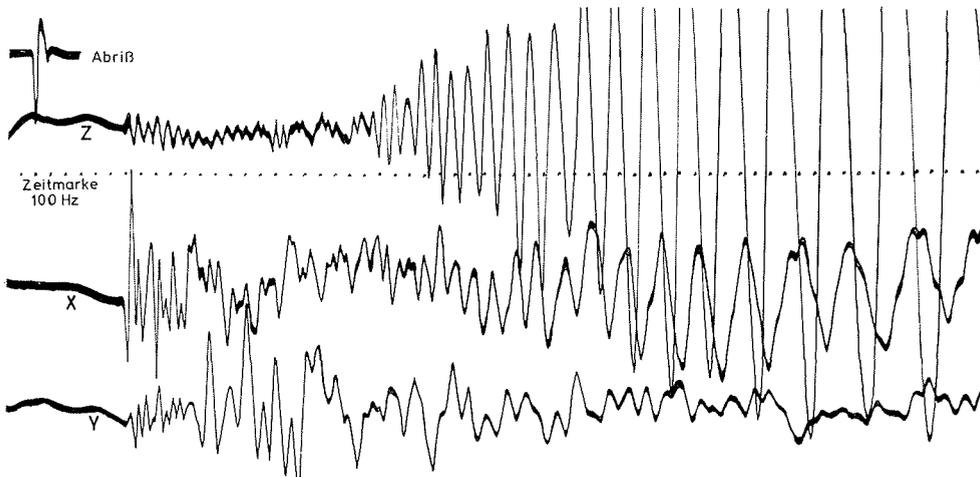


Abb. 5. Seismogramm: Steiner See  $\Delta = 200$  m Record: Lake Steiner  $\Delta = 200$  m

Die Bewegung der Pl-Welle findet vor allem in der X-Richtung, der Richtung Schlagpunkt-Station, statt. In der Mittelebene der Platte tritt eine reine Kompressions-Dilatationsbewegung auf, während für die übrige Platte, insbesondere ihre beiden Grenzflächen, auch geringe Verschiebungen in der Vertikalen (Z) vorhanden sind. (Abb. 6)

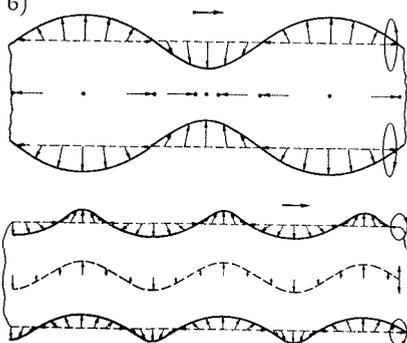


Abb. 6. Schwingungsbild und Verschiebungen der Plattengrenzflächen bei der Plattenwelle (oben) und der Biegewelle (unten)

Oscillation and displacement of the plate boundary planes by the longitudinal plate wave (above) and flexural wave (below)

Die Frequenz des Einsatzes der Pl-Welle ist sehr hoch, bis zu 300 Hz.

Eine Abnahme der Frequenz mit der Entfernung ist gut bei den Schwarzpulverschüssen zu beobachten. (Abb. 7)

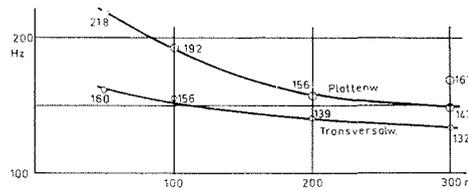


Abb. 7. Abnahme der Frequenz der Plattenwelle und Transversalwelle mit der Entfernung bei Schwarzpulverschüssen auf dem Steiner See 1954

Variation of frequency with distance for longitudinal plate waves and shear waves (Lake Steiner 1954)

Die mit Pl bezeichnete Welle entspricht in ihrer Geschwindigkeit (3,26 km/s) der an dünnen Kunsteisplatten mit relativ niedrigen Ultraschallfrequenzen beobachteten Plattenwelle.

( $V_{Pl} = 3,26 \text{ km/s}$   $\Lambda \cong 10 \text{ m}$   $H/\Lambda \cong 0,04$ )  
 Die Schwingungsrichtung der Einsätze SHH und SHV ist senkrecht zu der der Plattenwelle und senkrecht zueinander. Die Einsätze SHH können hauptsächlich in der Y-Komponente, der senkrecht zu der Verbindungslinie Schlagpunkt - Station schwingenden Horizontalkomponente, die Einsätze SHV dagegen in der Vertikalkomponente beobachtet werden.

Die Periode der Einsätze ist niedriger als die von Pl und liegt im Mittel bei  $\nu = 100 \text{ Hz}$  ( $60 \text{ Hz} \leq \nu \leq 160 \text{ Hz}$ )

Der Einsatz SHV trifft zeitlich nach SHH ein; die Zeitdifferenz wächst mit der Entfernung.

Die Wellen SHH und SHV entsprechen in ihrer Ausbreitungs- und Schwingungsrichtung den von den Ultraschalluntersuchungen her bekannten Wellen.

Pl, SHH und SHV sind bis in die größten Beobachtungsentfernungen zu verfolgen und gestatten die Aufstellung von Laufzeitkurven, die durch den Nullpunkt der Zeitskala gehen. Einzelheiten über die ermittelten Geschwindigkeiten bringt Tab. 3:

Tabelle 3. Zusammenstellung der Geschwindigkeitsmessungen von elastischen Wellen auf Seen.

List of velocity measurements of elastic waves on lakes.

Jahr	Meßgebiet	Geschwindigkeit velocity [km/sec]			Eistemp. [t°C]	Eisdicke thickness of ice [cm]	Frequenz- verhältnis $V_{Pl}/V_s$	Geschwindig- keitsverhältn. $C_{Pl}/C_s$
		Pl	SHH	SHV				
1953	Steiner See	3,27	1,88			4-10	1,5-2,4	1,79
1954	Steiner See	3,40	1,81			> 20	1,1-1,4	1,89
1954	Dümmer See	3,45	1,88			40	1,3	1,88
1955	Steiner See	3,27	1,83			~40	1,0-1,7	1,79
1968	Steiner See	3,260	1,829	1,730	- 2	28-48	1,8-2,6	1,78/1,88

Beobachter	Jahr	Geschwindigkeit der longitudinalen Plattenwelle in km/s	
R. Köhler	1929	3,20	
M. Ewing A. P. Crary A. M. Thorne	1934	3,29	3,43
G. Hellbardt	1955		3,41

Die Tab. 3 läßt erkennen, daß es sich bei allen Beobachtungen um zwei verschiedene Geschwindigkeiten zu handeln scheint, die je nach den Eisverhältnissen beobachtet werden. Aus der Beziehung zwischen den elastischen Konstanten (s. Tab. 4 und 5) und der Geschwindigkeit der longitudinalen Plattenwelle folgt, daß diese bei horizontaler Lagerung der c-Achse um den Faktor 1,06 größer wird, wodurch die relativ hohen Geschwindigkeiten bei einigen Beobachtun-

gen erklärt werden könnten. Eine horizontale Lagerung der c-Achse kann bei starkem Wind oder starker Strömung rein oder vermischt auftreten.

Die Welle W ist an der Unterseite des Eises im Wasser gelaufen und wird hier nicht weiter diskutiert.

Außer den Plattenwellen und den beiden SH-Wellen verschiedener Schwingungsrichtung und Geschwindigkeit konnte auf dem Eis des Sees eine Oberflächenwelle als eine

das Seismogramm beherrschende Wellengruppe registriert werden, die bei den besonderen Dimensionen der Eisdecke den Charakter einer Biegewelle zeigt. Sie beginnt je nach benutzter Apparatur mit kleinamplitudigen Schwingungen sehr hoher Frequenz (450 Hz), wächst zu großamplitudigen Schwingungen niedrigerer Frequenz, um mit Schwingungen zwischen 10 Hz und 5 Hz auszuklingen. Sie zeigt anomale Dispersion; die Gruppengeschwindigkeit ist größer als die Phasengeschwindigkeit.

Für die Registrierungen aus dem Jahre 1963 wurde die Dispersionskurve für die Gruppengeschwindigkeit  $U$  der Biegewellen für Frequenzen zwischen 17 Hz und 280 Hz ausgewertet und mit theoretischen Kurven nach F. Press und M. Ewing verglichen; für die Phasengeschwindigkeit  $c$  von Biegewellen in einer schwimmenden isotropen Eisplatte gilt:

$$\frac{c^2}{\beta^2} = \frac{8 \rho (kH)^3 (1 - \beta^2/a^2)}{3 \rho_1 (1 + 2 kH\rho/\rho_1)}$$

$c$  = Phasengeschwindigkeit der Biegewellen;  
 $k = 2\pi/\lambda$  ( $\lambda$  = Wellenlänge);  $2H$  = Eisdicke;  $\rho$  = Dichte des Eises;  $\rho_1$  = Dichte des Wassers;  $a$  = Geschwindigkeit der Kompressionswelle im Eis (Vollraum);  $\beta$  = Geschwindigkeit der Transversalwelle im Eis (Vollraum)

Die Gruppengeschwindigkeit  $U$  ist dann

$$U = c + k \frac{dc}{dk}$$

Für die vorliegenden Verhältnisse erhält man die beiden Formeln

$$c = 6,48 \frac{(kh)^3}{1 + 1,82 kh} \quad U = c \left( 2,5 - \frac{0,91 kh}{1 + 1,82 kh} \right)$$

Nach diesen Formeln wurden Kurven für zwei verschiedene Eisdicken (35 cm und 40 cm) berechnet, zwischen die sich die gemessene Dispersionskurve für die Frequenzen 17 Hz bis 120 Hz gut einpassen läßt (Abb. 8). Die abgeleitete Eismächtigkeit stimmt mit der gemessenen Eisdicke überein. Für Frequenzen  $\nu > 120$  Hz weichen theoretische und Meßkurve voneinander ab.

Versuche, mit umlaufenden exzentrischen Massen eine Resonanzkurve der Eisdecke aufzunehmen, führten zu keinem befriedi-

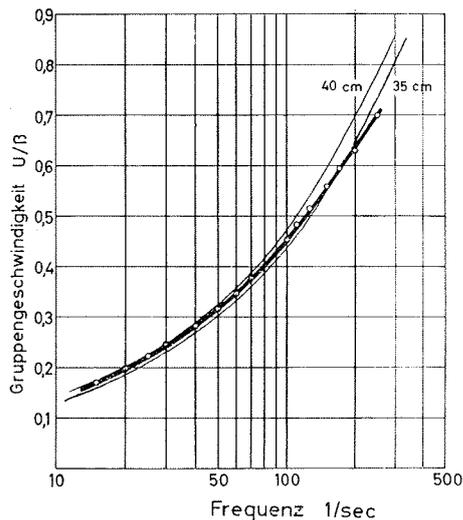


Abb. 8. Vergleich von gemessener Dispersionskurve der Biegewellen (Gruppengeschwindigkeit) mit zwei für verschiedene Eismächtigkeit berechneten Kurven

Comparison of observed and theoretical dispersion curve of flexural waves (group velocity)

genden Ergebnis. Die Versuche sollen aber mit einer verbesserten Versuchsanordnung fortgesetzt werden.

#### Die elastischen Konstanten des Eises

Die Geschwindigkeitsmessungen an den verschiedenartigen Eisproben, deren Dichte bei  $0^\circ\text{C}$  zu  $\rho_0 = 0,915 \text{ g/cm}^3$  und bei  $-20,5^\circ\text{C}$  zu  $\rho_{20,5} = 0,917 \text{ g/cm}^3$  bestimmt wurde, erlauben, die elastischen Konstanten zu berechnen.

Das elastische Verhalten des anisotropen See-Eises wird durch fünf Konstanten beschrieben, die mit  $c_{11}$   $c_{12}$   $c_{13}$   $c_{33}$   $c_{44}$  bezeichnet werden. Zwischen ihnen und den gemessenen Geschwindigkeiten bestehen folgende Beziehungen:

$$c_{11} = \alpha_{PH}^2 \rho \quad c_{44} = \beta_{SV}^2 \rho$$

$$c_{33} = \alpha_{PV}^2 \rho \quad 1/2 (c_{11} - c_{12}) = \beta_{SHH}^2 \rho$$

Die fünfte elastische Konstante  $c_{13}$  wurde aus der Geschwindigkeitsmessung unter einem Winkel von  $45^\circ$  zur  $c_{33}$  Achse (Abb. 3) und den vorstehend berechneten Konstanten bestimmt.

$$C_{13} = \left\{ \left[ 2 \rho V_{450}^2 - \frac{1}{2} (C_{11} + C_{33} + 2C_{44}) \right]^2 - \left[ \frac{1}{2} (C_{11} - C_{33}) \right]^2 \right\}^{1/2} - C_{44}$$

Die elastischen Konstanten sind, da sowohl die Geschwindigkeit als auch die Dichte temperaturabhängig sind, ebenfalls von der Temperatur abhängig, wobei die Dichte nur eine sehr kleine Änderung aufweist. Tabelle 4 bringt die Werte der elastischen Konstanten in Abhängigkeit von der Temperatur:

Tabelle 4. Die elastischen Konstanten des See-Eises in Abhängigkeit von der Temperatur.

The elastic constants of lake ice versus temperature.

t °C	elastische Konstanten 10 <sup>10</sup> dyn/cm <sup>2</sup>								C <sub>13</sub>
	C	Δ C <sub>11</sub> /°C	C <sub>33</sub>	Δ C <sub>33</sub> /°C	C <sub>44</sub>	Δ C <sub>44</sub> /°C	C <sub>66</sub>	Δ C <sub>66</sub> /°C	
0	12,73	5,6	13,63	9,9					
0,1	13,29	0,02	14,62	0,02					
0,5	13,30	0,02	14,63	0,02	2,94	0,02	3,37	0,01	
1	13,31	0,02	14,64	0,01	2,97	0,01	3,40	0,01	
3	13,36	0,02	14,66	0,02	2,98	0,01	3,42	0,01	
5	13,40	0,02	14,69	0,02	3,00	0,01	3,44	—	
7,5	13,45	0,02	14,73	0,01	3,02	—	3,45	—	
10	13,51	0,02	14,76	0,02	3,04	0,01	3,47	—	5,19
15	13,61	0,02	14,84	0,02	3,07		3,48		
20,5	13,70		14,92						

Einen Vergleich der berechneten elastischen Konstanten mit den Werten anderer Autoren zeigt die folgende Tabelle:

Tabelle 5. Vergleich der gemessenen elastischen Konstanten des See-Eises mit den Werten anderer Autoren für Eiseinkristalle bei der Temperatur von -16 °C.

Comparison of the measured elastic constants of the lake ice with the results of other authors for ice single crystals for a temperature of -16 °C.

10 <sup>10</sup> dyn/cm <sup>2</sup>	Jona und Scherrer 15—18 MHz	Bass, Rossberg, Ziegler 5 - 50 kHz	Green und Mackinnon —	eigene Werte 2 u. 12 MHz
C <sub>11</sub>	13,85	13,3	13,33	13,63
C <sub>12</sub>	7,07	6,3	6,03	6,69
C <sub>13</sub>	5,81	4,6	5,08	—
C <sub>33</sub>	14,99	14,2	14,28	14,85
C <sub>44</sub>	3,19	3,06	3,26	3,04

Für das isotope Eis kann das elastische Verhalten durch E und m (Elastizitätsmodul und Poissonzahl) oder durch zwei andere elastische Konstanten, die sich aus diesen beiden berechnen lassen, beschrieben werden.

Die Messungen an plattenförmigen Proben aus polykristallinem Eis erlauben nun, aus je zwei Geschwindigkeitsmessungen (Plattenwelle 3,26 km/s — Kompressionswelle 3,80 km/s; Plattenwelle 3,26 km/s — Trans-

versalwelle 1,85 km/s; Kompressionswelle 3,80 km/s — Transversalwelle 1,85 km/s) ebenfalls die elastischen Konstanten zu bestimmen.

Die Mittelwerte sind für tauendes Eis (t = 0 °C)

$$E = 8,45 \cdot 10^{10} \text{ dyn/cm}^2$$

$$\mu = 3,11 \cdot 10^{10} \text{ dyn/cm}^2$$

$$\sigma = 0,35$$

Da das See-Eis elastisch anisotrop ist, sind sowohl E als auch  $\sigma$  richtungsunabhängig. Die Poissonzahlen (die Indizes H und V gelten für horizontal und vertikal) sind für die vorliegenden Untersuchungen nahezu unabhängig von der Temperatur. Der Wert von  $\sigma_V$  läßt eine geringe Abnahme

mit sinkender Temperatur erkennen

$$(\Delta \sigma_V = 0,0037 \text{ für } \Delta t = 20^\circ\text{C})$$

Der Wert von  $\sigma_H$  dagegen zeigt bis  $-5^\circ\text{C}$  ebenfalls eine geringe Abnahme

$$(\Delta \sigma_H = 0,0013 \text{ für } -1^\circ\text{C} \geq t \geq -5^\circ\text{C})$$

steigt dann aber wieder um  $m \Delta = 0,004$  an.

Ergebnisse älterer Arbeiten (Alpen und Grönland)

$\sigma_H$	$\sigma_V$	Alpen $0^\circ\text{C}$	Winterhaus $-6^\circ\text{C}$	Wegener km 120 $-16^\circ\text{C}$
0,33	0,37	0,363	0,358	0,365

Die Werte der temperaturabhängigen E-Moduln sind in Tab. 6 zusammengestellt:

Tabelle 6. Zusammenstellung der aus PH und SH<sub>H</sub> bzw. aus PV und SV berechneten Elastizitätsmoduln E<sub>H</sub> bzw. E<sub>V</sub> in Abhängigkeit von der Temperatur.

List of elastic moduli E<sub>H</sub> resp. E<sub>V</sub> calculated from the velocities PH and SH<sub>H</sub> resp. PV and SV versus temperature.

t °C	E <sub>H</sub>		E <sub>V</sub>		Ergebnisse älterer Arbeiten		$\mu_H$		$\mu_V$		Ergebnisse älterer Arbeiten	
	$\frac{\Delta E_H}{^\circ\text{C}}$	$\frac{\Delta E_H}{^\circ\text{C}}$	$\frac{\Delta E_V}{^\circ\text{C}}$	$\frac{\Delta E_V}{^\circ\text{C}}$	E	$\frac{\Delta E}{^\circ\text{C}}$	$\frac{\Delta \mu_H}{^\circ\text{C}}$	$\frac{\Delta \mu_H}{^\circ\text{C}}$	$\frac{\Delta \mu_V}{^\circ\text{C}}$	$\frac{\Delta \mu_V}{^\circ\text{C}}$	$\mu$	$\frac{\Delta \mu}{^\circ\text{C}}$
	*) $\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$	*) $\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$	*) $\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$	*) $\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$	*) $\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$	*) $\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$						
0	8,57	0,40	7,71	0,56			2,94		3,37		2,6	
-1	8,97	0,02	8,27	0,01	7,10	0,09	2,98	0,01	3,42	0,01		0,08
-5	9,04	0,01	8,30	0,01			2,99	0,01	3,43	0,01		
-6	9,05	0,01	8,30	0,02	7,60	0,07	3,02	0,01	3,45	0,01	2,8	
-10	9,10	0,01	8,36	0,01			3,06	0,01	3,47	—		0,02
-18	9,21	0,01	8,40	0,01	8,40		3,07	0,01	3,48	0,01	3,1	
-20	9,23	0,01	8,41	0,01								

\*) Die Werte der elastischen Konstanten sind mit  $10^{10}$  zu multiplizieren

## Ergänzung zur Arbeit Brockamp—Querfurth

nach Eingang der Korrekturen

In „Geophysical Prospecting“, Volume XII, Nr. 3, 1964, berichtet H. Militzer über interessante Untersuchungen auf 12 cm starkem See-Eis mittels periodischer und impulsförmiger Anregung der elastischen Wellen. U. a. gibt H. Militzer als Geschwindigkeit der Longitudinalwelle  $V_L = 2350$  m/sec und als Geschwindigkeit der Biegewellen  $v_B 1300$

m/sec an, gemessen bei Impulsbetrieb mit 2 KHz.

Hierzu ist zu bemerken, daß bei impulsförmiger Anregung mit 2 KHz auf 12 cm starkem Eis noch nicht die Geschwindigkeit der Vollraumwelle

$$(\lambda \approx 2 \text{ m}; V_L = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1-\sigma}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}})$$

sondern die der Plattenwelle

$$V_{PI} = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1}{1-\sigma^2}}$$

gemessen wird.

Die von H. Militzer aufgestellte Beziehung (2) lautet dann

$$\frac{V_B^2}{V_{PI}^2} = \frac{\pi f H}{\sqrt{3}} \text{ statt } \frac{V_B^2}{V_L^2} = \frac{\pi f H}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{1-2\sigma}{(1-\sigma)^2}}$$

(f = Frequenz; H = Eisdicke).

erlaubt also nicht die Bestimmung von  $\sigma$ . Die Geschwindigkeit der Vollraumwelle kann auf 12 cm starkem Eis mit Impulsen von etwa 1 MHz und höheren Frequenzen gemessen werden.

Die angegebene Geschwindigkeit von 2350 m/sec für die longitudinale Plattenwelle ist nach unseren Untersuchungen zu niedrig, worauf auch der niedrige Wert für den E-Modul ( $4,4 \cdot 10^{10}$  statt  $8 - 10 \cdot 10^{10}$  cgs.) zurückzuführen ist. Werte dieser Größenordnung sind unseres Wissens bisher nur auf Meereis gemessen worden. Die Einsätze von „P“ der Abb. 7 Militzer würden auf den plausiblen Geschwindigkeitswert von  $V_{PI} = 3$  km/sec führen.

G. De Q. Robin gibt für die Änderung der Schallgeschwindigkeit mit der Temperatur an:

$V_t = V_{-20} - 2,3 (t + 20)$  (gültig für Temperaturen ab  $-10^\circ\text{C}$ ), wobei  $V_t$  und  $V_{-20}$  die Geschwindigkeiten bei  $t^\circ\text{C}$  und  $-20^\circ\text{C}$  sind. Aus unseren Messungen folgt:

1) Für die Kompressionswelle gilt für Temperaturen ab  $-1^\circ\text{C}$ :

$$V_t = V_{-20} - 2,8 (t + 20) \text{ PH-Welle}$$

$$V_t = V_{-20} - 1,7 (t + 20) \text{ PV-Welle}$$

2) Für die Scherwellen gilt ab  $-5^\circ\text{C}$ :

$$V_t = V_{-20} - 1,5 (t + 20) \text{ SV-Welle}$$

$$V_t = V_{-20} - 1,2 (t + 20) \text{ SH}_H\text{-Welle}$$

#### Literaturverzeichnis:

- R. Köhler: Beobachtungen an Profilen auf See-Eis. Z. Geophys. 5, 314 (1929)
- B. Brockamp u. H. Mothes: Seismische Untersuchungen auf dem Pasterzegletscher I u. II, Z. Geophys. 6, 482 (1930)
- B. Brockamp: Z. Geophys. 7, 232 (1931)
- M. Ewing, A. P. Crary, M. Thorne: Propagation of Elastic Waves in Ice I, Physics 5, 165-168 (1934)
- M. Ewing, A. P. Crary: Propagation of Elastic Waves in Ice II, Physics 5, 181-184 (1934)
- B. Brockamp: Überlegungen zur Temperaturverteilung im Inlandeis auf Grund seismischer Ergebnisse. Wissenschaftliche Ergebnisse der deutschen Grönlandexpedition Alfred Wegener. Band III (1935)
- T. D. Northwood: Sonic determination of the elastic properties of ice. Canadian J. Res. 25 A 88-95 (1947)
- O. Förtsch: Untersuchungen von Biege-Wellen in Platten. Messungen ihrer Gruppen- und Phasengeschwindigkeit. Gerlands Beitr. Geophys. 6, 273 (1950)
- F. Press, M. Ewing: Elastic Waves in a floating Ice Sheet. Transact. Amer. Geophys. Union, Vol. 32-5 (1951)
- Y. Sató: Study on Surface Waves II. Velocity of Surface Waves propagated upon Elastic Plates. Bull. Earthquake Res. Inst. Tokyo. Vol. 29, 223-261 (1951)
- F. Jona, P. Scherrer: Die elastischen Konstanten von Eiseinkristallen. Helv. phys. Acta 25, 35-54 (1952)
- R. F. Green, L. Mackinnon: Determination of the elastic constants of ice single crystals by an ultrasonic pulse method. — J. acoust. Soc. Amer. 28, 1292 (1955)
- Y. Sató: Analysis of Dispersed Surface Waves by Means of Fourier Transform I, Bull. Earthquake Res. Inst. Tokyo. Vol. 33, 34-48 (1955)
- W. Lotze: Schallgeschwindigkeitsmessungen von Eis in Abhängigkeit von Druck und Temperatur, Z. Geophys. 23, 243 (1957)
- R. Bass, D. Rossberg, G. Ziegler: Die elastischen Konstanten des Eises, Z. Physik 149, 199-203 (1957)
- G. De Q. Robin: Glaciologie III Seismic Shooting and Related Investigations. Norwegian-British-Swedish Antarctic Expedition 1949-1952. Scientific Results Vol. V. Published by Norsk Polarinstitut Oslo 1958.
- B. Brockamp: Zur Erfassung des Aggregatzustandes von Moränen unter Gletschern. Z. Polarforschung 1.2 (1959)
- D. L. Anderson: Elastic wave propagation in layered anisotropic media. J. geophys. Res. 66, 2953 (1961)
- T. Ishida: Propagation of elastic Waves in Sea Ice. Low Temperature Science A 21 (1963)
- H. Roethlisberger: Ultrasonic measurements of deformation around a rectangular ice tunnel. Ice and Snow, Properties, Processes and Applications. W. D. Kingery Edition. The M. I. T. Press. Cambridge, Massachusetts (1963).
- G. Hellbardt: Seismische Versuche auf einer Eisplatte. Z. Geophys.-U., 41-47 (1955)