Frequenzstabilisierung eines Nd:YAG-Hochleistungs-Laser-Systems für den Gravitationswellendetektor GEO 600

Vom Fachbereich Physik
der Universität Hannover
zur Erlangung des Grades

Doktor der Naturwissenschaften
– Dr. rer. nat. –

genehmigte Dissertation von

Dipl.-Phys. Oliver Sascha Brozek

geboren am 24. Januar 1969 in München

Juni 1999

Referent: Prof. Dr. K. Danzmann
Korreferent: Prof. Dr. H. Welling
Tag der Promotion: 24. Juni 1999

Für meine Frau Katia

Kurzzusammenfassung

Oliver Sascha Brozek

Frequenzstabilisierung eines Nd:YAG-Hochleistungs-Laser-Systems für den Gravitationswellendetektor GEO 600

Stichworte: Diodengepumpte Nd:YAG-Laser, Injektion-Locking, Frequenzstabilisierung

Die Detektion von Gravitationswellen mit interferometrischen Gravitationswellendetektoren erfordert eine Hochleistungs-Lichtquelle mit einer außergewöhnlichen spektralen Reinheit der zeitlichen und räumlichen Moden. Monolithische Nd:YAG-Ringlaser zeigen aufgrund ihrer passiven Stabilität bereits sehr niedriges Frequenz- und Amplitudenrauschen und sind somit geeignete Lichtquellen. Das Frequenzrauschen eines solchen Laser-Systems muss dennoch um 8 Größenordnungen im Frequenzbereich von 10 Hz bis 1 KHz unterdrückt werden. Um die Anforderung für die Gravitationswellendetektion zu erfüllen, wird eine optische Leistung von etwa 10 W benötigt. Diese Ausgangsleistung kann durch die Ankopplung eines Nd:YAG-Hochleistungs-Ringlasers an einen monolithischen Nd:YAG-Ringlaser mit der Technik des *injection locking* erreicht werden.
Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein injektion-gelocktes Nd:YAG-Laser-System mit 12.5 W Ausgangsleistung bei der Emissionswellenlänge von 1064 nm aufgebaut. Ein monolithischer Ringlaser wurde auf einen quasi-monolithischen FABRY-PEROT-Referenzresonator mit einer Finesse von 58 000 mit einer Regelbandbreite von etwa 1 MHz frequenzstabilisiert. Das relative Frequenzrauschen, gemessen am Fehlersignal des Regelkreises, wird für Fourier-Frequenzen bis zu 1 kHz auf $10^{-4}\,\mathrm{Hz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ unterdrückt. Untersuchungen am Laser-System ergaben, dass die relativen Frequenzfluktuationen zwischen monolithischem Ringlaser und injektion-gelocktem Laser-System weniger als $100\,\mathrm{mHz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ und für Fourier-Frequenzen unterhalb von 200 Hz weniger als $1\,\mathrm{mHz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ betragen. Das Frequenzrauschen des Hochleistungs-Laser-Systems wurde in einer unabhängigen Messung relativ zu einem zweiten FABRY-PEROT-Resonator zu weniger als $10\,\mathrm{Hz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ für Fourier-Frequenzen zwischen 1 Hz und 1 kHz und zu weniger als $0.6\,\mathrm{Hz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ für höhere Fourier-Frequenzen bestimmt.

Abstract

Oliver Sascha Brozek

Frequency Stabilization of a Nd:YAG High-Power Laser System for the Gravitational Wave Detector GEO 600

Key words: diode-pumped Nd:YAG lasers, injection locking, frequency stabilization

The detection of gravitational waves with large scale MICHELSON-interferometers requires a high-power light source with extraordinary spectral purity of its temporal and spatial modes. Monolithic Nd:YAG ring lasers show due to their passive stability already very low frequency and intensity noise and are thus suitable light sources. The frequency noise of such a laser must still be reduced by 8 orders of magnitude within the frequency range between 10 Hz and 1 kHz. 10 W of optical power is needed in order to achieve the requirements for the detection of gravitational waves. Such an output power can be achieved from a high-power Nd:YAG ring laser that is injection locked by a monolithic Nd:YAG ring laser.
In this thesis an injection locked Nd:YAG laser system with 12.5 W output power operating at a wavelength of 1064 nm has been set up. A monolithic ring laser was frequency stabilized to a FABRY-PEROT reference cavity with a finesse of 58 000 using a servo bandwidth of approximately 1 MHz. The relative frequency noise measured at the error point of the frequency stabilization feedback loop was reduced to $10^{-4}\,\mathrm{Hz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ for Fourier frequencies below 1 kHz. The measured relative frequency noise between the monolithic ring laser and the injection locked laser system is less than $100\,\mathrm{mHz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ and less than $1\,\mathrm{mHz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ for Fourier frequencies below 200 Hz. The frequency noise of the laser system was determined in an independent measurement with a second FABRY-PEROT cavity to be below $10\,\mathrm{Hz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ in the frequency range between 1 Hz and 1 kHz and to be below $0.6\,\mathrm{Hz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ for higher Fourier frequencies.

Inhaltsverzeichnis

Kurzzusammenfassung i

Abstract iii

Abbildungsverzeichnis vii

Tabellenverzeichnis ix

Liste der verwendeten Symbole xi

1. Einleitung 1

2. Der Gravitationswellendetektor GEO 600 7

2.1. Gravitationswellen 7

2.1.1. Nachweis von Gravitationswellen 11

2.1.2. Quellen von Gravitationswellen 12

2.2. Der GEO 600-Detektor 14

2.2.1. Die Empfindlichkeit des GEO 600-Detektors 16

2.3. Spezifikationen für das GEO 600-Laser-System 20

2.3.1. Laser-Frequenzrauschen 20

2.3.2. Leistungsfluktuationen 20

3. Das Laser-System 23

3.1. Systemtheoretische Grundlagen 23

3.1.1. Lineare Systeme 23

3.1.2. Spektrale Dichten 24

3.1.3. Regelungstechnik 25

3.2. Überblick über das Laser-System 30

3.2.1. Injektion-Locking 30

3.2.2. Master-Laser 32

3.2.3. Slave-Laser 34

3.2.4. Aufbau des Hochleistungs-Laser-Systems 35

4. Frequenzstabilisierung des Master-Lasers **37**
4.1. Die GEO 600-Referenz-Cavity . . . 39
4.1.1. Bestimmung von Finesse und Linienbreite . . . 45
4.2. Rauschquellen . . . 50
4.2.1. Thermisches Rauschen . . . 50
4.2.2. Temperaturfluktuationen . . . 51
4.2.3. Photonen-Schrotrauschen . . . 51
4.2.4. Seismisches-Rauschen . . . 52
4.2.5. Weitere Rauschquellen . . . 52
4.2.6. Abschätzung des erreichbaren Frequenzrauschens . . . 54
4.3. Frequenzregelkreis . . . 55
4.3.1. Frequenz-Aktuatoren . . . 55
4.4. Frequenzrauschen . . . 57
4.4.1. Frequenzrauschen des freilaufenden MISERs . . . 57
4.4.2. Error-point-Frequenzrauschen des stabilisierten MISERs . . . 59
4.4.3. Frequenzrauschen des stabilisierten MISERs . . . 60
4.5. Schwebungssignal-Messung . . . 63
4.6. Frequenz-Amplituden-Koppelung . . . 67
4.6.1. Leistungsrausch-Spektrum . . . 67
4.6.2. Pumpstrom-Frequenz-Koppelung . . . 68
4.6.3. PZT-Leistungskoppelung . . . 69

5. Rauscheigenschaften des injektion-gelockten Laser-Systems **71**
5.1. Stabilisierung des Slave-Lasers . . . 71
5.2. Error-Point-Phasenrauschen . . . 74
5.2.1. Excess-Phasenrauschen des Slave-Lasers . . . 75
5.2.2. Frequenzrauschen des injektion-gelockten Laser-Systems . . . 78

6. Zusammenfassung **79**

A. Photonen-Schrotrauschen **81**

B. FABRY-PEROT-Resonatoren **83**
B.1. Cavity-Transferfunktionen . . . 83
B.2. Linienbreite und Finesse . . . 84
B.3. Speicherzeit . . . 85
B.4. Verlustfreie Spiegel . . . 86
B.5. Amplituden-Transferfunktion . . . 86

C. POUND-DREVER-HALL-Verfahren **89**

C.1. Frequenzgang des POUND-DREVER-HALL-Signals 91
C.2. Signal-Rausch-Verhältnis 92

D. Photodetektoren **93**
D.1. Photodioden 93
D.2. Schaltungen 94
D.2.1. Photovoltaische Grundschaltung 94
D.2.2. Photokonduktive Grundschaltung 95
D.3. Photodetektorschaltungen 99
D.3.1. Photodetektor Typ A 100
D.3.2. Photodetektor Typ B 101
D.3.3. Photodetektor Typ C 101

E. Frequenzregelkreise **103**
E.1. Master-Laser-Frequenzregelkreis 103
E.2. Slave-Laser-Frequenzregelkreis 105

Literaturverzeichnis **107**

Danksagung **117**

Lebenslauf **119**

Publikationen **121**

Abbildungsverzeichnis

1.1. Vergleich Ar^+-Laser und Nd:YAG-Ringlaser 5

2.1. Effekt einer Gravitationswelle 9
2.2. Michelson-Interferometer 12
2.3. Layout GEO 600 14
2.4. Empfindlichkeit des GEO 600-Detektors 19
2.5. Blockdiagramm Laserstabilisierung 21
2.6. Laserspezifikation für GEO 600 22

3.1. Blockdiagramm Regelkreis 26
3.2. Blockdiagramm Servo 28
3.3. Bode-Diagramm Regelkreis 28
3.4. Messung der Übertragungsfunktion G(s) 29
3.5. Transferfunktion Regelkreis 30
3.6. Injektion-Locking zweier Oszillatoren 30
3.7. Frequenzmodulations-Transferfunktion 32
3.8. Pumpgeometrie des Master-Lasers 33
3.9. Pumpschema des Master-Lasers 34
3.10. Versuchsaufbau Laser-System 36

4.1. Prinzipskizze der GEO 600-Referenz-Cavity 39
4.2. Akustisches Resonanzspektrum der GEO 600-Referenz-Cavity 41
4.3. Schwingungsmoden eines Zylinders 42
4.4. Mechanische Güte der GEO 600-Referenz-Cavity 43
4.5. Modenseperation der GEO 600-Referenz-Cavity 44
4.6. POUND-DREVER-HALL-Dispersionsignal 45
4.7. Aufbau zur Bestimmung der Linienbreite der Referenz-Cavity 46
4.8. Amplituden-Transferfunktion der Referenz-Cavity 47
4.9. Speicherzeitmessung der Referenz-Cavity 48
4.10. Speicherzeitmessung der Referenz-Cavity 48
4.11. Spektrum des seismischen Rauschens 53
4.12. Frequenzrauschen der GEO 600-Referenz-Cavity 54

4.13. Blockdiagramm Frequenzregelkreis 55
4.14. Transferfunktion Frequenz-Aktuatoren 56
4.15. Transferfunktion Kristalltemperatur 57
4.16. Frequenzrauschen des freilaufenden Master-Lasers 58
4.17. Error-point-Frequenzrauschen des Master-Lasers 60
4.18. Versuchsaufbau zur unabhängigen Frequenzrauschmessung 61
4.19. Frequenzrauschspektrum mit einer zweiten Cavity 62
4.20. Schwebungssignal-Messung 63
4.21. Linienbreite des freilaufenden Master-Laser 65
4.22. Linienbreite des stabiliserten Master-Laser 66
4.23. Leistungsrauschen des Master-Lasers 67
4.24. Koppelung Strom-Frequenz 68
4.25. Koppelung PZT-Leistung 69

5.1. PZT-Dämpfungsstruktur 72
5.2. Transferfunktion PZT-Slave-Laser 72
5.3. Locking-Bandbreite des Slave-Lasers 73
5.4. Leistungssrauschen des injektion-gelockten Laser-Systems 74
5.5. Frequenzrauschen der Slave-Laser-Cavity 75
5.6. Aufbau Phasenrauschmessung 76
5.7. Excess-Phasen/Frequenzrauschen des Slave-Lasers 77
5.8. Frequenzrauschen des injektion-gelockten Laser-Systems 78

B.1. FABRY-PEROT-Ringcavity 83
B.2. AIRY-Funktion 85
B.3. Amplituden-Transferfunktion eines FABRY-PEROT-Resonators 87

C.1. POUND-DREVER-HALL-Signale 91

D.1. Ersatzschaltbild Photodiode 94
D.2. Photodiode mit Serienimpedanz 94
D.3. Transimpedanzverstärker 95
D.4. Ersatzschaltbild Voltage-Feedback-Amplifier 96
D.5. Transferfunktion VF-Transimpedanzverstärker 97
D.6. Ersatzschaltbild Current-Feedback-Amplifier 98
D.7. Transferfunktion CF-Transimpedanzverstärker 99
D.8. Schaltplan 10 MHz-Photodetektor 100
D.9. Transferfunktion Transimpedanzverstärker 100
D.10. Schaltplan 60 MHz-Photodetektor 101
D.11. Schaltplan Resonanter Photodetektor 102
D.12. Transferfunktion Resonanter Photodetektor 102

E.1. Schaltplan ML-Frequenzregelkreises 104
E.2. Transferfunktion SL-Frequenzregelkreises 105
E.3. Schaltplan SL-Frequenzregelkreises 106

Tabellenverzeichnis

1.1. Im Bau befindliche interferometrische Gravitationswellendetektoren. . . . 2

2.1. Daten der GEO 600-Cavities 15
2.2. Linearisierte Empfindlichkeit des GEO 600-Detektors 16

3.1. Daten des Slave-Lasers 35

4.1. Materialeigenschaften von ULE, ZERODUR und synthetischem Quarz. . . 38
4.2. Abmessungen der GEO 600-Referenz-Cavity 40
4.3. Mechanische Eigenfrequenzen des ULE-Spacers 42
4.4. Linienbreite der GEO 600-Referenz-Cavity 49
4.5. Optische Daten der GEO 600-Referenz-Cavity 49

Liste der verwendeten Symbole

Symbol	Einheit	Erläuterung
$\vert \ldots \rangle$		quantenmechanischer Zustand
$\hat{a}^\dagger, \hat{a}$		Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren
A_0		Open-Loop-Gain
$\mathfrak{a}$		Amplitudenverluste
$\mathfrak{A}$		Leistungsverluste
α		Parameter des kohärenten Zustandes
α_{th}		Modenfaktor thermisches Rauschen
α_{T}	$[\text{K}^{-1}]$	thermischer Ausdehnungskoeffizient
β		Modenanpassungsfaktor
c_{p}	$[\text{J K}^{-1}\,\text{m}^{-3}]$	volumenspezifische Wärmekapazität
$C_{\ldots}$	[C]	Kapazität
δ_{c}	[Hz]	Cavity-Linienbreite
δ_{rt}	[rad]	round-trip phase
Δ	$[\text{rad}\,\text{s}^{-1}]$	Frequenzverstimmung
E_{M}	$[\text{N m}^{-}2]$	Elastizitätsmodul
$\vec{E}(\vec{r},t)$	$[\text{V m}^{-1}]$	elektrisches Feld
$E(r,t)$	$[\text{V m}^{-1}]$	Betrag des elektrischen Feldes
δE	$[\text{V m}^{-1}]$	Feldstärkeänderung
E	[J]	Energie
f_0	[Hz]	Resonanzfrequenz
$f_{\ldots}$	[Hz]	Frequenz
Δf_{lock}	[Hz]	Locking-Bandbreite
f_{L}	[Hz]	Laserfrequenz
$f(t); f(\omega)$		Funktion und ihre Fouriertransformierte
FSR	[Hz]	Freier Spektralbereich
F		Finesse
F_E	$[\text{J m}^{-2}]$	Energieflussdichte
$\delta\phi$	[rad]	Phasenänderung
Φ	[rad]	Phase
$\Delta\Phi$	[rad]	Phasenoffset
g_{ij}		Korrelationsfunktion
$g_{\mu\nu}$		metrischer Tensor

$G(s)$		open-loop-Transferfunktion
$G_{\mu\nu}$	$[\mathrm{m}^{-2}]$	EINSTEINSCHER Krümmungstensor
Γ_c	$[\mathrm{rad\,s}^{-1}]$	Cavity-Linienbreite
h_0		Amplitude einer GW
$h_{\mu\nu}$		Metrikstörung durch eine GW
η		Quanteneffizienz
$\eta_{\mu\nu}$		MINKOSWSKI-Metrik
$I_{...}$	[A]	Strom
I_f	$[\mathrm{m}^4]$	Flächenträgheitsmoment
$I_{\mu\nu}$	$[\mathrm{kg\,m}^2]$	reduziertes Quadrupolmoment
J_n		BESSEL-Funktion der Ordnung n
$\vec{k}$	$[\mathrm{m}^{-1}]$	Wellenvektor
k	$[\mathrm{m}^{-1}]$	Betrag des Wellenvektors
$\kappa_{...}$		Kalibrationsfaktor
κ_T	$[\mathrm{W\,m}^{-1}\mathrm{K}^{-1}]$	Wärmeleitfähigkeit
$L_{...}$	[m]	Länge
L	[F]	Induktivität
δL	[m]	Längenänderung
L	[J]	Luminosität
$\lambda_{...}$	[m]	Wellenlänge
M	[kg]	Masse
n_0		Brechungsindex
$\nu_{...}$	[Hz]	Frequenz
$\delta\nu$	[Hz]	Frequenzänderung
P	[W]	Leistung
δP	[W]	Leistungsänderung
Q		Güte
$R_{...}$	$[\Omega]$	Widerstand
R_k	[m]	Krümmungsradius eines Spiegels
R	[A/W]	Photodiodenempfindlichkeit
$\mathfrak{r}_{...}$		Amplitudenreflektivitäten
$\mathfrak{R}_{...}$		Leistungsreflektivitäten
ρ	$[\mathrm{g\,cm}^{-3}]$	Dichte
s	$[\mathrm{s}^{-1}]$	LAPLACE-Variable
s_x	$[\,[x]/\sqrt{\mathrm{Hz}}]$	Lineare spektrale Dichte der Größe x
S_x	$[\,[x]^2/\mathrm{Hz}\,]$	Spektrale Dichte der Größe x
t	[s]	Zeit
T	[K]	Temperatur
$T_{...}(f)$		Transferfunktion
T_G	[s]	Periode einer Gravitationswelle
$T_{\mu\nu}$	$[\mathrm{J\,m}^{-3}]$	Energie-Impuls-Tensor
$\mathfrak{t}_{...}$		Amplitudentransmissivitäten
$\mathfrak{T}_{...}$		Leistungstransmissivitäten

τ_c^A	[s]	Amplituden-Speicherzeit
τ_c^P	[s]	Leistungs-Speicherzeit
τ_{rt}	[s]	Umlaufzeit
$U_{..}$	[V]	Spannung
v_0	$[\mathrm{m\,s^{-1}}]$	Schallgeschwindigkeit
ω	$[\mathrm{rad\,s^{-1}}]$	Fourier-Frequenz
$\delta\omega$	$[\mathrm{rad\,s^{-1}}]$	Frequenzänderung
$\omega_{..}$	$[\mathrm{rad\,s^{-1}}]$	Frequenz
ω_0	$[\mathrm{rad\,s^{-1}}]$	Resonanzfrequenz
ω_G	$[\mathrm{rad\,s^{-1}}]$	Frequenz einer Gravitationswelle
ω_L	$[\mathrm{rad\,s^{-1}}]$	Laserfrequenz
$\Omega_{...}$	$[\mathrm{rad\,s^{-1}}]$	Modulationsfrequenz
$\widetilde{x}(f)$	$[\,[\mathrm{x}]/\sqrt{\mathrm{Hz}}]$	lineare spektrale Dichte der Größe x
$Z(s)$	[Ω]	Impedanz

Physikalische Konstanten

Symbol	**Wert** [18]	**[Einheit]**	**Name**
c_0	299792458	[m/s]	Lichtgeschwindigkeit
ε_0	8.85418781710^{-12}	[F/m]	Permeabilität des Vakuum
μ_0	$1.25663706140\,10^{-6}$	$[\mathrm{N/A^2}]$	Permittivität des Vakuums
e	$1.60217733(49)\,10^{-19}$	[C]	Elektrische Elementarladung
h	$6.6260755(40)\,10^{-34}$	[J s]	PLANCKSCHES Wirkungsquantum
$\hbar$	$1.05457266(63)\,10^{-34}$	[J s]	PLANCKSCHES Wirkungsquantum/2π
G	$6.67259(85)\,10^{-11}$	$[\mathrm{m^3\,kg^{-1}s^{-2}}]$	Gravitationskonstante
k_B	$1.380658(12)\,10^{-23}$	[J/K]	BOLTZMANN-Konstante
σ	$5.67051(19)\,10^{-8}$	$[\mathrm{W\,m^2\,K^{-1}}]$	STEFAN-BOLTZMANN-Konstante
N_A	$6.0221367(36)10^{23}$	$[\mathrm{mol^{-1}}]$	AVOGADRO-Konstante
ν_{YAG}	$281.8\,10^{12}$	[Hz]	Frequenz des Übergangs ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$ in Nd:YAG-Kristallen

Akronyme

AC	Alternating Current - Wechselstromanteil
AGN	Active Galactic Nucleus
AOM	Akusto-Optischer Modulator
AR	AntiReflexions-Beschichtung
BP	Brewster-Platte
BS	Beam Splitter - Strahlteiler
CALTECH	CALifornia Institute of TECHnologie
CCD	Charge Coupled Device - Kamerasensor
CF	Current-Feedback
DBM	Double Balanced Mixer - Diodenringmischer
DC	Direct Current - Gleichstromanteil
EOM	Elektro-Optischer Modulator
FFT	Fast Fourier Transform
FMS	Frequenz-Modulations-Spektroskopie
FP	Fabry-Perot-Resonator
FSR	Free Spectral Range
FWHM	Full Width at Half Maximum
GEO 600	deutsch-britischer interferometrischer Gravitationswellendetektor
GR	General Relativity
HF	HochFrequenz
HR	HochReflexions-Beschichtung
HST	Hubble Space Telescope
HV	High Voltage - Hochspannung
HWHM	Half Width at Half Maximum
IF	Zwischenfrequenz
InGaAs	Indium-Gallium-Arsenid
IR	InfraRot
ISO	Infrared Space Observatory
LIGO	Laser Interferometer Gravitational wave Observatory (USA)
LISA	Laser Interferometer Space Antenna

LISO	program for LInear Simulation and Optimization of analog electronic circuits
LO	Lokal Oszillator
LSD	Linear Spectral Density
LTI	Linear Time Invariant
LZH	Laser Zenrum Hannover
MC	Moden-Cleaner
MIMO	Multiple Input - Multiple Output
MISER	Monolithic Isolated Single End pumped Ring laser
MIT	Massachusetts Institute of Technologie
ML	Master-Laser
MOPA	Master Oscillator Power Amplifier
MPQ	Max-Planck Institut für Quantenoptik
Nd	Neodym
Nd:YAG	Neodym-dotiertes Yttrium-Aluminium Granat
NEP	Noise Equivalent Power
NPRO	NonPlanar Ring Oscillator
OP	OPerationsverstärker
PD	PhotoDetektor
PR	Power-Recycling
PRC	Power-Recycling-Cavity
PSD	Power Spectral Density
PZT	piezo-elektrisches Stellelement - (Blei-Zirkon-Titan)
RAM	RestAmplitudenModulation
RBW	Resolution BandWidth
RF	Radio Frequenz
RIN	Relative Intensity Noise
rms	root mean square
ROSAT	ROentgentSATellit
Si	Silizium
SL	Slave-Laser
SNR	Signal to Noise Ratio
SR	Signal-Recycling
SRC	Signal-Recycling-Cavity
TAMA 300	Tokio Advanced Medium-scale Antenna
TEM	Transversal Electo-Magnetic - elektromagnetische Feldmode
TEMP	Temperaturregelung des MISER-Kristalls
TF	TransferFunktion
TIA	TransImpedanz Amplifier

TT	Transverse Traceless
ULE	Ultra Low Expansion glass (Handelsname)
UV	UltraViolett
VCXO	Voltage Controlled crystal Oscillator
VF	Voltage-Feedback
VIRGO	französisch-italienischer interferometrischer Gravitationswellendetektor
VLBI	Very Large Baseline Interferometry
VLT	Very Large Telescope
YAG	Yttrium-Aluminium Granat
ZERODUR	Glaskeramik (Handelsname)

1. Einleitung

Das kosmologische und astrophysikalische Weltbild hat seit Beginn dieses Jahrhunderts eine rapide Evolution durch immer detailliertere und genauere Untersuchungen der mit den jeweils entwickelten Teleskopen und Meßgeräten zugänglichen Regionen des Weltraumes erfahren. Bisher beruht praktisch das gesamte astronomische Wissen auf Beobachtungen des elektromagnetischen Spektrums mit Teleskopen, die im Radiowellen- (VLBI), im infraroten (ISO), im optischen (HST, VLT) oder im Röngten-Bereich (ROSAT) arbeiten. Je nach Energie der elektromagnetischen Strahlung werden hochenergetische Prozesse von der Emission von γ-Strahlung aktiver galaktischer Kerne (AGN) bis zu der niederenergetischen thermischen Strahlung interstellarer Nebel, den Entstehungsregionen von neuen Sternen, beobachtet. Das gegenwärtig untersuchte elektromagnetische Spektrum umfasst mehr als 20 Dekaden, aber allen Beobachtungen ist gemein, dass die Strahlungsemission in den äußeren Regionen oder Plasmen der untersuchten Objekte stattfindet.

Völlig andere physikalische Vorgänge führen zur Emission von Neutrinos oder zur Emission von Gravitationswellen, wie beispielsweise die Supernova-Explosion SN 1987A. Die Detektion dieser Strahlung ermöglicht es, direkt in deren Entstehungsort, das Innere von stellaren Objekten, *hineinzuhorchen* und somit ein neues *Beobachtungsfenster zum Universum* zu öffnen. Diese neuartigen Informationen werden es erlauben, ein tiefergehendes astrophysikalisches Verständnis zu entwickeln und auch die gegenwärtigen, relativistischen Modelle für Bereiche des Universums mit extremer Gravitation und hoher Dichte zu testen.

Das detektierbare Gravitationswellenspektrum umfasst über 7 Dekaden von Frequenzen ab etwa 100 μHz, emitiert von superschweren Schwarzen Löchern in Zentren von Galaxien bis zu Schwingungen mit Frequenzen im kHz-Bereich, verursacht durch schnell rotierende Pulsare oder miteinander verschmelzende Neutronen-Doppelstern-Systeme. Gravitationswellen zeigen eine verschwindend kleine Wechselwirkung mit Materie und werden deshalb praktisch nicht absorbiert. Die geringe Wechselwirkung ist aber auch die Ursache, weshalb in diesem Jahrhundert bislang kein direkter Nachweis von Gravitationswellen gelungen ist. Erst die Forschung der letzten zwei Jahrzehnte, insbesondere in den Bereichen der dielektrischen Spiegelschichten, der Materialforschung und der Laserentwicklung, schaffte die

Voraussetzungen, dass zu Beginn des 21. Jahrhunderts der direkte Nachweis von Gravitationswellen und somit die Gravitationswellenastronomie möglich werden.

In den nächsten Jahren werden mehrere interferometrische Gravitationswellendetektoren fertiggestellt. In den Vereinigten Staaten werden im Rahmen des LIGO-Projektes zwei Detektoren mit je 4 km Armlänge gebaut [1]. Die Standorte liegen im Nordwesten der USA, im Bundesstaat Washington und im Südosten im Bundesstaat Louisiana. Das italienisch-französische VIRGO-Projekt ist ein 3 km Detektor, der in Cascina bei Pisa in Italien entsteht [10]. TAMA 300 ist ein fortgeschrittener Prototyp, der als japanische Studie für einen geplanten 4 km Detektor der 2. Generation in Tokyo aufgebaut wird [52]. Das deutsch-britische Gemeinschaftsprojekt GEO 600 [25] ist ein interferometrischer Gravitationswellendetektor mittlerer Grösse, der eine mit den Detektoren LIGO und VIRGO vergleichbare Empfindlichkeit mittels moderner optischer Techniken (Dual-Recycling) erreichen wird.

	LIGO	**VIRGO**	**GEO 600**	**TAMA 300**
Armlänge	4 km	3 km	600 m	300 m
Ort	Hanford, Livingston	Pisa	Hannover	Mitaka
Land	USA	Italien	Deutschland	Japan
Planungsbeginn[1]	1989	1992	1994	1994
Baubeginn	1994	1994	1995	1995
geplante Inbetriebnahme	2001	2003	2000	2000
Technik	PR, FP	PR, FP	PR, SR	PR, FP

Tabelle 1.1.: Überblick über die gegenwärtig im Bau befindlichen interferometrischen Gravitationswellendetektoren. [1] Zeitpunkt der Projektanträge. PR: Power-Recycling, SR: Signal-Recycling, FP: FABRY-PEROT-Arm-Cavities.

Die interessanten Quellen von Gravitationswellen im Frequenzbereich unterhalb 1 Hz können auf der Erde nicht gemessen werden, da der seismische Rauschuntergrund und das Rauschen aufgrund von nicht abschirmbarer Newtonscher Mikrogravitation diesen Spektralbereich überlagern. Ein weltraumgestützter Gravitationswellendetekor wird durch diese Rauschquellen nicht beeinflusst und erlaubt zusätzlich optische Armlängen von mehreren Millionen Kilometern. LISA [24] ist ein in der Planung befindlicher interferometrischer Gravitationswellendetektor mit 5 Millionen Kilometern Armlänge auf einem heliozentrischen, erdähnlichen Orbit. Mit sehr großer Sicherheit können mit diesem Detektor Gravitationswellen von Quellen mit Periodendauern von wenigen Sekunden bis zu einigen tausend Sekunden nachgewiesen werden. Somit wird ein komplementärer Frequenzbereich verglichen mit den erdgebundenen Gravitationswellendetektoren erschlossen und die Beobachtung von weiteren Quellen ermöglicht.

Interferometrische Gravitationswellendetektoren der 1. Generation benötigen extrem rauscharme einfrequente Laser-Systeme mit optischen Ausgangsleistungen von etwa 10 W, um eine schrotrausch-begrenzte Nachweisempfindlichkeit von $h = 10^{-22}$ zu erreichen. Die verschiedenen Detektor-Prototypen[1] benutzten bislang Argon-Ionen-Laser als Lichtquellen. Der elektrisch-optische Wirkungsgrad beträgt nur 10^{-5}, und die notwendige Wasserkühlung der Argonröhre produziert erhebliches Laserrauschen im akustischen Frequenzbereich. Laserdiodengepumpte Nd:YAG-Laser-Systeme mit einer Emissionwellenlänge von 1064 nm zeigen einen erheblich besseren Wirkungsgrad, und die direkte Wasserkühlung des aktiven Materials kann entfallen oder zumindest deutlich reduziert werden. Die guten thermooptischen Eigenschaften des YAG-Kristalls erlauben eine nahezu beugungsbegrenzte transversale Strahlqualität mit einer derzeitigen Ausgangsleistung von über 60 W [83, 37].
Die Laserentwicklung für die 2. Generation der interferometrischen Gravitationswellendetektoren hat das Ziel, optische Leistung im transversalen Grundmode von bis zu 1 kW zu erzeugen. Die gegenwärtige Forschung in diesem Bereich konzentriert sich auf mit Laserdioden gepumpte, Nd-dotierte Lasermaterialien, aufgrund des hohen Potentials für Grundmodeemission und dem hervorragenden optisch-optischen Wirkungsgrad.

Insbesondere monolithische diodengepumpte Nd:YAG-Ringlaser [49] zeigen aufgrund ihres kompakten monolithischen Laserresonators sehr niedriges Frequenzrauschen bei gleichzeitig hoher Frequenzstabilität. Abbildung 1.1 zeigt den Vergleich zwischen einem Argon-Ionen-Laser und einem monolithischen Nd:YAG-Ringlaser. Optische Ausgangsleistungen von 2 W, begrenzt durch die thermischen Effekte im aktiven Lasermaterial, sind bislang realisiert [35]. Die Strahlung dieser Laser wird mit den Nd:YAG-Hochleistungs-Systemen verstärkt, um einfrequente rauscharme Ausgangsstrahlung zu erreichen.

Die direkte Nachverstärkung eines stabilen Master-Oszillators mit einem MOPA-System (*master oscillator power amplifer*) [97, 99] erfordert nur einen relativ geringen technischen Aufwand und ist zu sehr hohen Ausgangleistungen skalierbar. Der Verstärkungsprozess führt jedoch dazu, dass das Leistungsrauschen des eingestrahlten Lichtfeldes verstärkt wird und insbesondere bei hohen Fourier-Frequenzen nicht mehr durch das Photonen-Schrotrauschen gegeben ist [92]. Die Ankoppelung eines Hochleistungs-Lasers an einen Master-Oszillator, *injection locking* [4, 101, 12], erfordert hingegen eine aktive Stabilisierung der Frequenz des Hochleistungs-Oszillators auf die Frequenz des Master-Oszillator und ist daher mit einem höheren Aufwand verbunden. Ein deutlicher Vorteil eines injektion-gelockten Laser-Systems gegenüber einem MOPA-System ist, dass das Leistungssrauschen für hohe Fourier-Frequenzen des injektion-gelockten Systems weiterhin der Photonen-Schrotrausch-

[1] MPQ-Garching: 30 m-Prototyp; Universität Glasgow: 10 m Prototyp; CALTECH: 40 m Prototyp; MIT: 40 m Prototyp

Statistik unterliegt. Hinzukommend werden die Beiträge höherer Transversalmoden, die durch die thermischen Effekte in den Laserkristallen erzeugt werden, durch den Laser-Resonator reduziert.

Die interferometrische Detektion von Gravitationswellen setzt extrem hohe Anforderungen an das Laserfrequenzrauschen. So muss das bereits sehr niedrige Frequenzrauschen eines monolithischen Ringlasers für Fourier-Frequenzen zwischen 1 Hz und 10 kHz um etwa 8 Größenordnungen unterdrückt werden. Von besonderem Interesse ist dabei das Frequenzrauschspektrum eines injektion-gelockten Laser-Systems und die Frage welche Störbeiträge durch den angekoppelten Hochleistungs-Laser erzeugt werden.

Ziel dieser Arbeit ist es, das Frequenzrauschen eines injektion-gelockten Laser-Systems hoher Ausgangsleistung für den Einsatz im Gravitationswellendetektor GEO 600 zu charakterisieren und durch aktive Frequenzregelkreise zu unterdrücken. Zu diesem Zweck sollen eine optische Frequenzreferenz realisiert und die möglichen Störbeiträge abgeschätzt werden. Zur Unterdrückung des Frequenzrauschens müssen ein Frequenzregelkreis hoher Bandbreite sowie hoher Verstärkung aufgebaut und die zugehörigen Sensoren und Aktuatoren charakterisiert werden.

Der Inhalt dieser Dissertation gliedert sich wie folgt:
In Kapitel 2 werden nach einer einführenden Betrachtung der Theorie der Gravitationswellen und einer Beschreibung des GEO 600-Detektors die Anforderungen an das Laser-System für den Gravitationswellendetektor GEO 600 dargelegt. Kapitel 3 erläutert erst die verwendeten systemtheoretischen und regelungstechnischen Methoden. Es folgen Beschreibungen des verwendeten monolithischen Nd:YAG-Ringlasers, des Hochleistungslasers sowie des injektion-gelockten Laser-Systems. In Kapitel 4 wird die verwendete Frequenzreferenz charakterisiert und das erreichbare Frequenzrauschen abgeschätzt. Anhand von Messungen des Frequenzrauschspektrums eines frequenzstabilisierten monolithischen Ringlasers am Fehlersignal der Frequenzregelung und relativ zu einem zweiten Frequenzdiskriminator wird die Rauschunterdrückung diskutiert. Schließlich wird die Laserlinienbreite mittels einer Heterodyn-Messung zwischen zwei unabhängigen frequenzstabilisierten monolithischen Ringlasern abgeschätzt. Die Frequenzrauscheigenschaften des injektion-gelockten Laser-Systems mit dem Schwerpunkt auf dem Excess-Phasenrauschen des Slave-Laser-Resonators werden in Kapitel 5 betrachtet. Kapitel 6 faßt die Ergebnisse dieser Arbeit zusammen. Im Anhang werden die optischen Eigenschaften von FABRY-PEROT-Resonatoren, das zur Frequenzstabilisierung verwendete POUND-DREVER-HALL-Seitenbandverfahren und die entwickelten Photodetektorschaltungen betrachtet.

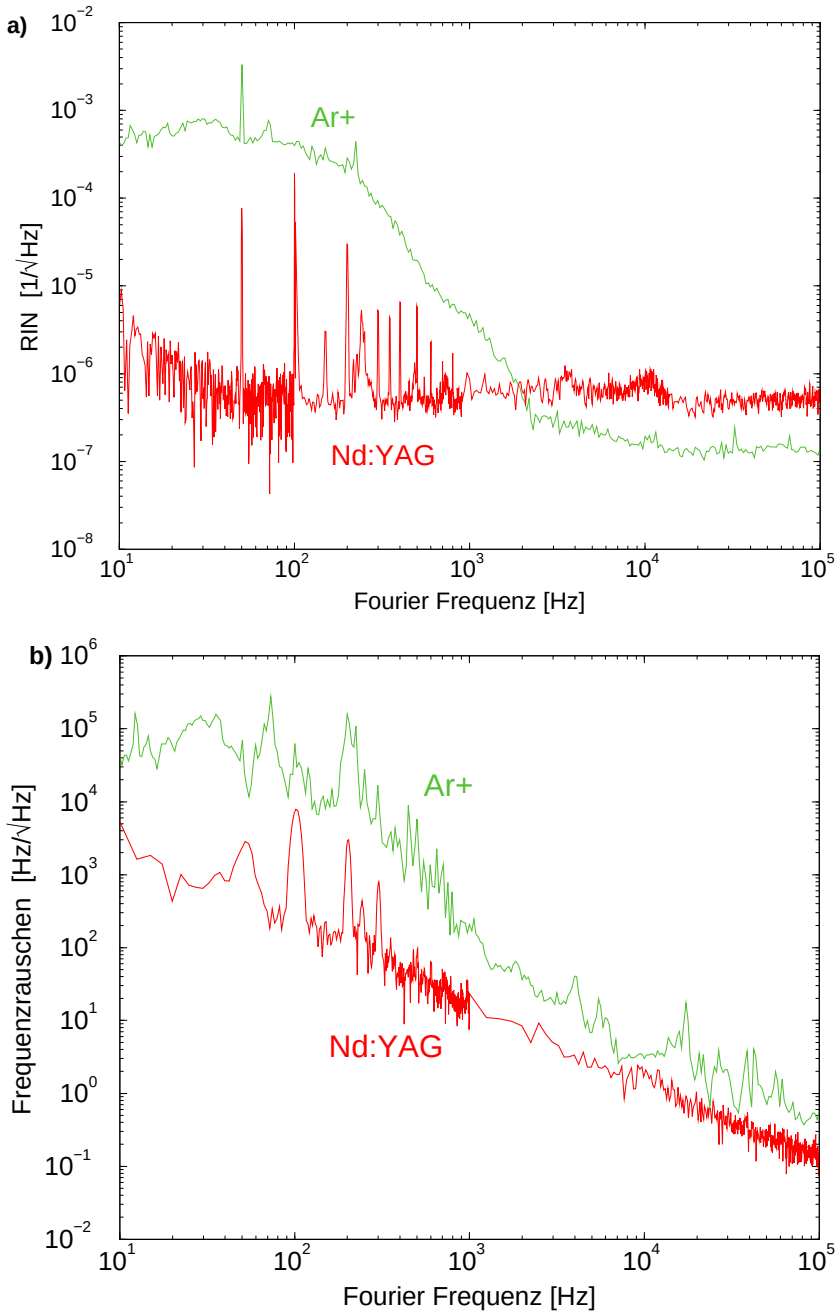

Abbildung 1.1.: Lineare spektrale Dichte des relativen Leistungsrauschens RIN a) und des Frequenzrauschens b) eines Ar^+-Lasers (Innova-90-5, 300 mW, 514 nm, [43]) und eines monolithischen Nd:YAG-Ringlasers (Mephisto 800, 800 mW, 1064 nm [Kap. 4]).

2. Der Gravitationswellendetektor GEO 600

2.1. Gravitationswellen

Gravitationswellen sind zeitliche Veränderungen der Raum-Zeit-Metrik, die sich mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten. Bereits 1916 wies ALBERT EINSTEIN in seiner Arbeit über die Allgemeine Relativitätstheorie (GR: *General Relativity*) [30] auf wellenartige, periodische Lösungen der Feldgleichungen hin. Die Allgemeine Relativitätstheorie ist eine klassische Feldtheorie, die Gravitation als geometrische Verformung des Raum-Zeit-Kontinuums beschreibt. In Präzisionsexperimenten wurden die Vorhersagen der Allgemeinen Relativitätstheorie mit bemerkenswerter Genauigkeit überprüft. Die Suche nach (kleinen) Abweichungen zwischen Theorie und Experiment ist ein wichtiger Forschungsbeitrag der Experimentellen Gravitation bei der Entwicklung einer quantenmechanischen Theorie der Gravitation und einer vereinheitlichten Theorie der vier fundamentalen Wechselwirkungen [98].
RUSSELL HULSE und JOPSEPH TAYLOR erhielten 1993 den NOBEL-Preis für den indirekten Nachweis der Emission von Gravitationswellen durch den von ihnen 1974 entdeckten Neutronen-Doppelstern–Pulsar PSR1913+16 [89, 90]. Die Orbitalfrequenz erhöht sich aufgrund des Energieverlustes durch die Emission von Gravitationswellen und die resultierende Phasenverschiebung wurde über zwei Jahrzehnte mit großer Genauigkeit vermessen.

Gravitation wird in der GR durch den EINSTEINSCHEN Krümmungstensor beschrieben. Der Einsteinsche Krümmungstensor $G_{\mu\nu}$ ist eine Kontraktion des RIEMANN-Tensors der Differentialgeometrie und beschreibt die Krümmung des 4-dimensionalen Raum-Zeit-Kontinuums über partielle Ableitungen des metrischen Tensors $g_{\mu\nu}$ [58, 7]. Masse und Energie eines physikalischen Systems sind die Quellen der Gravitation und werden durch den Energie-Impuls-Tensor $T_{\mu\nu}$ beschrieben. In den Einsteinschen Feldgleichungen wird die Raum-Zeit-Krümmung mit der Energie-Impuls-Verteilung verknüpft:

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}\,, \tag{2.1}$$

wobei G die Gravitationskonstante und c die Lichtgeschwindigkeit ist. Da die Tensoren

$G_{\mu\nu}$ und $T_{\mu\nu}$ symmetrisch sind, entspricht (2.1) einem gekoppelten System aus 10 nichtlinearen, partiellen Differentialgleichungen. Die EINSTEINSCHEN Feldgleichungen haben die Form einer Elastizitätsgleichung mit der Analogie, dass die Raum-Zeit-Metrik ein elastisches Medium ist. Das Elastizitätsmodul des Raum-Zeit-Kontinuums $G/c^4 \approx 10^{-43}\ \mathrm{N}^{-1}$ ist ein sehr kleiner Skalar, und demzufolge ist die Raum-Zeit-Metrik extrem starr. Um eine signifikante Krümmung der Metrik zu erzeugen, muss der Energie-Impuls-Tensor somit betragsmäßig sehr große Einträge besitzen.

In einem relativistischen Koordinatensystem ist der 4-dimensionale Abstand zwischen zwei Punkten durch das Linienelement $\mathrm{d}s^2$ gegeben:

$$\mathrm{d}s^2 = g_{\mu\nu}\,\mathrm{d}x^\mu\,\mathrm{d}x^\nu \tag{2.2}$$

Die gesamte Information über die Krümmung der Raum-Zeit ist in dem metrischen Tensor $g_{\mu\nu}$ enthalten, der mit den EINSTEINSCHEN Feldgleichungen bei bekanntem Energie-Impuls-Tensor berechnet wird.

Für das Vakuum ($T_{\mu\nu} = 0$) ist die MINKOWSKI-Metrik $\eta_{\mu\nu}$ eine Lösung der Feldgleichungen. Physikalische Systeme mit geringer Energiedichte können in erster Ordnung durch eine Störung $h_{\mu\nu}$ der MINKOWSKI-Metrik beschrieben werden.

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} + O[h_{\mu\nu}^2]\,, \qquad |h_{\mu\nu}| \ll 1, \qquad \eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.3}$$

Die EINSTEINSCHEN Feldgleichungen lassen sich in dieser Schwachfeld-Näherung linearisieren, und (2.1) entspricht unter einer geeigneten Eichtransformation (TT-Eichung) einer Wellengleichung mit Quellenterm:

$$\Box h_{\mu\nu} := \left(-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2\right) h_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \tag{2.4}$$

Analog zur Theorie der Elektrodynamik werden Wellen durch zeitliche Variationen der Energiedichteverteilung emittiert. Die elektromagnetische Dipolstrahlung ist der erste nichtverschwindende Beitrag einer Multipolentwicklung für die Ausstrahlung elektromagnetischer Wellen durch beschleunigte Ladungen. Masse und Energie kommen dahingegen nur mit positiver *Ladung* vor, weswegen der erste nichtverschwindende Beitrag einer Multipolentwicklung durch das Quadrupolmoment der Energieverteilung erzeugt wird. Radialsymmetrische Änderungen der Masseverteilung, wie beispielsweise ein kugelförmiger rotierender Stern, erzeugen also keine Gravitationswellen.
Im Vakuum verschwindet der Quellterm und Gleichung (2.4) geht in eine homogene Wellengleichung über:

$$\Box h_{\mu\nu} = 0 \tag{2.5}$$

Vakuum-Lösungen von Gleichung (2.5) sind monochromatische, transversale Wellen, die sich mit Lichtgeschwindigkeit c ausbreiten. Gravitationswellen von fernen Quellen können in einem passend gewählten Koordinatensystem als ebene Wellen $h(\omega_G t - kz)$, die sich in z-Richtung ausbreiten, beschrieben werden. Beliebige Gravitationswellen werden dann mit dem Superpositionsprinzip aus sinusförmigen Gravitationswellen zusammengesetzt. In der TT-Eichung ist der Tensor $h_{\mu\nu}$ spurfrei:

$$h^{\mathrm{TT}}_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{11} & h_{12} & 0 \\ 0 & h_{21} & h_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{2.6}$$

Die beiden rechtsstehenden Tensoren entsprechen den zwei linearen Polarisationszuständen einer Gravitationswelle. Die $+$-Polarisation geht durch eine 45°-Drehung um die Propagationsrichtung in die $\times$-Polarisation und durch eine 180°-Drehung um die Propagationsrichtung in sich selbst über. Aufgrund dieser Eigenschaft der Drehimpulstransformation entspricht das Graviton also einem Teilchen mit Spin 2.
Abbildung (2.1) zeigt die Wirkung einer ebenen Gravitationswelle auf einen kreisförmigen Ring von Testmassen für $+$- und $\times$-Polarisation.

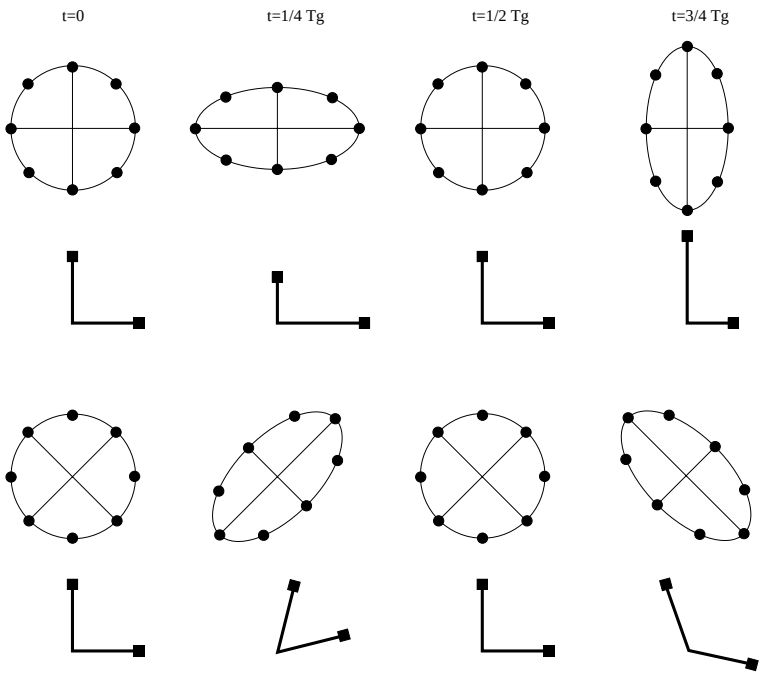

Abbildung 2.1.: Geodätischer Effekt einer ebenen Gravitationswelle der Periode Tg für +-Polarisation und $\times$-Polarisation auf einen kreisförmigen Ring von Testmassen.

Die Anordnung der Testmassen wird nach einer viertel Periode der Gravitationswelle $1/4\,T_g$

zu einer Ellipse mit maximaler Exzentrizität verformt. Die Längen der Hauptachsen der Ellipsen oszillieren mit der Frequenz der Gravitationswelle und somit auch der Abstand der Testmassen.

Wirkung auf freie Testmassen

Der 4-dimensionale Abstand zwischen zwei Testmassen wird durch die Lichtlaufzeit zwischen den Koordinaten definiert, wobei für lichtartige Teilchen $ds^2 = 0$ gilt. Wird für eine $+$-polarisierte ebene Welle ein Lichtstrahl entlang der x-Achse benutzt, um diesen Abstand zu messen, so vereinfacht sich Gleichung (2.2) mit (2.3) zu:

$$\begin{aligned} ds^2 &= 0 && (2.7)\\ &\approx (\eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu})\, dx^\mu dx^\nu && (2.8)\\ &= -c^2 dt^2 + \left[1 + h_+(\omega_G t)\right] dx^2 && (2.9) \end{aligned}$$

Auflösen von (2.9) ergibt:

$$\begin{aligned} dx &= \frac{c}{\sqrt{1 + h_+(\omega_G t)}} \cdot dt && (2.10)\\ &\approx c\left[1 - \frac{1}{2} h_+(\omega_G t)\right] \cdot dt && (2.11) \end{aligned}$$

Integration von (2.11) für einen vor- und zurücklaufenden Lichtstrahl zwischen den ortsfesten Koordinaten $x = 0$ und $x = L$ liefert den *Abstand* der Testmassen:

$$\begin{aligned} 2L &= \int_0^L dx - \int_L^0 dx && (2.12)\\ &\approx \int_{t-\tau_{rt}}^{t} dt' \cdot c\left[1 - \frac{1}{2} h_+(\omega_G t')\right] && (2.13) \end{aligned}$$

Für die Umlaufzeit (*round-trip*) τ_{rt} des Lichtstrahles erhält man dann:

$$\tau_{rt}(t) \approx \frac{2L}{c} + \frac{1}{2} \int_{t-\tau_{rt}}^{t} dt' \cdot h_+(\omega_G t') \qquad (2.14)$$

Eine Gravitationswelle moduliert folglich die Umlaufzeit eines Lichtstrahles. Diesen Effekt kann man aber auch als eine zeitlich variierende Positionsänderung $\delta L(t)$ der Testmassen, definiert durch die Lichtlaufzeit $\tau_{rt}(t)$, interpretieren.

$$2(L + \delta L(t)) := c\,\tau_{rt} = 2L + \frac{c}{2} \int_{t-\tau_{rt}}^{t} dt' \cdot h_+(\omega_G t') \qquad (2.15)$$

Für monochromatische Gravitationswellen $h_+(t) = h_0 \cdot \cos(\omega_G t)$ lässt sich das Integral (2.15) näherungsweise lösen:

$$\delta L(t) \approx \frac{c}{4} h_0 \int_{t-\frac{2L}{c}}^{t} \mathrm{d}t' \cdot h_+(\omega_G t') \tag{2.16}$$

$$= \frac{h_0 c}{4\omega_G} \cdot \sin(\omega_G t') \Big|_{t-\frac{2L}{c}}^{t} \tag{2.17}$$

$$= L \cdot \frac{h_0}{2} \cdot \mathrm{sinc}\left(\omega_G \frac{L}{c}\right) \cdot \cos\left(\omega_G \left(t - \frac{L}{c}\right)\right) \tag{2.18}$$

Die Längenänderung ist proportional zur Länge L und zu der Gravitationswellenamplitude h_0. Die sinc-Funktion hat eine Nullstelle, wenn die Lichtlaufzeit zwischen den Testmassen gleich der Gravitationswellenperiode T_G ist. Die integrierte Längenänderung ist in diesem Fall gleich Null, da der Effekt der Gravitationswelle nach einer Halbperiode das Vorzeichen wechselt und eine Längenänderung in eine Kontraktion übergeht.
Für kurze Speicherzeiten vernächlässigt man den Amplitudenspeichereffekt, der durch die sinc-Funktion ausgedrückt wird, und erhält die relative Längenänderung direkt proportional zu der Gravitationswellenamplitude:

$$\frac{\delta L}{L} = \frac{1}{2} h_0 \tag{2.19}$$

Gleichung (2.19) erklärt, weshalb der Effekt einer Gravitationswelle auch als *Dehnung* der Länge L (*strain*), gemessen durch die Lichtlaufzeit, interpretiert wird.

2.1.1. Nachweis von Gravitationswellen

Ein MICHELSON-Interferometer (Abb. 2.2) ist ein geeignetes Instrument, um kleine relative Längenänderungen oder Laufzeitänderungen nachzuweisen[1]. Die ersten experimentellen Arbeiten zu interferometrischen Gravitationswellendetektoren wurden Anfang 1970 von FORWARD [60] und WEISS [95] durchgeführt. Frühe Ideen sind bereits in einer Veröffentlichung von GERTSENSHTEIN und PUSTOVOIT [36] zu finden.
Für die Detektion von Gravitationswellen wird der Ausgang des Michelson-Interferometers dunkel gehalten (*dark fringe*), so dass eine Nullmessung möglich ist [76]. Ein weiterer Vorteil ist, dass das eingestrahlte Licht zum Eingang zurückläuft und Power-Recycling verwendet werden kann. Eine Änderung der Position der Testmassen erzeugt eine Phasenverschiebung zwischen den Feldkomponenten des Lichtfeldes in beiden Armen, so dass diese am

[1] Eine weiterer Typ von Gravitationswellendetektoren sind Zylinderantennen (*resonant bar detecors* [8]), die aber im Rahmen dieser Arbeit nicht berücksichtigt werden.

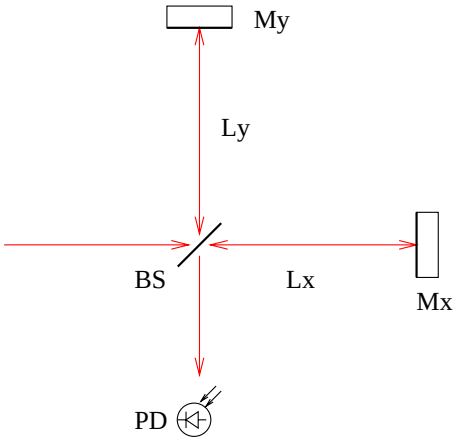

Abbildung 2.2.: Prinzipskizze eines MICHELSON-Interferometers zum Nachweis von relativen Längenänderungen. BS: Strahlteiler, PD: Photodetektor. M_x, M_y: Spiegel.

Ausgang nicht mehr vollständig destruktiv interferieren. Für annähernd gleiche Armlängen ist das Ausgangssignal dann direkt proportional zur Phasenänderung $\delta\phi$:

$$\delta\phi(t) = \frac{2\pi}{\lambda_L}\cdot(L_x - L_y) = \frac{2\pi}{\lambda_L}\cdot(\delta L_x - \delta L_y) \tag{2.20}$$

$$\approx \omega_L \frac{2L}{c}\cdot h_0 \,\mathrm{sinc}\left(\omega_G \frac{2L}{c}\right)\cdot\cos\left(\omega_G\left(t-\frac{L}{c}\right)\right) \tag{2.21}$$

$$\approx 2\omega_L \frac{L}{c}\cdot h_0 \qquad \text{für } \tau_{rt} < T_G \tag{2.22}$$

Eine Gravitationswelle moduliert die Phase des Lichtfeldes mit der Frequenz der Gravitationswelle. Da die erwarteten Amplituden in der Größenordnung $h_0 \approx 10^{-22}$ liegen, ist der Modulationshub sehr klein, etwa $\delta\phi \approx 10^{-12}$ rad für eine Armlänge des MICHELSON-Interferometers von 1200 m.
Um ein ausreichendes Signal-zu-Rauschverhältnis zu erhalten, muss die Armlänge möglichst groß sein. Die optimale Armlänge für eine Gravitationswellenperiode T_G von 1 kHz beträgt 300 km, eine völlig unrealistische Größe für erdgebundene Detektoren. Eine Erhöhung der Signalspeicherzeit durch FABRY-PEROT-Cavities in den Armen des Interferometers oder durch Signal-Recycling (Kap. 2.2, [57, 43]) erhöht die durch Gravitationswellen erzeugte Phasenverschiebung und damit auch die Nachweisempfindlichkeit.

2.1.2. Quellen von Gravitationswellen

Die Metrikänderung durch Gravitationswellen $h_{\mu\nu}$ kann in erster Ordnung durch den Quadrupolformalismus beschrieben werden[2]. Die Amplitude $h_{\mu\nu}$ ist proportional der zweiten

[2] Diese Näherung gilt für Systeme, deren Abmessung kleiner ist als die reduzierte Wellenlänge der Gravitationswellen $\lambda_{GW}/2\pi$.

zeitlichen Ableitung des reduzierten Quadrupolmomentes der Quelle [58]:

$$h_{\mu\nu}^{\mathrm{TT}}(t) = \frac{2G}{c^4 R} \cdot \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2} I_{\mu\nu}(t - R/c) \tag{2.23}$$

wobei R der Abstand von der Quelle und $t - R/c$ die retardierte Zeit sind. Das reduzierte Quadrupolmoment ist definiert als das spurfreie zweite Moment der Massendichte-Verteilung der Quelle:

$$I_{\mu\nu}^{\mathrm{TT}}(t) = \int \mathrm{d}^3x \cdot \rho(x,t) \left[x_\mu x_\nu - \frac{1}{3} x^2 \delta_{\mu\nu} \right] \tag{2.24}$$

Mit Gleichung (2.23) ist es nun möglich, die Gravitationswellenamplituden Newtonscher Systeme zu berechnen. Komplizierte Prozesse hingegen erfordern eine vollständige Lösung der EINSTEINSCHEN Feldgleichungen, was in der Regel nur noch numerisch realisierbar ist.

Durch die Emission von Gravitationswellen wird Energie abgestrahlt. Die Luminosität L_{GW} ist innerhalb der Quadrupolnäherung proportional dem Zeitmittel des Quadrates der dritten zeitlichen Ableitung des reduzierten Quadrupolmomentes der Quelle:

$$L_{\mathrm{GW}} = \frac{G}{5c^5} \langle \dddot{I}_{\mu\nu} \dddot{I}^{\mu\nu} \rangle_T \tag{2.25}$$

Die Luminosität skaliert mit dem extrem kleinen Faktor $G/5c^5 = 1.8 \cdot 10^{-53}\,\mathrm{W}^{-1}$. Nur sehr kompakte astrophysikalische Objekte mit Orbits in der Größenordnung der Abmessung der Objekte emittieren nachweisbare Gravitationswellen. Das System Sonne-Jupiter emittiert etwa nur 5 kW mit einer Periode von 11.8 Jahren. Ein Binärsystem aus zwei Neutronensternen kurz vor der Verschmelzung (*binary coalescence*) emittiert dahingegen für den Bruchteil einer Sekunde eine Leistung in der Größenordnung von $10^{42}\,\mathrm{W}$ mit Frequenzen von einigen hundert Hertz.

Durch Umstellen von (2.23) und (2.25) lässt sich die Luminosität L näherungsweise durch die Gravitationswellenamplitude $h_{\mu\nu}$ beschreiben:

$$\begin{aligned} L &= \frac{R^2 c^3}{20G} \langle \dot{h}_{\mu\nu} \dot{h}^{\mu\nu} \rangle_T && (2.26) \\ &\approx \frac{R^2 c^3 \omega_{\mathrm{G}}^2}{40G} h_0^2 \qquad \text{für} \quad h(t) = h_0 \cos \omega_{\mathrm{G}} t && (2.27) \\ &= 10^{45}\,\mathrm{W} \times \left[\frac{R}{20\,\mathrm{Mpc}} \right]^2 \left[\frac{\omega_{\mathrm{G}}}{2\pi 300\,\mathrm{Hz}} \right]^2 \left[\frac{h_0}{10^{-22}} \right]^2 && (2.28) \end{aligned}$$

Für die Energieflussdichte Φ_E folgt dann direkt:

$$\begin{aligned} \Phi_E &= \frac{L}{4\pi R^2} && (2.29) \\ &= 10^{-5}\,\mathrm{W\,m^{-2}} \times \left[\frac{\omega_{\mathrm{G}}}{2\pi 300\,\mathrm{Hz}} \right]^2 \left[\frac{h_0}{10^{-22}} \right]^2 && (2.30) \end{aligned}$$

Astrophysikalische Quellen von Gravitationswellen

Die Empfindlichkeit erdgebundener interferometrischer Gravitationswellendetektoren der ersten Generation wird etwa 10^{-22} in dem Frequenzbereich von 10 Hz bis zu einigen kHz betragen. Nachweisbare Quellen müssen also sehr kompakt sein und große Energien emittieren, um Gravitationswellenamplituden von 10^{-22} zu erzeugen bzw. relativ nahe sein. Mögliche Quellen sind asymmetrische Supernova- Explosionen, das Verschmelzen von Binär-Systemen oder periodische Signale von Doppelsternen und Pulsaren in unserer Galaxie. Ein Überblick über astro-physikalische Quellen und ihre Signalstärken befindet sich unter Anderem in [80, 81].

2.2. Der GEO 600-Detektor

Das GEO 600-Projekt ist eine deutsch-britische Kollaboration zum Bau eines interferometrischen Gravitationswellendetektors mit 600 m Armlänge. Der GEO 600-Detektor befindet sich südlich von Hannover, in Ruthe, auf einem Gelände der Universität Hannover und wird im Jahr 2000 seinen Messbetrieb aufnehmen. Ein schematisches Layout des GEO 600-Detektors ist in Abb. 2.3 dargestellt.

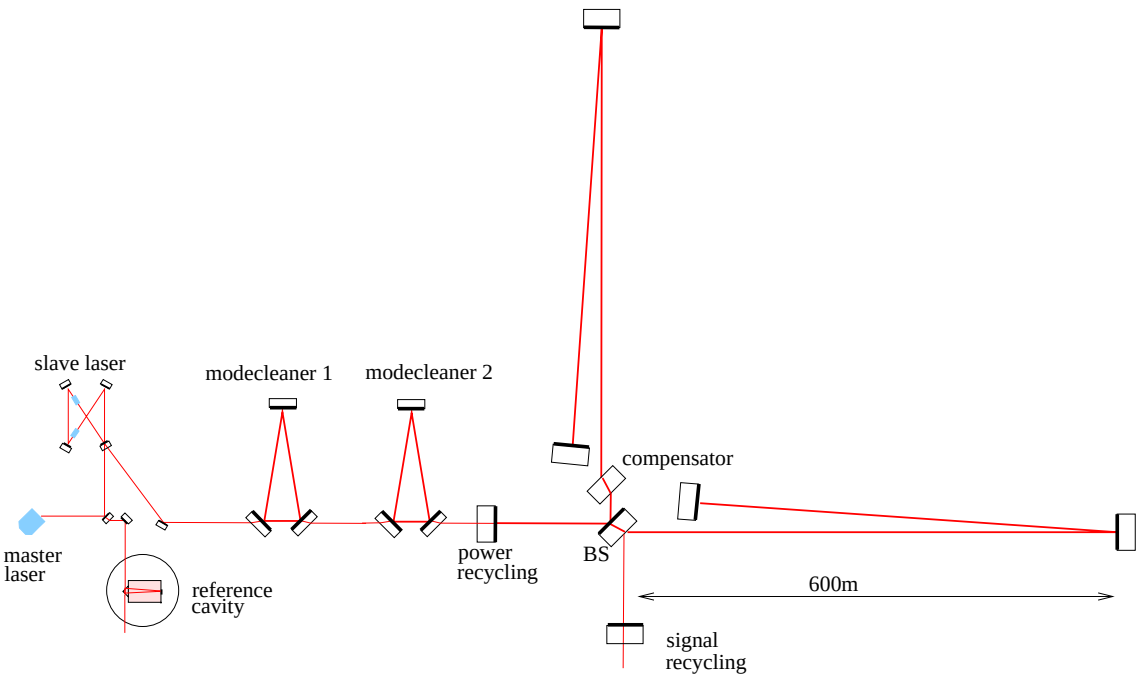

Abbildung 2.3.: Schematisches Layout von GEO 600.

		Ref. Cavity	MC1	MC2	PRC	SRC
optische Länge	L_{rt}	0.427 m	8.001 m	8.101 m	1200 m	1200 m
Finesse	F	58 000	1 900	1 900	6 000	500 – 6000
Freier Spektralbereich	FSR	702 MHz	37.5 MHz	37.0 MHz	125 kHz	125 kHz
3dB-Linienbreite	δ_c	6 kHz	9.85 kHz	9.75 kHz	10 Hz	70 – 10 Hz
Speicherzeit	τ_s^p	13 µs	8 µs	8 µs	8 ms	1 – 8 ms

Tabelle 2.1.: Optische Daten der verschiedenen Cavities des GEO 600-Detektors. Ref.C: GEO 600-Referenz-Cavity; MC1,2: Mode-Cleaner 1,2; PRC: Power-Recycling-Cavity; SRC: Signal-Recycling-Cavity. Die 3 dB-Linienbreite (HWHM) entspricht der Pol-Frequenz der Cavities (Anhang B).

Die Strahlung des amplituden- und frequenzstabilisierten Nd:YAG-Laser-Systems wird über zwei Moden-Cleaner in das dual-recycelte MICHELSON-Interferometer eingekoppelt. Die Moden-Cleaner und das Interferometer befinden sich in einem Ultrahochvakuumsystem. Die Moden-Cleaner haben eine optische Umlauflänge von 8.0 m bzw. 8.1 m und eine Finesse von 1900. Die Spiegel der Moden-Cleaner sind als Doppelpendel zur Unterdrückung seismischer Störungen aufgehängt [68, 76]. Die Pendel haben eine Resonanzfrequenz von etwa 1 Hz. Um ein Anschwingen der Pendelresonanzen zu vermeiden, werden diese aktiv gedämpft (*lokale Regelungen*). Die Frequenzkomponenten des seismischen Spektrums oberhalb der Pendelresonanz werden dann mit $1/f^2$ pro Pendelstufe unterdrückt. Die Aufgabe der Moden-Cleaner ist es, Strahlgeometriefluktuationen der Lasermode zu unterdrücken. Zusätzlich wird Amplituden- und Frequenzrauschen des Lasers für Frequenzen oberhalb der 3 dB-Linienbreite der Moden-Cleaner passiv gefiltert (Anhang B).
Das eigentliche Michelson-Interferometer besteht aus dem Strahlteiler und den beiden jeweils einmal gefalteten Armen. Die optische Weglänge (round-trip) beträgt somit 2400 m. Der Arbeitspunkt des Interferometers ist so gewählt, dass der Ausgang dunkel gehalten wird. Die eingestrahlte Laserleistung verlässt das Interferometer wieder über den Eingang. Zusammen mit einem zusätzlichen Spiegel im Eingang, dem Power-Recycling-Spiegel, bildet das MICHELSON-Interferometer einen Resonator. Dies führt dazu, dass das interne Lichtfeld überhöht wird und die durch Photonen-Schrotrauschen begrenzte Empfindlichkeit gesteigert wird. Die geplante Finesse der PR-Cavity beträgt 6000 und die daraus resultierende Leistungsüberhöhung etwa 2000. Für eine eingekoppelte Lichtleistung von 5 W ergibt sich eine umlaufende Lichtleistung von etwa 10 kW.
Eine weitere Steigerung der Empfindlichkeit wird durch die Signal-Recycling-Technik [57] erreicht. Dazu wird auch am Ausgang des MICHELSON-Interferometers ein Spiegel aufgehängt, der dann mit dem Interferometer einen weiteren Resonator bildet: die Signal-Recycling-Cavity. Der Effekt dieser Cavity besteht darin, die Speicherzeit für die Signalseitenbänder zu vergrößern und somit die Empfindlichkeit zu verbessern. Alle Spiegel des

Hauptinterferometers sind als Dreifach-Pendel aufgehängt, um eine ausreichende Entkopplung von seismischen Störungen zu erzielen. Die Spiegel können dann für Frequenzen ab ca. 20 Hz als *quasi freifallende* Testmassen betrachtet werden.

2.2.1. Die Empfindlichkeit des GEO 600-Detektors

Die Empfindlichkeit eines interferometrischen Gravitationswellendetektors wird durch diverse Rauschquellen mit unterschiedlichen physikalischen Ursachen begrenzt. Die resultierende Empfindlichkeit (*strain sensitivity*) $\widetilde{h}(f)$ ergibt sich aus der Summe sämtlicher Rauschbeiträge $S_i(f)$, wobei angenommen wird, dass es sich um unkorrelierte Rauschquellen handelt:

$$\widetilde{h}(f) = 2 \cdot \frac{\widetilde{\delta L}}{L} = \left[\sum_i S_i(f) \right]^{\frac{1}{2}} \tag{2.31}$$

Für Frequenzen unterhalb von 40 Hz verursachen seismische Vibrationen und Newtonsches Gravitationsrauschen (*gravity-gradient noise*) Fluktuationen der Position der Testmassen. Newtonsches Gravitationsrauschen wird durch lokale Änderungen der Masseverteilung, wie sich bewegende Personen oder Luftdruckveränderungen, hervorgerufen. Eine fundamentale Grenze für die Empfindlichkeit eines Gravitationswellendetektors ist das thermische Rauschen der Testmassen und ihrer Aufhängungen [75, 91]. Tabelle 2.2 fasst die vereinfachte Empfindlichkeit von GEO 600 zusammen.

Frequenz [Hz]	$\widetilde{\mathbf{h}}(\mathbf{f})$ $[1/\sqrt{\text{Hz}}]$	**Quelle**
- 40	$2.6 \times 10^{-23} \cdot [f/50\,\text{Hz}]^{-9}$	Seismik
40 – 100	$2.8 \times 10^{-22} \cdot [f/50\,\text{Hz}]^{-1}$	thermisches Rauschen der Pendel
100 -	$1.4 \times 10^{-22} \cdot [f/100\,\text{Hz}]^{-1/2}$	thermisches Rauschen der Testmassen

Tabelle 2.2.: Linearisierte Empfindlichkeit von GEO 600 für seismisches und thermisches Rauschen.

Technisches Laserrauschen muss soweit unterdrückt werden, dass diese Beiträge deutlich unterhalb der Empfindlichkeit des Detektors liegen. Die daraus resultierenden Spezifikationen werden in Kap. 2.3 erläutert. Das Photonenschrotrauschen (Anhang A) hingegen ist eine quantenmechanische Grenze für interferometrische Phasen- oder Längenmessungen [48,

59]. Für ein einfaches MICHELSON-Interferometer ist die durch das Schrotrauschen für eine Lichtleistung P_0 begrenzte lineare spektrale Dichte der Phasenempfindlichkeit gegeben durch [59]:

$$\widetilde{\delta\phi}_{\mathrm{sn}} = \sqrt{\frac{2\hbar\omega_{\mathrm{L}}}{P_0}} \tag{2.32}$$

$$\widetilde{h}_{\mathrm{sn}} = \frac{c}{L}\sqrt{\frac{\hbar}{2}\cdot\frac{1}{\omega_{\mathrm{L}}P_0}} \tag{2.33}$$

Power-Recycling erhöht die Lichtleistung, wohingegen Signal-Recycling die Signalspeicherzeit erhöht. Die Empfindlichkeit für ein Interferometer mit Dual-Recycling (PR+SR) erhält man, indem Gleichung (2.33) durch die frequenzabhängige optische Signalüberhöhung $G(f)$ geteilt wird [59]:

$$\widetilde{h}_{\mathrm{sn}}(f) = \frac{1}{|G(f)|}\cdot\frac{c}{L}\sqrt{\frac{\hbar}{4}\cdot\frac{1}{\omega_{\mathrm{L}}P_0}} \tag{2.34}$$

Die Finesse F und die Bandbreite f_{BW} der Signal-Recycling-Cavity sind durch die Transmission des Signal-Recycling-Spiegels T_{SR} gegeben [44]:

$$F_{\mathrm{SRC}} \approx \frac{2\pi}{T_{SR}} \tag{2.35}$$

$$f_{\mathrm{BW}} = \frac{c}{8\pi L}\cdot T_{\mathrm{SR}} \tag{2.36}$$

Die Empfindlichkeit eines dual-recycelten MICHELSON-Interferometers ist im Wesentlichen durch die im Detektor gespeicherte Energie E und die effektive Bandbreite des Detektors f_{BW} gegeben. Näherungsweise lässt sich die *Peak*-Empfindlichkeit nach [59] wie folgt beschreiben[3]:

$$\widetilde{h}_{\mathrm{sn}} \gtrapprox \sqrt{\frac{4\hbar}{\omega_{\mathrm{L}}}\cdot\frac{f_{\mathrm{BW}}}{E}} \tag{2.37}$$

Für Signal-Recycling mit einer Transmission des Signal-Recycling-Spiegels von 0.7% und einer umlaufenden Lichtleistung von 10 kW ergibt sich somit eine Dehnungsempfindlichkeit von:

$$\widetilde{h}_{\mathrm{sn}} \gtrapprox 3.0\cdot 10^{-23}\,\frac{1}{\sqrt{\mathrm{Hz}}}\times\left[\frac{\lambda_{\mathrm{L}}}{1064\,\mathrm{nm}}\right]^{\frac{1}{2}}\left[\frac{E}{80\,\mathrm{mJ}}\right]^{-\frac{1}{2}}\left[\frac{f_{\mathrm{BW}}}{300\,\mathrm{Hz}}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{2.38}$$

Für einen Gravitationswellendetektor mit Dual-Recycling gibt es einen breitbandigen und einen schmalbandigen Betriebsmodus [57]. Im breitbandigen Fall ist die Laserleistung und

[3] Dieser Ausdruck ist eine Näherung um verschiedene Konfigurationen miteinander zu vergleichen, liefert aber die richtige Größenordnung der Dehnungsempfindlichkeit.

die Überhöhung der Recycling-Cavities so gewählt, dass das thermische Rauschen der Testmassen die Empfindlichkeit bis etwa 160 Hz dominiert (Abb. 2.4 a). Schmalbandiges Signal-Recycling (Abb. 2.4 b) ermöglicht es, die Empfindlichkeit in einem schmalen Frequenzband deutlich zu steigern, um nach monochromatischen Quellen wie z. B. Pulsaren zu suchen.

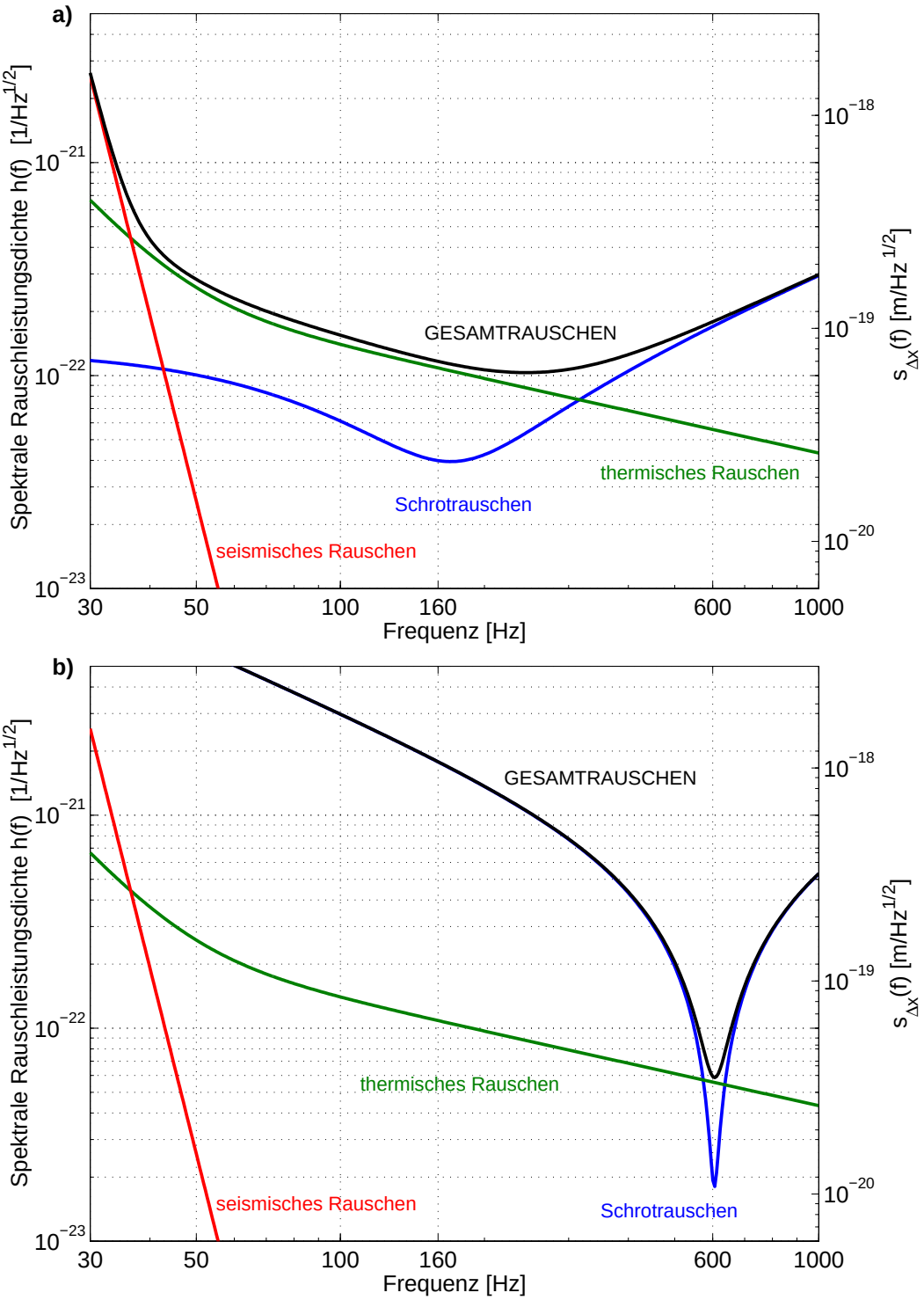

Abbildung 2.4.: Empfindlichkeit $\tilde{h}(f)$ von GEO 600. Masse des Strahlteilers $M_{BS} = 9.34\,kg$, Masse der Endspiegel $M = 5.6\,kg$, Güte der Pendelaufhängungen $Q_{Pendel} = 10^7$, interne Güte der Testmassen $Q_{intern} = 5 \cdot 10^6$, umlaufende Laserleistung $P_{int} = 7\,kW$ [87].
a) Breitbandiges Signal-Recycling für eine Verstimmung von 160 Hz, Reflektivität des Signal-Recycling-Spiegls $R_s = 0.993$.
b) Schmalbandiges Signal-Recyling, optimiert für eine Detektionsfrequenz von 600 Hz, Reflektivität des Signal-Recycling-Spiegls $R_s = 0.999$.

2.3. Spezifikationen für das GEO 600-Laser-System

2.3.1. Laser-Frequenzrauschen

Eine Abweichung der Laserfrequenz um $\delta\nu$ führt in beiden Armen des MICHELSON-Interferometers zu einer Phasenverschiebung. Der differentielle Effekt würde für exakt gleiche Armlängen verschwinden (Weißlicht-Interferometer). Besteht nun ein Armlängenunterschied $\Delta L := L_x - L_y$, so koppeln Frequenzstörungen in ein Signal der Ausgangsphase des Lichtfeldes ein:

$$\delta\phi = \frac{2\pi}{c}\left[\delta\nu\Delta L + \nu_L \delta L\right] \tag{2.39}$$

Das eigentliche Messsignal δL muss nun größer sein, als die durch Frequenzstörungen erzeugten scheinbaren Längenänderungen:

$$\delta L > \frac{\delta\nu}{\nu_\mathrm{L}}\Delta L \tag{2.40}$$

Dies führt zu einer Grenze der Empfindlichkeit aufgrund von Laserfrequenzrauschen (Laserfrequenz: $\nu_\mathrm{L} = 282 \cdot 10^{12}\,\mathrm{Hz}$)

$$\widetilde{h}_{\widetilde{\delta\nu}}(f) = 2\left(\frac{\Delta L}{L}\right)\cdot\left(\frac{\widetilde{\delta\nu}}{\nu_\mathrm{L}}\right) \tag{2.41}$$

$$= 7\cdot 10^{-24}\,\frac{1}{\sqrt{\mathrm{Hz}}}\times\left[\frac{\Delta L/L}{10^{-4}}\right]\left[\frac{\widetilde{\delta\nu}}{10^{-5}\,\mathrm{Hz}^{1/2}}\right] \tag{2.42}$$

Eine weitere Rauschquelle ist Streulicht im MICHELSON-Interferometer, das mit dem Hauptstrahl interferiert. Die integrierte gestreute Leistung moderner Superspiegel liegt bei etwa 1 ppm. Durch den Einsatz von Blenden (*baffels*) in den Interferometerarmen wird dieser Effekt erheblich reduziert, so dass der Rauschbeitrag durch den Armlängenunterschied (2.41) dominiert.

2.3.2. Leistungsfluktuationen

Ein MICHELSON-Interferometer kann nur idealisiert exakt auf den *dark fringe* Arbeitspunkt stabilisiert werden. Eine Phasenabweichung (*fringe offset* $\Delta\Phi$) vom Interferenzminimum tritt aufgrund elektronischer Offsets und endlicher Verstärkung der Regelkreise, die das Interferometer auf dem Arbeitspunkt halten, auf. Weiterhin wird der Interferenzkontrast durch Strahlverkippung und durch geringfügig unterschiedliche Krümmungsradien der Spiegel des MICHELSON-Interferometers reduziert.

Leistungsfluktuationen koppeln dann direkt in das Messsignal ein [88]:

$$\widetilde{h}_{\widetilde{\delta P}}(f) = \frac{\lambda_L}{L}\left(\frac{\Delta\Phi}{2\pi}\right)\cdot\left(\frac{\widetilde{\delta P}}{P}\right) \tag{2.43}$$

$$= 8.8\cdot 10^{-24}\,\frac{1}{\sqrt{\mathrm{Hz}}}\times\left[\frac{\Delta\Phi}{2\pi\,10^{-6}\,\mathrm{rad}}\right]\left[\frac{\widetilde{\delta P}/P}{10^{-8}\,\mathrm{Hz}^{-1/2}}\right] \tag{2.44}$$

Mit Regelkreisen ist es möglich, den Ausgang auf $2\pi\,10^{-6}\,\mathrm{rad}$ bzw. $10^{-6}\,\lambda_L$ zu stabilisieren. Dies enstpricht einem Längenoffset von $\lambda_L\Delta\Phi/(2\pi) = 10^{-12}\,\mathrm{m}$.
In Abbildung 2.6 sind die Anforderungen für das Laser-System für die oben erwähnten Parameter dargestellt (Kurve A). Hierbei wurde gefordert, dass die äquivalente Dehnungsempfindlichkeit aufgrund von Laserfrequenzfluktuationen bzw. Leistungsfluktuationen um einen Faktor 15 (*safty margin*) niedriger ist, als die durch das thermische Rauschen begrenzte Empfindlichkeit von GEO 600. Die Filtereigenschaften der Power-Recycling-Cavity für Frequenzen oberhalb der Linienbreite von 10 Hz reduzieren die Anforderung an das Laserrauschen (Kurve B). Die Anforderungen für das vorstabilisierte Laser-System bei Eintritt in den Moden-Cleaner sind in Kurve C wiedergegeben.

Die relativen Frequenz- und Leistungsfluktuationen zwischen dem Lichtfeld und dem dual-recycelten MICHELSON-Interferometer werden detektiert und durch Regelkreise unterdrückt. Der Speicherzeiteffekt der Moden-Cleaner begrenzt die erreichbare Regelbandbreite auf etwa 10 kHz. Insbesondere werden durch die räumliche Filterung des transversalen Lasermodes durch die Moden-Cleaner zusätzliche Leistungsfluktuation erzeugt (*excess intensity noise*). Es ist folglich nicht notwendig, die Leistungsfluktuation vor den Moden-Cleanern zu unterdrücken, um die Spezifikation von Kurve B zu erreichen. Um eine moderate Verstärkung in diesen Regelkreisen (Abb. 2.5) zu erreichen, muss das Laser-System jedoch vorstabilisiert werden. Die Differenz zwischen den Kurven B und C ergibt somit die notwendige Verstärkung der Frequenz- bzw. Leistungsregelkreise.

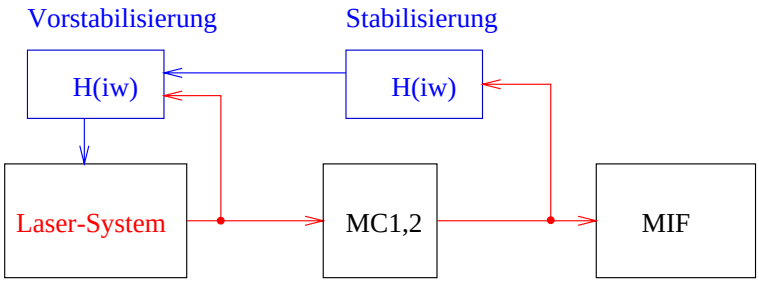

Abbildung 2.5.: Blockdiagramm Laserstabilisierung. MC: Moden-Cleaner; MIF: MICHELSON-Interferometer.

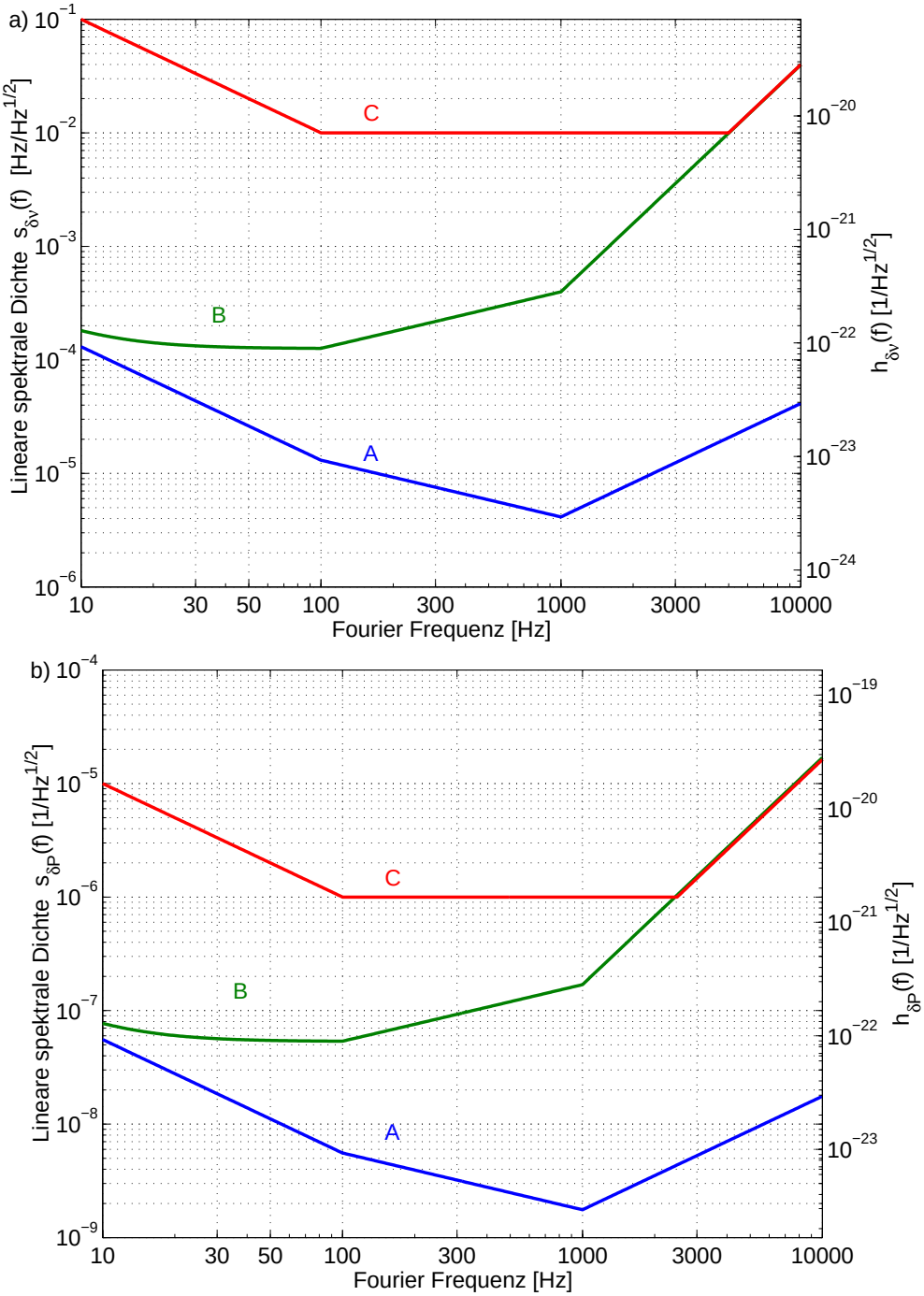

Abbildung 2.6.: Spezifikation für das GEO 600-Laser-System. Die rechte Achse gibt die resultierende Dehnungsempfindlichkeit für GEO 600 an. A: am Strahlteiler des MICHELSON-Interferometers; B: beim Eintritt in die Power-Recycling-Cavity; C: vorstabilisiertes Laser-System.
a) Spezifikation der linearen spektralen Rauschleistungsdichte der Frequenzfluktuationen $s_{\delta\nu}(f)$ für eine Armlängenasymmetrie von $\Delta L/L = 10^{-4}$.
b) Spezifikation der linearen spektralen Rauschleistungsdichte der relativen Leistungsfluktuationen $s_{\delta P}(f)$ für einen *fringe offset* $\Delta\Phi = 2\pi\,10^{-6}$ rad.

3. Das Laser-System

3.1. Systemtheoretische Grundlagen

Ein komplexes (injektion-gelocktes) Laser-System oder ein dual-recyceltes MICHELSON-Interferometer mit einer Vielzahl von Regelkreisen kann nur durch nichtlineare gekoppelte Differentialgleichungssysteme beschrieben werden. Die in dieser Arbeit verwendeten systemtheoretischen Methoden gelten aber nur für lineare zeitinvariante Systeme (LTI-Systeme). Im eingeschwungenen Zustand stabilisieren Regelkreise die Laserparameter auf Gleichgewichtswerte, so dass nur noch kleine Störungen betrachtet werden und die Differentialgleichungen um die Gleichgewichtswerte entwickelt werden können. Im Folgenden werden die in dieser Arbeit angewandten grundlegenden Begriffe und Methoden erläutert.

3.1.1. Lineare Systeme

Lineare, kontinuierliche, zeitinvariante Systeme mit einer Eingangsgröße $x(t)$ und einer Ausgangsgröße $y(t)$ lassen sich durch die lineare Differentialgleichung

$$\sum_{i=0}^{n} a_i \frac{\partial^i y(t)}{\partial t^i} = \sum_{j=0}^{m} b_i \frac{\partial^i x(t)}{\partial t^i} \tag{3.1}$$

mit $m \leq n$ beschreiben. Durch eine LAPLACE-Transformation von (3.1) gehen die Zeitableitungen in Multiplikationen mit der LAPLACE-Variablen $s = \mathrm{i}\omega$ über, und man erhält die Transferfunktion (Übertragungsfunktion):

$$T(s) := \frac{y(s)}{x(s)} =: \frac{N(s)}{Z(s)} = \frac{\sum_{j=0}^{m} b_j s^j}{\sum_{i=0}^{n} a_i s^i} \tag{3.2}$$

$$= \frac{\prod_{j=0}^{m} (s - n_j)}{\prod_{i=0}^{n} (s - p_i)} \tag{3.3}$$

Gleichung (3.3) ist die faktorisierte Form von (3.2). Die Nullstellen n_j und Pole p_i sind entweder reell oder komplex konjugierte Paare, da die Koeffizienten a_i, b_j reell sind. Durch Angabe der Pole und Nullstellen ist eine Transferfunktion vollständig bestimmt.

3.1.2. Spektrale Dichten

Stationäre Rauschprozesse einer Messgröße $a(t)$ werden durch die auf ein Frequenzintervall Δf normierte Rauschleistungsdichte $S_a(f)$ beschrieben [94, 61]. Zunächst definiert man den Mittelwert der Zeitserie einer Messgröße $a(t)$:

$$\langle a \rangle := \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{t_0-T}^{t_0+T} \mathrm{d}t \cdot a(t) \tag{3.4}$$

Das Schwankungsquadrat $\Delta^2 a$ (oder auch die Varianz σ^2) erhält man durch zeitliche Mittelung der Abweichung der Messgröße von ihrem Mittelwert:

$$\Delta^2 a := \sigma_a^2 := \left\langle (a(t) - \langle a \rangle)^2 \right\rangle = \langle a^2 \rangle - \langle a \rangle^2 \tag{3.5}$$

Definitionsgemäß ist der Mittelwert der Schwankung $\langle \Delta a(t) \rangle = a(t) - \langle a \rangle = 0$. Die Korrelationsfunktion 1. Ordnung beschreibt den Korrelationsgrad zwischen zwei Messserien $a_i(t)$ und $a_j(t)$.

$$g_{ij}^{(1)}(\tau) := \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}t \cdot a_i(t)\, a_j(t+\tau) \tag{3.6}$$

Für $i = j$ erhält man die Autokorrelationsfunktion. Die Fouriertransformierte der Autokorrelationsfunktion liefert dann die spektrale Rauschleistungsdichte (PSD: *power spectral density*) der Größe a[1]:

$$S_a(f) := F\,T\left\{ g_{ii}^{(1)}(\tau) \right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}\tau \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\pi f \tau} g_{ii}^{(1)}(\tau) \tag{3.7}$$

Die Wurzel von (3.7) wird als lineare spektrale Dichte (LSD) bezeichnet:

$$s_a(f) := \widetilde{a}(f) := \sqrt{S_a(f)} \quad \frac{[a]}{\sqrt{\mathrm{Hz}}} \tag{3.8}$$

[1] Diese Beziehung wird als WIENER-KHINTCHINE-Theorem bezeichnet [61].

Die Bezeichnungen $\widetilde{a}(f)$ und $s_a(f)$ werden synonym für die lineare spektrale Dichte der Größe a benutzt. Integration der spektralen Dichte über ein Frequenzintervall Δf liefert den rms-Wert Δa_{rms} (*root mean square*):

$$\Delta a_{\mathrm{rms}} = \left[\int_{f}^{f+\Delta f} \mathrm{d}f \cdot S_a(f) \right]^{-1/2} \tag{3.9}$$

$$\approx [S_a(f) \cdot \Delta f]^{-1/2} \tag{3.10}$$

$$\approx s_a(f) \cdot \sqrt{\Delta f} = \widetilde{a} \cdot \sqrt{\Delta f} \tag{3.11}$$

Ist die spektrale Dichte $\widetilde{a}(f)$ annähernd konstant in dem Frequenzintervall Δf, so entspricht sie dem frequenznormierten rms-Wert:

$$\widetilde{a}(f) = \frac{\Delta a_{\mathrm{rms}}(f)}{\sqrt{\Delta f}} \tag{3.12}$$

Mit einem Spektrumanalysator wird der rms-Wert einer Messgröße in einem Frequenzband Δf (RBW: *resolution bandwidth*) bestimmt. Die lineare spektrale Dichte $\widetilde{a}(s)$ erhält man, indem der rms-Wert durch die Wurzel der Messbandbreite RBW dividiert wird.
Ist die Transferfunktion von einem Eingangssignal $a(f)$ auf ein Ausgangssignal $b(f)$ bekannt, so lässt sich für lineare Systeme direkt die spektrale Dichte der Ausgangsgröße bestimmen $s_a(f)$:

$$b(f) = T_{ab}(f) \cdot a(f) \tag{3.13}$$

$$s_b(f) = |T_{ab}(f)| \cdot s_a(f) \tag{3.14}$$

Für unkorrelierte Rauschquellen addieren sich die spektralen Leistungsdichten der einzelnen Beiträge zur spektralen Rauschleistungsdichte gemäß:

$$S_{a+b}(f) = S_a(f) + S_b(f) \tag{3.15}$$

$$s_{a+b}(f) = [S_a(f) + S_b(f)]^{1/2} = \sqrt{\widetilde{a}^2 + \widetilde{b}^2} \tag{3.16}$$

3.1.3. Regelungstechnik

Regelkreise sind in der Laserstabilisierung von elementarer Bedeutung. So werden unter anderem Temperatur-, Amplituden- und Frequenzregelkreise benutzt, um unvermeidliche Driften zu minimieren, Rauschen zu unterdrücken und Laserparameter mit möglichst kleinen Abweichungen den Führungsgrößen folgen zu lassen.
Ein Regelkreis (Abb. 3.1) besteht aus einer Regelstrecke, einem Sensor zur Messung der Störungen, einem Aktuator und einem elektronischen Regler (Servo) [76, 27]. Eine genaue

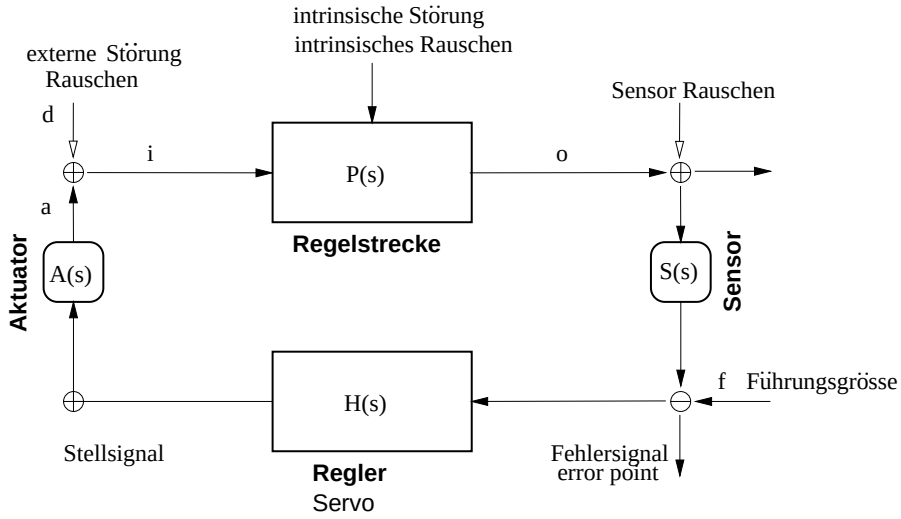

Abbildung 3.1.: Blockdiagramm eines Regelkreises.

Kenntnis der Transferfunktionen und der dynamischen Bereiche der einzelnen Elemente eines Regelkreises ist die Voraussetzung zum Entwurf eines möglichst optimalen Servos[2]. Um die Transferfunktion der offenen Regelschleife (open-loop-Transferfunktion) zu bestimmen, unterbricht man die Regelschleife an einer Stelle (z. B. hinter dem Aktuator in Abbildung 3.1) und bestimmt das Verhältnis aus dem Aktuatorsignal $a(s)$ und dem Störsignal $d(s)$:

$$T^{\mathrm{ol}}_{d\to a}(s) = \frac{a(s)}{d(s)} = -P(s)\,S(s)\,H(s)\,A(s) =: -G(s), \qquad a(s) = -d(s)G(s). \tag{3.17}$$

Ist der Regelkreis geschlossen, so setzt sich das Signal $i(s)$ aus der Störung $d(s)$ und dem Stellsignal $a(s)$ zusammen:

$$i(s) = d(s) + a(s) = d(s) - G(s)\,i(s) \tag{3.18}$$

$$= \frac{d(s)}{1+G(s)} \tag{3.19}$$

$$T^{\mathrm{cl}}_{d\to i}(s) = \frac{1}{1+G(s)} \tag{3.20}$$

Eine Störung wird für $|G(s)| \gg 1$ um den Betrag der Verstärkung der offenen Regelschleife unterdrückt und das Ausgangssignal $o(s)$ beträgt:

$$o(s) = \frac{d(s)}{1+G(s)} \cdot P(s) \tag{3.21}$$

[2] Die Anforderungen an einen *optimalen* Regelkreis hängen von der Anwendung und den jeweiligen Spezifikationen ab.

Das Aktuatorsignal $a(s)$ ergibt sich entsprechend:

$$a(s) = -G(s)\,(d(s)+a(s)) \tag{3.22}$$

$$= -\frac{G(s)}{1+G(s)}\,d(s) \tag{3.23}$$

$$T^{\mathrm{cl}}_{d\to a} = -\frac{G(s)}{1+G(s)} \tag{3.24}$$

Der Regelkreis erzeugt für $|G(s)| \gg 1$ ein Aktuatorsignal, das der Störung entspricht und um -180° phasenverschoben ist. $T^{\mathrm{cl}}_{d\to a}(s)$ wird als Transferfunktion der geschlossenen Regelschleife oder closed-loop-Transferfunktion bezeichnet.

Stabilitätsbedingung

Ein Regelkreis ist stabil, wenn die Antwortfunktion gemessen am Fehlersignal auf eine impulsartige Störung asymptotisch gegen Null abfällt. Das vereinfachte NYQUIST-Kriterium [27] erfordert für einen negativ rückgekoppelten Regelkreis, dass die Phase der open-loop-Transferfunktion $T^{\mathrm{ol}}(s)$ für $|G(s)| = 1$ (unity-gain-Punkt) weniger als $-180\,^\circ$ beträgt[3], da sonst die Gegenkopplung in eine Mitkopplung übergeht, die Störungen verstärkt werden und der Regelkreis oszilliert. (Eine Phasenreserve von 45° gewährleistet, dass durch den Regelkreis keine zusätzliches Störungen eingekoppelt werden.) Als Regelbandbreite bezeichnet man die Fourier-Frequenz, bei der Störungen noch um 3 dB unterdrückt werden.

Regelkreise mit sehr hoher Verstärkung

Die Frequenzregelkreise, die im Rahmen dieser Arbeit aufgebaut wurden, benötigen eine Unterdrückung von über 100 dB für Fourier-Frequenzen zwischen 10 Hz und 1 kHz. Es ist daher notwendig eine möglichst große Bandbreite zu erzielen. Häufig ist jedoch die realisierbare Regelbandbreite durch den Aktuator begrenzt (z.B. PZT-Resonanzen, Totzeiteffekte). Daher werden weitere Verstärkerstufen innerhalb der Bandbreite benutzt, um eine größere Unterdrückung zu erhalten. Abbildung 3.2 zeigt das Blockdiagramm eines solchen typischen Regelkreises. Die Transferfunktionen des Aktuators und des Sensors werden hier als konstant angenommen, können aber bei bekannten Transferfunktionen ebenfalls simuliert werden.

[3] Dies ist äquivalent zur der Forderung, dass die Steigung der open-loop-Transferfunktion $T^{\mathrm{ol}}(f)$ weniger als -12 dB/Oktave (f^{-2}) beim Durchgang durch den unity-gain-Punkt beträgt.

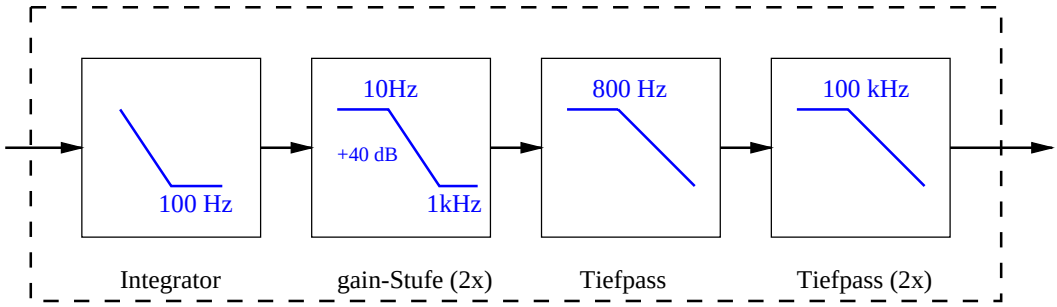

Abbildung 3.2.: Blockschaltbild eines Regelkreises mit sehr hoher Verstärkung. Bei 100 Hz setzt ein Integrator ein, um ausreichende Verstärkung bei sehr niedrigen Fourier-Frequenzen zu erhalten. Zwei gain-Stufen erhöhen die Verstärkung um je +40 dB. Der 800 Hz Tiefpass erzeugt den für die Stabilität notwendigen 1/f-Abfall bei der unity-gain Frequenz. Die zusätzlichen Tiefpässe bei 100 kHz simulieren die Aktuatorbandbreite und die Phasenverschiebung der Regelstrecke.

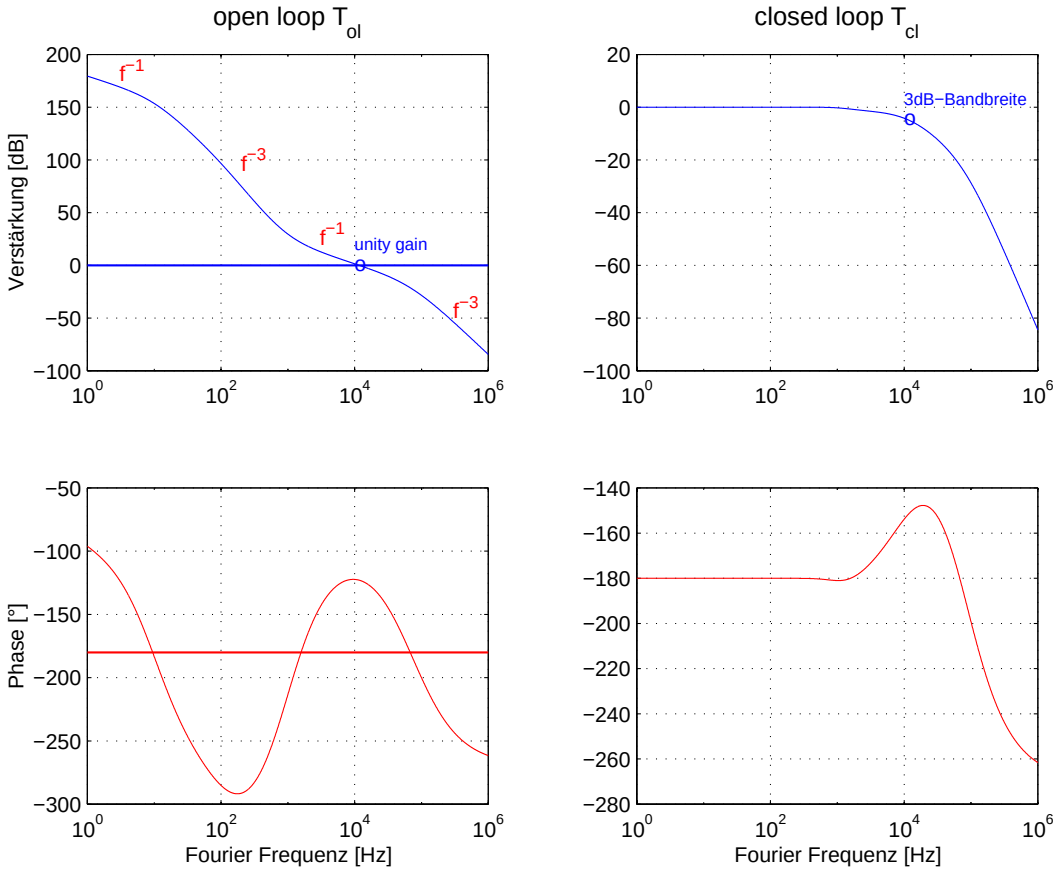

Abbildung 3.3.: Bode-Diagramm des offenen Regelkreises $T^{\mathrm{ol}}_{\mathrm{d}\to\mathrm{a}}(f)$ (links) und des geschlossenen Regelkreises $T^{\mathrm{cl}}_{\mathrm{d}\to\mathrm{a}}(f)$ (rechts). Die Regelbandbreite beträgt 10 kHz und die open-loop-Verstärkung $|G(f)|$ etwa +100 dB bei 100 Hz.

Die Transferfunktion des offenen und des geschlossenen Regelkreises sind in Abbildung 3.3 wiedergegeben. Die Verstärkung bei 100 Hz beträgt +100 dB bei einer Regelbandbreite von 10 kHz. Die Verstärkerstufen erzeugen einen zusätzlichen Abfall der Transferfunktion von jeweils 1/f pro Stufe. Anhand des Phasenverlaufes der open-loop-Transferfunktion ist der Bereich zu erkennen, in dem der Regelkreis stabil arbeitet und nicht oszilliert. Im Frequenzbereich zwischen etwa 1 kHz und 100 kHz ist die Phase oberhalb der Stabilitätsgrenze von 180°. Dies bestimmt den Bereich in dem die Verstärkung variieren darf. Regelkreise dieser Art sind somit nur bedingt stabil (*conditionally stable*).

Messung der Übertragungsfunktion G(f)

Die open-loop-Transferfunktion $T^{\mathrm{ol}}(f)$ von Frequenzregelkreisen oder von Regelkreisen mit sehr hoher Verstärkung lässt sich nicht direkt messen, da kein Regelsignal vorliegt bzw. aufgrund der hohen Verstärkung der Regelkreis gesättigt ist. Die Transferfunktion der geschlossenen Regelschleife $T^{\mathrm{cl}}(f)$ kann mit einem Netzwerkanalysator gemessen werden, indem in die Regelstrecke ein Testsignal eingespeist wird. Die Transferfunktion $T_{\mathrm{t}\to\mathrm{out}}(f)$ liefert dann innerhalb der Regelbandbreite die Störunterdrückung $G(f)^{-1}$ des Regelkreises. Außerhalb der Regelbandbreite entspricht $T_{\mathrm{t}\to\mathrm{in}}(f)$ der open-loop-Transferfunktion.

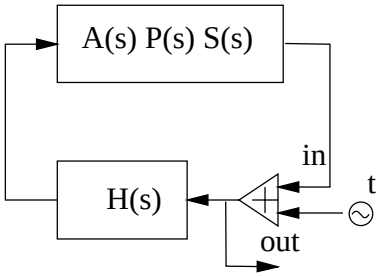

Abbildung 3.4.: Einspeisung eines Testsignals *t* in die geschlossene Regelstrecke zur Bestimmung der open-loop- und closed-loop-Transferfunktion.

Die Transferfunktion $T^{\mathrm{ol}}(f)$ kann nun aus $T^{\mathrm{cl}}_{\mathrm{t}\to\mathrm{out}}(f)$ berechnet werden. Insbesondere erhält man aus $G(f)$ die Transferfunktion der Regelstrecke, indem $G(f)$ durch die Transferfunktion des Reglers $H(f)$ dividiert wird.

$$A(f)P(f)S(f) = \frac{G(f)}{H(f)} \tag{3.25}$$

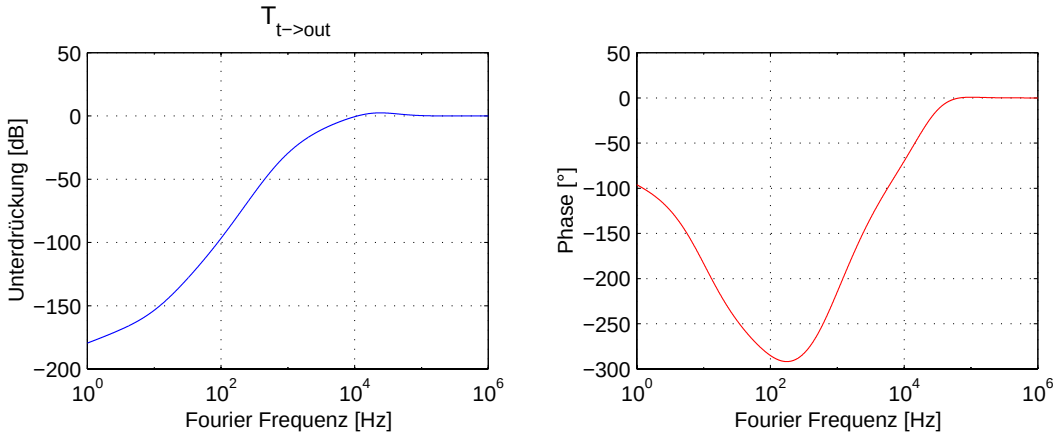

Abbildung 3.5.: Bode-Diagramm der Transferfunktion der Störunterdrückung $T_{t\to out}(f)$ im geschlossenen Regelkreis.

3.2. Überblick über das Laser-System

3.2.1. Injektion-Locking

Nd:YAG-Hochleistungs-Laser-Systeme emittieren üblicherweise aufgrund des *spatial hole burnings* des homogenen verbreiterten Verstärkungsprofiles auf mehreren longitudinalen Moden[4] und zeigen hohes Frequenzrauschen. Bei der Technik des *Injektion-Locking* wird ein Hochleistungsoszillator (Slave-Oszillator) an einen rauscharmen einfrequenten Oszillator (Master-Oszillator) angekoppelt (Abb. 3.6). Der Hochleistungs-Oszillator oszilliert dann mit der Frequenz des Master-Oszillators und übernimmt dessen Phasenrauschen. Injektion-Locking wird benutzt um RF-Oszillatoren, Diodenlaser-Systeme oder Nd:YAG-Ringlaser zu stabilisieren.

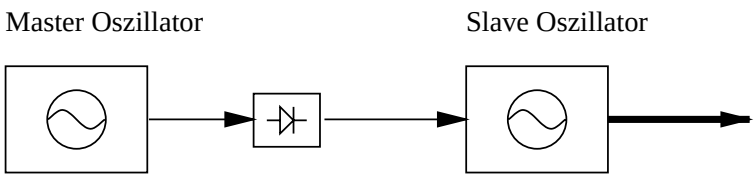

Abbildung 3.6.: Injektion-Locking zweier Oszillatoren.

[4] Durch eine optische Diode (FARADAY-Isolator) und frequenzselektive Etalons kann in einem Ringlaser einfrequenter Einrichtungsbetrieb erzielt werden. Dies verschlechtert aber die Effizienz eines solchen Lasers, vergrößert die mechanischen Abmessungen und das Frequenzrauschen.

Einfrequenzbetrieb von Nd:YAG-Hochleistungs-Laser-Systemen mittels Injektion-Locking wurde bereits von diversen Arbeitsgruppen für lampengepumpte Systeme [64, 23] bzw. für diodenlasergepumpte Systeme [38, 32, 33, 4, 101, 62, 67] demonstriert. Die zugehörige Theorie ist seit den fünfziger Jahren entwickelt und wird durch die ADLER-Gleichung beschreiben [84]. Die Theorie des Injektion Lockings in Hinblick auf Frequenz- und Amplituden-Transferfunktionen von Festkörperlasern wurde von FARINAS [33] und BARILLET et al. [4] und unter Berücksichtigung von Quanteneffekten von RALPH [70] weiterentwickelt. Der Slave-Laser koppelt an den Master-Laser an, wenn der Betrag der Frequenzdifferenz $\Delta\nu = |\nu_M - \nu_S|$ innerhalb der (einseitigen) Locking-Bandbreite Δf_{lock} liegt [84]:

$$\Delta f_{lock} = \delta_c \cdot \sqrt{\frac{P_M}{P_S}} = \frac{T_{in}\,FSR}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{P_M}{P_S}}\,, \tag{3.26}$$

wobei δ_c die Linienbreite des Slave-Laser-Resonators und $P_{M,S}$ die Leistung des Master- bzw. Slave-Lasers sind. Die Linienbreite des Slave-Resonators ergibt sich aus dem freien Spektralbereich FSR und der Transmission des Einkoppelspiegels T_{in} der Ringcavity. Die Locking-Bandbreite Δf_{lock} entspricht der 3 dB-Bandbreite des *optischen Regelkreises*, der die Frequenz des Slave-Lasers an den Master-Laser ankoppelt. Da die Frequenzstörungen durch unvermeidliche akustische Störungen und thermische Driften des Slave-Laser-Resonators erheblich größer als die Locking-Bandbreite sind, muss die Frequenz des Slave-Laser-Resonators auf die Frequenz des Master-Lasers stabilisiert werden, um die Locking-Bedingung einzuhalten.

Frequenz-Transferfunktionen

Das Frequenzrauschen eines injektion-gelockten Systems setzt sich aus zwei Beiträgen zusammen: dem Frequenzrauschen des Master-Lasers und dem Frequenzrauschen der Slave-Laser-Cavity. Die Frequenzmodulations-Transferfunktion zwischen Master-Laser und Slave-Laser entspricht einem Tiefpass 1. Ordnung mit der Eckfrequenz Δf_{lock} [33, 4]. Die Störbeitrage der Slave-Laser-Cavity werden mit einer Transferfunktion, die einem Hochpass 1. Ordnung entspricht, eingekoppelt. Um das zusätzliche Frequenzrauschen durch die Slave-Cavity möglichst niedrig zu halten, sind ein kompakter Resonator und eine möglichst grosse Bandbreite des Regelkreises, der die Slave-Laser-Cavity auf den Master-Laser stabilisiert, notwendig. Die Transferfunktionen sind in Abbildung 3.7 wiedergeben. Das Frequenzrauschen des injektion-gelockten Systems $\delta\nu_{lock}$ ergibt sich entsprechend zu [4]:

$$\widetilde{\delta\nu}_{lock}(f) = \left[\frac{1}{1 - i\frac{f}{\Delta f_{lock}}}\right] \widetilde{\delta\nu}_M(f) + \left[\frac{1}{1 + G_S(f)} \frac{1}{1 - i\frac{\Delta f_{lock}}{f}}\right] \widetilde{\delta\nu}_S(f)\,, \tag{3.27}$$

wobei $\widetilde{\delta\nu}_{M,S}$ das Frequenzrauschen des Master-Lasers bzw. der Slave-Laser-Cavity, und $G_S(f)$ die open-loop-Verstärkung des Slave-Laser-Regelkreises sind.

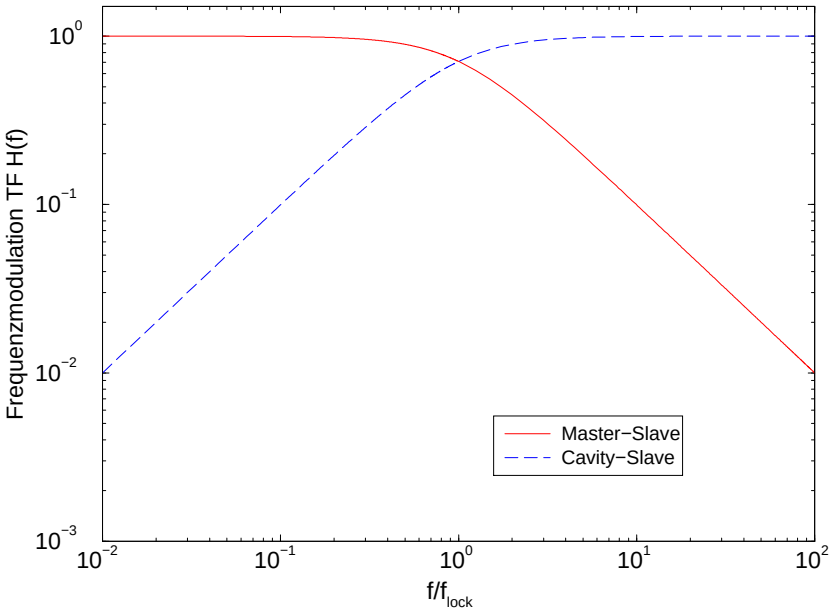

Abbildung 3.7.: Frequenzmodulations- und Stör-Transferfunktion für ein injektion-gelocktes System.

3.2.2. Master-Laser

Als Master-Laser wird ein monolithischer diodengepumpter Nd:YAG-Miniatur-Ringlaser (NPRO oder MISER) verwendet (Innolight: Mephisto 800). Das Konzept dieser Laser geht auf KANE und BYER [49] zurück und wurde am Laser Zentrum Hannover ausgehend von diesen Arbeiten weiterentwickelt [51, 34, 35].
Abbildung 3.8 zeigt die Geometrie des monolithischen Ringlasers. Laserresonator und Verstärkungsmedium sind in einem monolithischen Nd:YAG-Kristall ($3\times8\times12\,\mathrm{mm}^3$) integriert. Durch die Frontfläche A wird die Pumpstrahlung der Diodenlaser longitudinal in den Kristall fokussiert. Diese Fläche ist für die Pumpwellenlänge von 808 nm antireflexbeschichtet und dient als Auskoppelspiegel für die Laserstrahlung bei 1064 nm ($T_{1064\,\mathrm{nm}}$=97%). Der nichtplanare Strahlengang im Laserresonator wird durch interne Totalreflektionen an den Punkten B, C und D festgelegt. Die Austrittsfläche hat einen negativen Krümmungsradius von $R=-2000\,\mathrm{mm}$ und erzeugt zusammen mit der durch die Pumpstrahlung erzeugten thermischen Linse einen stabilen Resonator. Die vergleichsweise hohe Laserschwelle wird bei einer Pumpleistung von etwa 500 mW erreicht, da der Resonator erst zusammen mit der thermischen Linse stabil wird.
Nd:YAG hat eine natürliche VERDET-Konstante von $0.1^\circ/\,\mathrm{T\,mm}$. Durch ein extern an den Kristall angelegtes Magnetfeld sind die Verluste für die beiden Umlaufrichtrungen aufgrund des FARADAY-Effekt unterschiedlich. Als Polarisator dienen hier die unterschiedlichen Verluste der Austrittsfläche für s- und p-Polarisation, so dass Einrichtungsbetrieb erreicht wird.

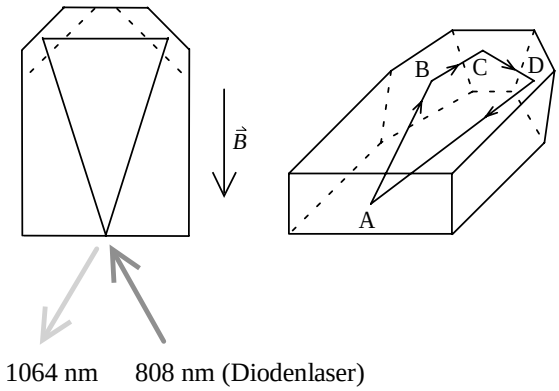

Abbildung 3.8.: Prinzipskizze der Pumpgeometrie und des Strahlenverlaufs eines MISERs.

Die Anregung des Laserübergangs geschieht durch die Strahlung von zwei Diodenlasern, die mit einem Polarisationsstrahlteiler überlagert werden (Abb. 3.9). Mit einer Pumpleistung von 2 W wird eine beugungsbegrenzte (TEM_{00}), einfrequente, optische Ausgangsleistung von etwa 800 mW bei 1064 nm erreicht. Die gemessenen Strahlradien im Fokus der TEM_{00}-Mode betragen 190 µm für die horizontale und 210 µm für die vertikale Feldverteilung. Aufgrund des kompakten monolithischen Designs und der effizienten longitudinalen Anregung mit Diodenlasern zeigen monolithische Nd:YAG Ringlaser sehr niedrige Frequenz- und Leistungsfluktuationen. Die für Festkörperlaser typischen Relaxationschwingungen, hervorgerufen durch Oszillationen der Inversion, werden durch einen Regelkreis unterdrückt (Abschnitt 4.6.1). Die Linienbreite des freilaufenden MISERs für 1 ms Messzeit beträgt weniger als 10 kHz (Abschnitt 4.5) mit temperaturbedingten Driftraten von etwa 1 MHz/min. Die Frequenzabstimmung des MISERs erfolgt durch die Temperaturänderung des Laserkristalls und beträgt etwa 3 GHz/K. Der Totzeiteffekt aufgrund der Wärmekapazität des Nd:YAG-Kristalls begrenzt die nutzbare Modulationsbandbreite auf etwa 1 Hz (Abb. 4.15). Frequenzabstimmung mit einer erheblich größeren Bandbreite wird durch eine piezo-elektrische Keramikscheibe erreicht, die auf dem Nd:YAG-Kristall angebracht ist. Durch stressinduzierte Spannungsdoppelbrechung wird die Resonatorlänge und damit die Ausgangsfrequenz um 2 MHz/V_{PZT} verändert. Die nutzbare Bandbreite für Frequenzregelkreise liegt etwa bei 100 kHz und wird durch die mechanischen Resonanzen des Kristalls bei 150 kHz und 300 kHz begrenzt (Abb. 4.14).

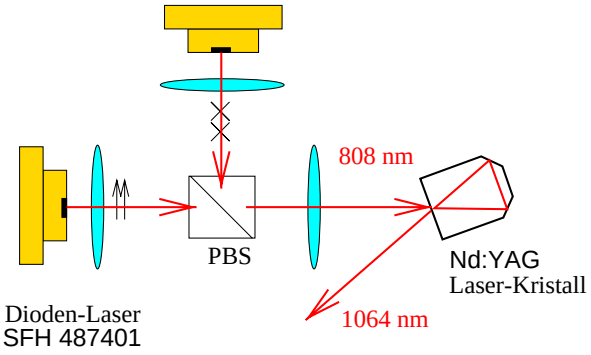

Abbildung 3.9.: Prinzipskizze des Pumpschemas eines MISERs.

3.2.3. Slave-Laser

Der Slave-Laser (Abb. 3.10) wurde nach gemeinsamen Voruntersuchungen am Laser Zentrum Hannover [5] für das GEO 600-Projekt entwickelt [104]. Es handelt sich bei diesem Laser um einen Prototypen, der aus diskreten Komponenten aufgebaut wurde.
Der Laserresonator besteht aus 4 Spiegeln in einer gefalteten Ringanordnung (*bow tie resonator*) mit einer Umlauflänge von 450 mm. Der plane Einkoppelspiegel hat eine Transmission von 10% für 1064 nm. Der zweite plane Spiegel (HR 1064 nm) ist auf einem piezoelektrischem Stellelement montiert, um die Resonatorlänge abstimmen zu können. Zwei gekrümmte Spiegel (HR 1064 nm, AR 808 nm) mit 150 mm Krümmungsradius dienen zur Einkopplung der Pumpstrahlung. Das aktive Lasermaterial besteht aus zwei Nd:YAG-Kristallen (Nd-Anteil 1.1%, AR 1064 nm, AR 808 nm), die aktiv temperaturstabilisiert sind. Zwei resonatorinterne BREWSTER-Platten kompensieren den Astigmatismus der gekrümmten Spiegel und definieren die Ausgangspolarisation des Slave-Lasers. Die durch Depolarisation in den gepumpten Nd:YAG-Kristallen erzeugten Feldkomponenten werden an den BREWSTER-Platten ausgekoppelt. Als Pumplichtquelle werden zwei fasergekoppelte (NA 0.11) Diodenlaser (Optopower: HO1-D030-809-FC) benutzt, die bei 808 nm emittieren und durch eine Teleskopoptik longitudinal in die Nd:YAG-Kristalle fokusiert werden. Eine aktive Temperaturregelung (Peltierkühler) stabilisiert die Ausgangswellenlänge der Pumpdioden. Die maximale optische Ausgangsleistung der Laserdioden beträgt jeweils 30 W für einen Injektionsstrom von etwa 50 A. Um die Lebensdauer der Pumpdioden zu erhöhen, werden diese bei einem reduzierten Pumpstrom von etwa 33 A betrieben. Die optische Pumpleistung beträgt dann jeweils 17 W. Für diese Pumpleistung ist die Stabilität des Slave-Laser-Resonators, die durch die thermische Linse in den Nd:YAG-Kristallen bestimmt wird, optimiert [104]. Die optische Ausgangsleistung bei 1064 nm beträgt 12.5 W bei ei-

[5] In Anlehnung an das TAMA 300-Laser-System [101].

nem Polarisationsgrad von 99%. Der optisch-optische Wirkunsgrad liegt folglich bei 36%. Das gesamte Laser-System verbraucht etwa 1 kW elektrische Leistung, wobei die Temperaturstabilisierungen den größten Verbrauch aufweisen, so dass der elektrisch-optische Wirkungsgrad bei 1% liegt.
Die Weiterentwicklung dieses Prototypen am LZH sieht vor, den Laserresonator quasi-monolithisch aufzubauen. Die Resonatorspiegel werden auf einem massiven Block angebracht. Dadurch wird die passive Stabilität erheblich verbessert, und akustische Störungen werden deutlich unterdrückt.

Master-Leistung	P_M	0.8	W
Slave-Leistung	P_S	12.5	mW
Locking-Bandbreite	Δf_{lock}	1.6	MHz
Slave-Laser-Cavitylänge	L_c	0.45	m
Freier Spektralbereich	FSR	660	MHz
vertikaler Strahlradius	w_0	282	µm
horizontaler Strahlradius	w_0	312	µm

Tabelle 3.1.: Daten des Slave-Lasers.

3.2.4. Aufbau des Hochleistungs-Laser-Systems

Der optische Aufbau des kompletten Laser-Systems ist in Abbildung 3.10 dargestellt. Das System besteht aus drei Hauptkomponenten: dem Master-Laser, dem Slave-Laser und der Referenz-Cavity. Die Strahlung des Master-Lasers wird modenangepasst in den Slave-Laser eingekoppelt. Zwei Faradayisolatoren (Gsänger: FR 1060/8) unterdrücken die Leistung, die in den Master-Laser zurückläuft, um jeweils 30 dB. Mit einem resonanten EOM (New Focus: 4003) werden dem Lichtfeld Phasenmodulations-Seitenbänder bei 12 MHz aufgeprägt. Ein resonanter Photodetektor (Anhang D.3.3) dient zum Nachweis des RF-Signals, das mit der Lokaloszillatorfrequenz mit einem Diodenringmischer demoduliert wird und das POUND-DREVER-HALL-Fehlersignals (Anhang C) ergibt. Eine Regelelektronik (Anhang E.2) stabilisiert die Länge des Slave-Laser-Resonators auf die Frequenz des Master-Lasers. Die Regelbandbreite beträgt 10 kHz und wird durch die mechanische Resonanz des PZT begrenzt. Eine $\lambda/2$-Verzögerungsplattte dient dazu, die Polarisation des Master-Lasers an den Slave-Laser anzupassen. Die Polarisation des Laser-Systems wird mit einem Polarisator (WOLLASTON-Prisma) im Ausgang auf besser als $1:10^6$ definiert. Zugleich wird der durch Depolarisation erzeugte Anteil in der Ausgangsstrahlung entfernt.
Die Referenz-Cavity dient als Frequenzreferenz für das Laser-System und wird detailliert in Kapitel 4.1 beschrieben. Die Referenz-Cavity ist in einem Vakuumtank plaziert, der mit ei-

ner 20 l/s Ionengetter-Pumpe auf einem Druck von $1 \cdot 10^{-8}$ mbar gehalten wird. Etwa 10 mW der Strahlung des Master-Lasers werden mit einem Strahlteiler ausgekoppelt und dienen zur Frequenzstabilisierung. Mit einer $\lambda/2$-Verzögerungsplatte lässt sich die Polarisation auswählen. Die Finesse der Referenz-Cavity beträgt 58 000 für s-polarisiertes Licht und 1150 für p-polarisiertes Licht (Kap. 4.1.1). Mit einem resonanten EOM (New Focus: 4003) werden dem Lichtfeld Phasenmodulations-Seitenbänder bei 29.02 MHz aufgeprägt. Ein breitbandiger Photodetektor (Anhang D.3.2) detektiert das reflektierte RF-Heterodynsignal, welches wiederum mit einem Diodenringmischer demoduliert wird. Die Lokaloszillatorsignale bei 12 MHz und 29.02 MHz entstammen speziell angefertigten Quarzoszillatoren (VCXO, Stabilität ± 2 ppm). Die Bandbreite des Frequenzregelkreises (Anhang E.1) beträgt etwa 1 MHz. Um die resonanten Transversal-Moden der Referenz-Cavity zu beobachten, ist hinter dem HR-Spiegel der Referenz-Cavity eine CCD-Kamera plaziert. Ein zusätzlicher Photodetektor im transmittierten Strahl der Referenz-Cavity liefert ein weiteres Kontrollsignal für den Frequenzregelkreis.

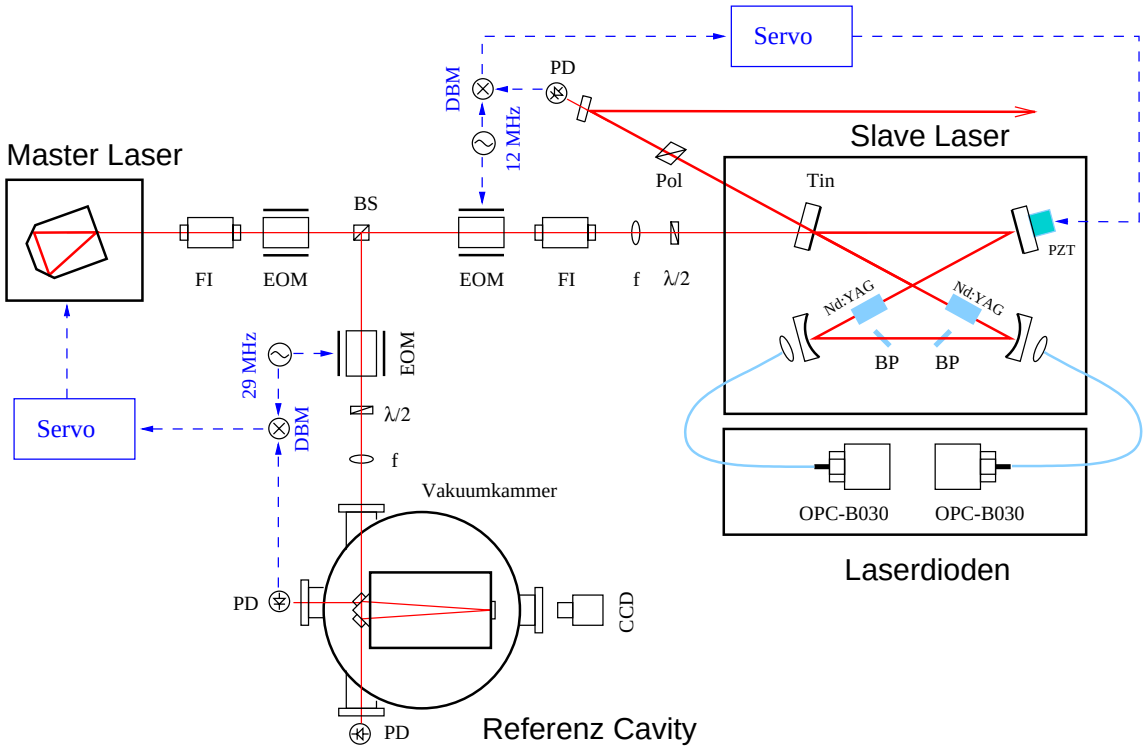

Abbildung 3.10.: Versuchsaufbau des injektion-gelockten Laser-Systems. FI: Faraday Isolator, EOM: Elektro-optischer Modulator; BS: Strahlteiler; Pol: Polarisator; f: Linse; $\lambda/2$: Verzögerungsplatte; BP: BREWSTER-Platte; DBM: Double Balanced Mixer; PD: Photodetektor; CCD: CCD-Kamera.

4. Frequenzstabilisierung des Master-Lasers

Aktive Laserfrequenzstabilisierung erfordert einen Frequenzdiskriminator, um die Frequenzabweichungen zu messen und mit einem Regelkreis zu unterdrücken [41, 74]. Hier bieten sich optische Übergänge von atomaren bzw. molekularen Systemen oder FABRY-PEROT-Resonatoren (Anhang B) an. Atomare Resonanzen eignen sich hervorragend für eine Langzeitstabilität ab etwa 100 s, besitzen aber für kürzere Zeiten erhebliches Phasenrauschen aufgrund der Teilchenzahlfluktuationen und den daraus resultierenden Brechungsindexfluktuationen. Daher wird für optische Frequenzstandards in der Regel ein FABRY-PEROT-Resonator als *Schwungrad* benutzt, um die Kurzzeitstabilität zu verbessern.
In dieser Arbeit wurde das Frequenzrauschen von Nd:YAG-Laser-Systemen für Fourier-Frequenzen oberhalb von 1 Hz untersucht. Die Frequenzreferenz soll eine Unterdrückung des Frequenzrauschens bis auf $10\,\mathrm{mHz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ ermöglichen. Aus diesen Gründen wurde ein FABRY-PEROT-Resonator gewählt, der für den GEO 600-Detektor als Frequenzreferenz eingesetzt wird.

Ein optisches Lichtfeld ist in Resonanz mit einer FABRY-PEROT-Cavity, wenn die Resonatorumlauflänge L_{rt} ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist. Für die Resonanzfrequenzen $\nu_{0,q}$ folgt somit:

$$\nu_{0,q} = q\frac{c}{L_{\mathrm{rt}}} = q\,\mathrm{FSR}\,. \tag{4.1}$$

Die Resonanzfrequenz und damit die Frequenzstabilität ist direkt mit der Längenstabilität des Resonators gekoppelt:

$$\frac{\delta L_{\mathrm{rt}}}{L_{\mathrm{rt}}} = \frac{\delta\lambda}{\lambda} = -\frac{\delta\nu}{\nu_0}\,. \tag{4.2}$$

Um eine gute Frequenzstabilität zu erreichen, muss folglich die optische Umlauflänge L_{rt} möglichst stabil sein. In Kapitel 4.2 werden die grundlegenden Rauschprozesse betrachtet, die die Längenstabilität des Resonators beeinflussen. Insbesondere die temperaturbedingte Längenausdehnung des Resonatormaterials verändert die Resonanzfrequenz. Eine me-

chanisch stabile Konstruktion erfordert, dass die Resonatorspiegel direkt mit einem Abstandshalter (*Spacer*) verbunden werden. Geeignete Materialien für den Spacer mit niedrigen thermischen Ausdehnungskoeffizienten sind synthetisches Quarz, die Glaskeramik ZERODUR [79] und ULE (*Ultra Low Expansion glass*, 80% SiO_2, 20% TiO_2) [21] für Raumtemperatur sowie Saphir für kryogene Temperaturen [86, 82]. Die Materialeigenschaften von ULE, ZERODUR und synthetischem Quarz sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

	Symbol	ULE	ZERODUR	syn. Quarz	Einheit
therm. Ausdehnungskoeffizient	α_T	≈0.3	-2	51	10^{-8}/K
thermische Leitfähigkeit	κ	1.31	1.63	1.38	W/m K
spezifische Wärmekapazität	c_p	0.77	0.8	0.75	J/g K
Dichte	ρ	2.21	2.52	2.20	g/cm^3
Elastizitätsmodul	E_M	67.6	90.2	70.3	GPa
Schubmodul	G_M	29.0		30	GPa
Poisson-Zahl	ν_P	0.17	0.24	0.18	-
Brechungsindex	n_0	1.4	1.5	1.449	-
Schallgeschwindigkeit	v_0	5530	5990	5720	m/s

Tabelle 4.1.: Optische und mechanische Materialeigenschaften von ULE [21], ZERODUR [79] und synthetischem Quarz (7940/Corning) [22] bei 25°C.

Als Material des Spacers wurde ULE gewählt, da der thermische Ausdehnungkoeffizient einen Nulldurchgang bei etwa 25°C aufweist [21] (abhängig vom Mischungsverhältnis). Ein weiterer Vorteil ist, dass die intrinsische Materialgüte mindestens einen Faktor 10 höher ist als bei ZERODUR und somit in einem niedrigeren nichtresonanten thermischen Rauschen resultiert (Kap. 4.2.1).
Eine Laserlinienbreite von 0.6 Hz mit einer ALLAN-Standardabweichung von $3 \cdot 10^{-16}$ für $\tau = 1$ s wurde für ein auf zwei ULE-Cavities stabilisiertes Lasersystem demonstriert [103]. Diese Ergebnisse zeigen das hervorragende Potential von ULE-Resonatoren zur Laserstabilisierung. Um eine solche Stabilität zu erreichen, ist es notwendig, die akustischen und seismischen Störungen von der Referenz-Cavity zu entkoppeln. Insbesondere ist eine hervorragende Temperaturstabilität in der Größenordnung von 1 mK notwendig. Selbst wenn alle Temperatureffekte perfekt unterdrückt sind, wird eine Drift der Resonatorfrequenz aufgrund von bislang nicht verstandenen Materialumlagerungsprozessen beobachtet.
Für ZERODUR wurde eine relative Längenänderung $\Delta L/L$ von $-129 \cdot 10^{-12}$/Tag gemessen [72]. Bei ULE scheint dieser Effekt etwa eine Größenordnung niedriger zu sein. So wurden für ULE relative Längenänderungen von $-6.7 \cdot 10^{-12}$/Tag [5] bzw. $-10 \cdot 10^{-12}$/Tag gemessen [55]. Diesen Längenänderungen entsprechen Driftraten von wenigen kHz pro Tag

bzw. typische Längenänderungen von 10^{-16} m/s; sie sind somit für die Reduktion des Frequenzrauschens für Fourier-Frequenzen oberhalb von 1 Hz vernachlässigbar.

4.1. Die GEO 600-Referenz-Cavity

Die Referenz-Cavity ist als quasimonolithischer Ringresonator mit drei Spiegeln, die auf einen Abstandshalter optisch kontaktiert sind, ausgelegt [11, 9]. Sämtliche Komponenten des Ringresonators sind aus ULE und wurden von der Firma REO [71], die auch die optische Kontaktierung vornahm, hergestellt. Der Vorteil eines Ringresonators im Vergleich zu einem linearen Resonator liegt darin, dass kein Licht direkt in den Laser zurückläuft und das reflektierte Licht direkt zur Gewinnung des POUND-DREVER-HALL-Fehlersignals (Anhang C) verwendet werden kann. Eine schematische Darstellung des Ringresonators befindet sich in Abbildung 4.1.

Für den optischen Strahlenverlauf hat der Spacer eine zentrale Bohrung mit 15 mm Durch-

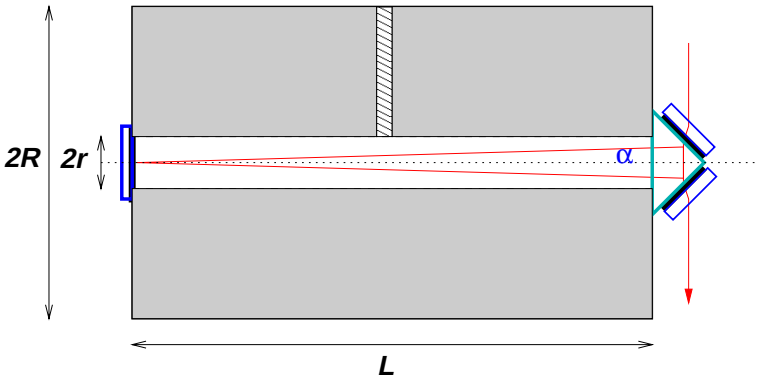

Abbildung 4.1.: Prinzipskizze der GEO 600-Referenz-Cavity.

messer und zur Entlüftung eine Querbohrung mit 1 cm Durchmesser. Die Länge des ULE-Zylinders beträgt 193.5 mm, der Radius 60 mm. Zwei Planspiegel auf superpolierten 1 Zoll-Substraten aus ULE mit einer Transmission von etwa 55 ppm dienen als Ein- bzw. Auskoppelspiegel. Die dem Resonator abgewandten Oberflächen der Planspiegel sind antireflexbeschichtet ($R < 0.1\%$). Die Firma REO spezifizierte die Finesse zu $F \geq 50\,000$; die gemessene Finesse für s-Polarisation beträgt 58 000 (Abschnitt 4.1.1). Die Planspiegel sind auf einem ULE-Prisma, das entsprechende Bohrungen für den Strahlengang besitzt, optisch kontaktiert. Das Prisma wiederum ist mit einem optischen Kontakt mit dem ULE-Spacer verbunden. Ein hochreflektierender Spiegel mit einem Krümmungsradius R_k von 1 m definiert zusammen mit der Umlauflänge L_{rt} von 427 mm die optischen Eigenmoden des Re-

sonators. Die Cavity ist auf vier Schrauben, die an einem Aluminiumhalter befestigt sind, gelagert. Die Halterung inklusive Cavity befindet sich in einem Edelstahlvakuumzylinder (450 mm × 500 mm), der auf einem Druck von $1 \cdot 10^{-8}$ mbar gehalten wird. Eine spätere Erweiterung sieht vor, die ULE-Cavity als 30 cm Pendel in Drahtschlaufen zu haltern, um das seismische Rauschen zu unterdücken. Die dafür notwendigen (*lokalen*) Regelungen zur Unterdrückung der Überhöhung der Bewegungsamplitude bei den Pendelresonanzfrequenzen standen aber für diese Arbeit noch nicht zur Verfügung. In Tabelle 4.2 sind die mechanischen Eigenschaften der GEO 600-Referenz-Cavity zusammengefasst.

Länge Spacer	L	193.5	mm
Radius Spacer	R	60	mm
Radius Bohrung	r	7.5	mm
optische Länge	L_{rt}	427	mm
Einfallswinkel	α_{i}	1.37	°
Masse	M	4.9	kg

Tabelle 4.2.: Abmessungen und Masse der GEO 600-Referenz-Cavity.

Das mechanische Resonanzspektrum der GEO 600-Referenz-Cavity

Akustische Störungen bei den mechanischen Resonanzen einer Cavity werden aufgrund der mechanischen Resonanzüberhohung direkt in erhöhtes Laser-Frequenzrauschen umgesetzt. Daher sollten sich im Frequenzband von 1 Hz bis zu einigen kHz keine mechanischen Resonanzen der ULE-Cavity befinden. Die Eigenfrequenzen der Longitudinal- und Biegeschwingungen eines Zylinders ergeben sich näherungsweise zu [100]:

$$f_k^{\mathrm{l}} = k \cdot \frac{\mathrm{v}_0}{2\,\mathrm{L}} \tag{4.3}$$

$$f_k^{\mathrm{b}} = \frac{\pi}{2}\left(\cdot\frac{2k+1}{2}\right)^2 \frac{\mathrm{v}_0}{\mathrm{L}^2}\,\frac{\sqrt{R^2+r^2}}{2}\,. \tag{4.4}$$

Experimentelle und numerische Lösungen zu Eigenschwingungen von Zylindern findet man in [47, 56]. Damit die Frequenz der 1. Longitudinalschwingung oberhalb von 10 kHz liegt, sollte die mechanische Länge des Resonators mehr als als 30 cm betragen. Entsprechend darf der Durchmesser des Spacers nicht zu klein gewählt werden, damit sich die Eigenfrequenz der 1. Biegeschwingung bei einer möglichst hohen Frequenz befindet. Die gewählten Abmessungen des Spacers der ULE-Cavity enstprechen einem Kompromiss aus Gesamtmasse, optischer Linienbreite δ_{c}, Finesse F und den mechanischen Eigenfrequenzen.

Um das akustische Resonanzspektrum der ULE-Cavity qualitativ zu bestimmen, wurde ein Körperschallmikrophon an dem Spacer angebracht und das Spektrum nach einer impulsartigen mechanischen Anregung mit einem FFT-Analysator (HP 35670A) aufgenommen. Das akustische Resonanzspektrum für die auf vier Edelstahlschrauben gelagerte (Abb. 4.2 a) bzw. in Drahtschlaufen aufgehängte (Abb. 4.2 b) ULE-Cavity zeigt, dass sich keine mechanischen Resonanzen unterhalb von 9 kHz befinden.

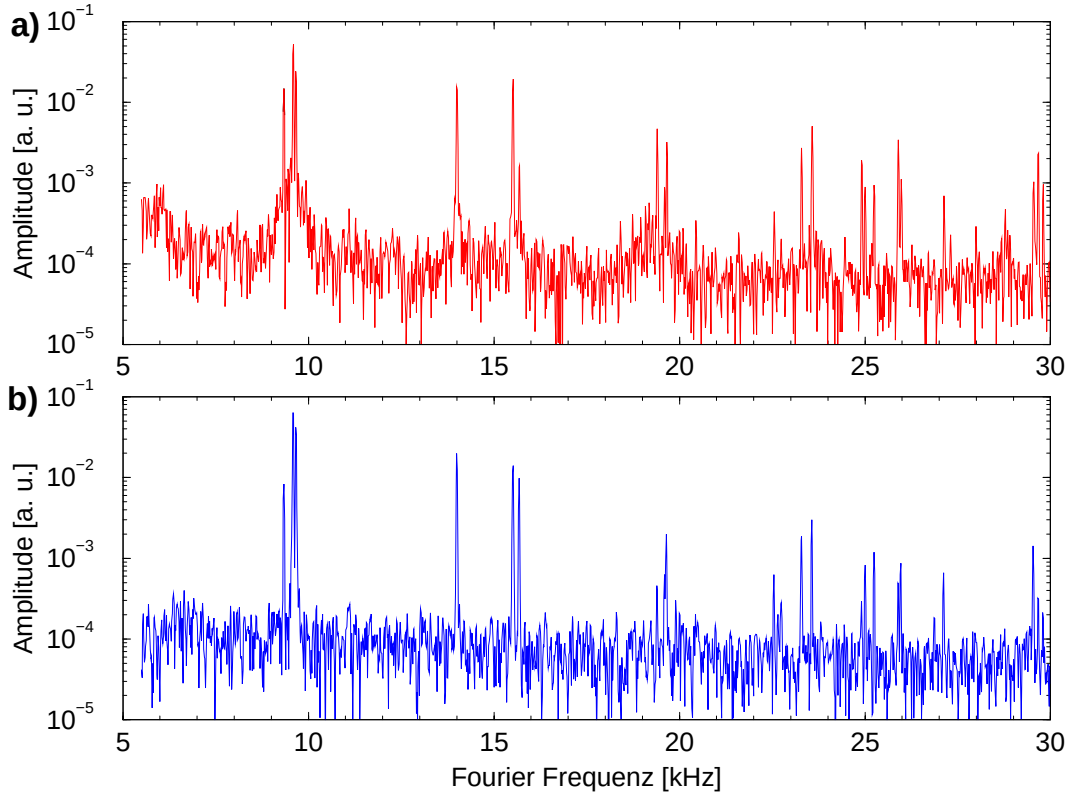

Abbildung 4.2.: a) Resonanzspektrum der mechanisch gelagerten ULE-Cavity. b) Resonanzspektrum der in Drahtschlaufen aufgehängten ULE-Cavity.

Die Eigenfrequenzen eines massiven ULE-Zylinders wurden an der Universität Glasgow mit einer Finite-Elemente-Analyse bestimmt, mit der auch die mechanischen Resonanzen der GEO 600-Spiegel berechnet werden [13]. Nicht berücksichtigt wurden die Spiegel und die Bohrungen im ULE-Zylinder, aber die Ergebnisse ermöglichen es, gemessene Resonanzfrequenzen den Schwingungsmoden zuzuordnen. In Tabelle 4.3 sind die berechneten und die gemessenen akustischen Resonanzfrequenzen, sowie die Zuordnung der Schwingungsmoden gemäß Abbildung 4.3 wiedergegeben. Die Eigenfrequenzen der Moden sind nicht mehr entartet, wie dies bei einem idealen freien Zylinder der Fall ist, da die Achsensymmetrie sowohl durch das Prisma als auch durch die mechanische Lagerung aufgehoben

wird.

Modenzahl M	gemessene Frequenz [kHz]	berechnete Frequenz [kHz]
8a	9.340	9.661
8b	9.595	9.661
8c	9.654	9.661
2	13.996	13.942
7a	15.511	15.165
7b	15.683	15.165
16a	19.400	19.324
16b	19.657	19.324

Tabelle 4.3.: Eigenfrequenzen eines Zylinders der Modenzahl M nach [56]. Die berechneten Frequenzen entstammen einer Finite-Elemente-Analyse für einen massiven ULE-Zylinder [13].

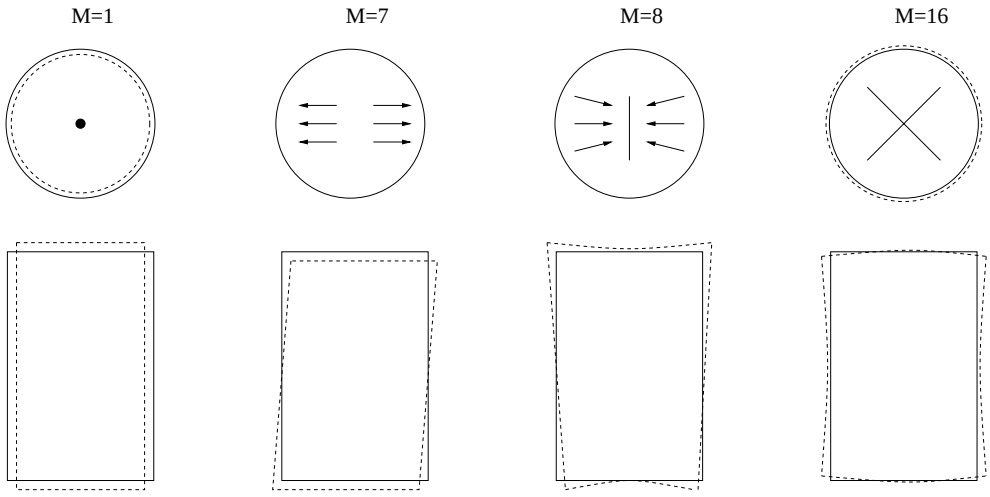

Abbildung 4.3.: Mechanische Schwingungsmoden eines Zylinders nach [56].

Eine Abschätzung der mechanischen Güte wurde durch eine *Ringdown*-Messung ermöglicht. Die Zeitserie der akustischen Schwingung für die in Drahtschlaufen gehalterte ULE-Cavity wurde mit dem Körperschallmikrophon gemessen und ist in Abbildung 4.4 dargestellt. Die Güte Q beträgt etwa 60 000 für die Resonanz bei 9.6 kHz. Tatsächlich ist dies nur eine untere Abschätzung, da die Güte durch das Mikrophon *hörbar* erniedrigt wurde.

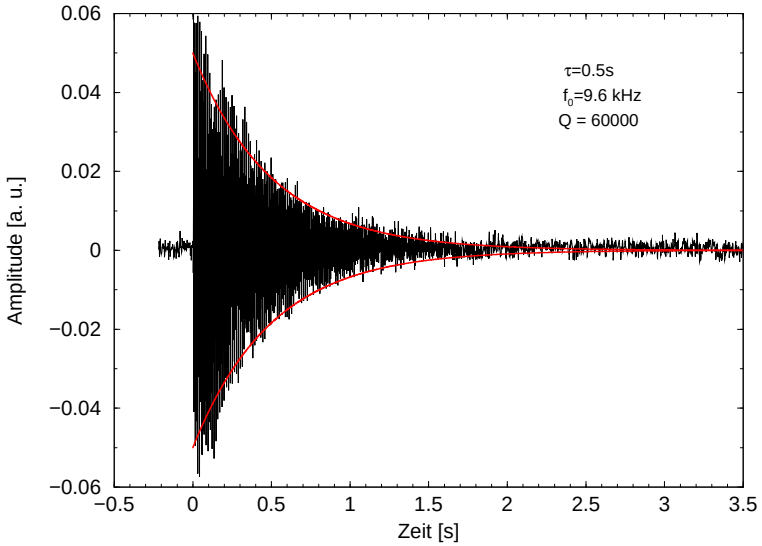

Abbildung 4.4.: Ringdown-Messung zur Bestimmung der mechanischen Güte der ULE-Cavity. Die Güte wurde zu etwa 60 000 für die niedrigste Resonanz bei 9.6 kHz bestimmt.

Das transversale Modenspektrum der GEO 600-Referenz-Cavity

Die Feldverteilung eines idealen Resonators wird durch die transversal-elektrischen GAUSS-Moden TEM_{mn} beschrieben [84, 102]. Bei der Laserfrequenzstabilisierung wird üblicherweise die Lasermode an die TEM_{00}-Mode des Resonators angepasst. Ein (stabiler) Resonator mit einem gekrümmten Spiegel hat einen Fokus mit einem Abstand $\frac{1}{2}L_{\mathrm{rt}}$ vom gekrümmten Spiegel. Die optischen Eigenschaften des Resonators lassen sich durch den Quotienten aus optischer Länge und Krümmungsradius ausdrücken $g := 1 - L_{\mathrm{rt}}/2R_{\mathrm{k}}$. Der Strahlradius w_0 der TEM_{00}-Mode im Fokus und auf dem gekrümmten Spiegel w_2 berechnet sich dann zu [84]:

$$w_0 = \left[\frac{L_{\mathrm{rt}}\lambda_{\mathrm{L}}}{\pi}\sqrt{\frac{g}{1-g}}\right]^{1/2} \tag{4.5}$$

$$w_2 = \left[\frac{L_{\mathrm{rt}}\lambda_{\mathrm{L}}}{\pi}\sqrt{\frac{1}{g(1-g)}}\right]^{1/2}. \tag{4.6}$$

Mit den Werten der ULE-Cavity erhält man $w_0 = 370\,\mu\mathrm{m}$ Fokusradius zwischen den Planspiegeln und $w_2 = 420\,\mu\mathrm{m}$ Strahlradius auf dem gekrümmten Spiegel.
Damit es nicht zu Störeffekten im Fehlersignal der Frequenzregelung durch höhere transversale Moden kommt, wurde das transversale Modenspektrum der ULE-Cavity so berechnet, dass keine Überlagerung der TEM_{00}-Mode und der 29 MHz Seitenbänder der Phasenmodulationsfrequenz mit höheren Moden auftritt. Die TEM_{mn}-Moden erfahren eine zusätzliche Phasenverschiebung von $(m+n)\cdot\arccos\sqrt{g}$ pro Umlauf (GOUY-Phasenverschiebung). Die Resonanzfrequenzen $\nu_{q,mn}$ der TEM_{mn} sind durch folgenden Ausdruck gege-

ben [84, 102]:

$$\nu_{q,mn} = \frac{\mathrm{FSR}}{\pi}\left(q+(m+n+1)\right)\arccos\sqrt{g} \tag{4.7}$$

$$\Delta\nu_{m,n} = \Delta(m+n)\,\frac{\mathrm{FSR}}{\pi}\arccos\sqrt{g}\,. \tag{4.8}$$

Der Parameter q entspricht der Ordnung der longitudinalen Mode, die Parameter m, n charakterisieren die Ordnung der transversalen GAUSS-Mode. Gleichung (4.8) liefert den Frequenzabstand $\Delta\nu_{mn}$ der TEM_{mn}-Mode zu der TEM_{00}-Mode. Die Frequenzendifferenz zweier Transversalmoden können aber nur bis auf ein ganzzahliges Vielfaches des freien Spektralbereiches unterschieden werden, so dass man den *effektiven* Modenabstand wie folgt definiert:

$$\Delta\nu_{m,n} = \mathrm{FSR}\cdot\mathrm{frac}\left\{\frac{\Delta(m+n)}{\pi}\arccos\sqrt{g}\right\} \tag{4.9}$$

Für einen Krümmungsradius von $R_\mathrm{k} = 1\,\mathrm{m}$ und eine optische Umlauflänge $L_\mathrm{rt} = 0.427\,\mathrm{m}$ ergibt sich $g = 0.78$. Die Transversalmode der Ordnung $m+n$ hat somit einen Abstand von $(m+n)\cdot 107\,\mathrm{MHz}$ von der TEM_{00}-Mode. Die Modenseperation wurde unter Berücksichtigung der Fertigungstoleranz bis zur Ordnung $m+n=50$ überprüft und ist in Abbildung 4.5 bis zur Ordnung 20 abgebildet. Die Phasenverschiebung bei der Reflexion an den Spiegeln ist bei einem Ringresonator von der Polarisation abhängig. Die Moden sind für s- und p-Polarisation nicht mehr entartet. Dieser Effekt wurde mangels verfügbarer Daten jedoch nicht berücksichtigt.

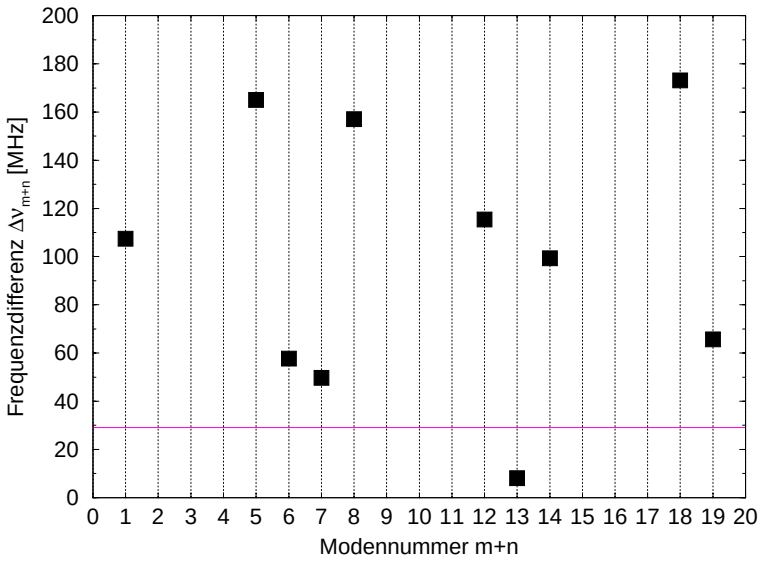

Abbildung 4.5.: Modenseperation der GEO 600-Referenz-Cavity.

4.1.1. Bestimmung von Finesse und Linienbreite

Für den Entwurf des Frequenzregelkreises, für die Berechnung der Fehlersignale und zu Kalibrationszwecken ist eine genaue Kenntnis der Linienbreite δ_c der ULE-Cavity erforderlich. Weiterhin lassen sich so Aussagen über eine mögliche zeitliche Veränderung der Finesse aufgrund von Ablagerungen auf den Spiegeln oder Effekten durch die hohen Leistungsdichten gewinnen. Prinzipiell kann aus dem POUND-DREVER-HALL-Signal oder dem Transmissionssignal die Linienbreite des Resonators berechnet werden. Dazu wird die Laserfrequenz relativ zu den Cavity-Resonanzfrequenzen durch Anlegen einer Hochspannungsrampe an den PZT des MISERs verstimmt. Für Resonatorlinienbreiten in der Größenordnung der Laserlinienbreite ist dies nicht mehr ohne weiteres möglich. Für zu langsame Scanraten beeinflussen das Jittern der Laserfrequenz und Driften das Messsignal, für zu schnelle Scanraten muss das dynamische Verhalten der Resonatoren aufgrund der Speichereffekte berücksichtigt werden. Dies lässt sich umgehen, indem man den Laser vorstabilisiert oder die Linienbreite mit geschlossenem Frequenzregelkreis bestimmt. Die Spiegelreflektivitäten und somit auch die Finesse sind für s- und p-Polarisation des eingestrahlten Lichtfeldes stark unterschiedlich. Für die p-Polarisation (niedrige Finesse) ist es möglich, die Linienbreite direkt aus dem Transmissionssignal zu berechnen. Für die s-Polarisation (hohe Finesse) ergeben sich nur mit geschlossenem Frequenzregelkreis exakte Messwerte. Das Transmissionssignal und das POUND-DREVER-HALL-Fehlersignal für p-Polarisation sind in Abbildung 4.6 wiedergegeben. Die Linienbreite (HWHM) wurde zu $\delta_c = 304\,\text{kHz}$ und die Finesse zu $F = 1\,155$ bestimmt. Die Kalibration der Frequenzachse und der Frequenzhub des PZT ergeben sich direkt aus dem Abstand des Trägersignals zu den Modulationsseitenbändern bei 29.02 MHz. Die Aktuatorsteigung des PZT beträgt 1.7 MHz/V.

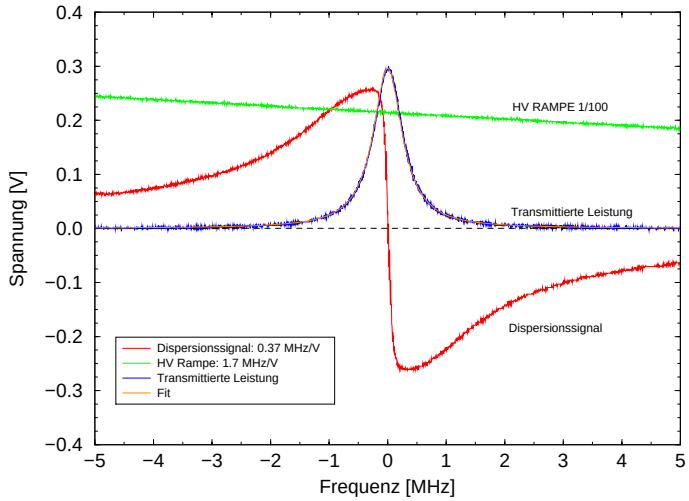

Abbildung 4.6.: Demoduliertes Dispersionssignal, transmittierte Leistung und Hochspannungs-Rampe am PZT des MISERs für die p-Polarisation der Referenz-Cavity. Die Linienbreite δ_c (HWHM) beträgt 304 kHz, die Finesse 1155.

Messung der Amplituden-Transferfunktion

Die Filtereigenschaften eines FABRY-PEROT-Resonators erlauben es, dessen Linienbreite sehr genau zu bestimmen. Dazu wurde mit einem akusto-optischen Modulator (ISOMET-1205) eine definierte Amplitudenmodulation auf das Lichtfeld aufgeprägt. Ist der Laser auf eine Resonanz der Cavity stabilisiert ($\Delta = 0$), lässt sich die Amplitudentransferfunktion (B.29) mit einem Photodetektor im transmittierten Lichtfeld messen. Der Versuchsaufbau zur Bestimmung der Linienbreite und der Finesse ist in Abbildung 4.7 dargestellt. Abbildung 4.8 zeigt die Amplituden-Transferfunktionen für s- und p-polarisiertes Licht, die mit einem Netzwerkanalysator (HP 3598A) gemessen wurde. Die gemessene Transferfunktion wurde durch einen Fit an einen Tiefpass 1. Ordnung angepasst. Die Linienbreite δ_c entspricht dann direkt der -3 dB-Eckfrequenz des Tiefpasses. Die so bestimmte Linienbreite δ_c beträgt 305 kHz für p-polarisiertes Licht und 5985 Hz für s-polarisiertes Licht.

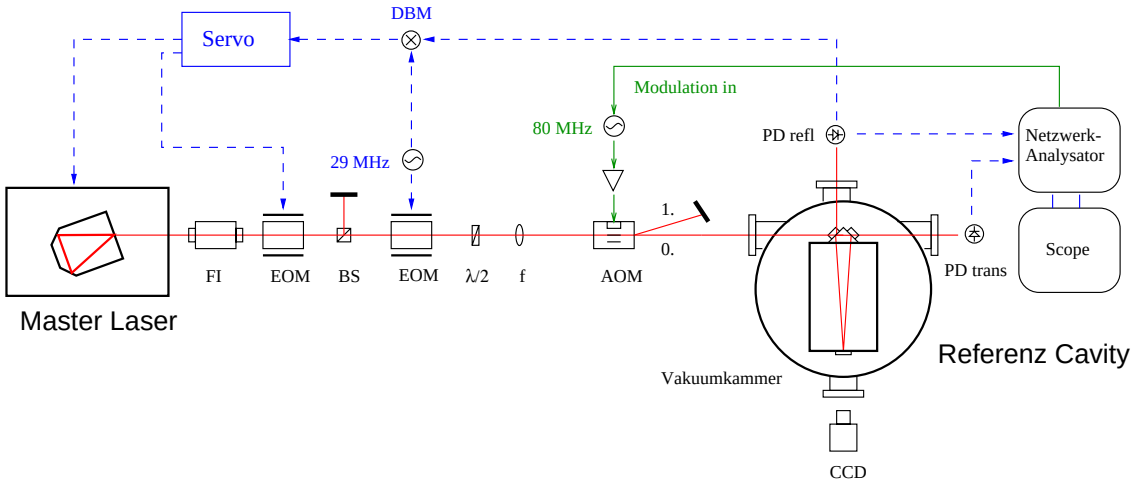

Abbildung 4.7.: Versuchsaufbau zur Bestimmung der Linienbreite der Referenz-Cavity. FI: Faraday-Isolator; EOM: elektro-optischer Modulator; BS: Strahlteiler; λ/2: Verzögerungsplatte; f: Linse; AOM: akusto-optischer Modulator PD: Photodetektor; DBM: Double Balanced Mixer.

Messung der Speicherzeit

Die Linienbreite δ_c einer Cavity ist nach (B.16) umgekehrt proportional der Amplitudenspeicherzeit. Somit kann die Finesse durch eine Messung der Zerfallszeit τ_c^A bestimmt werden. Dazu wird das mit der Cavity resonante Lichtfeld mit einem AOM frequenzverschoben [3] oder in seiner Leistung verringert. Ist die AOM-Schaltzeit kurz gegen die Speicherzeit, so zerfällt die in der Cavity gespeicherte Amplitude exponentiell (B.12). Das transmittierte Feld kann als die Summe aus einem stationären Feld E_0 und einem zerfallenden Feld

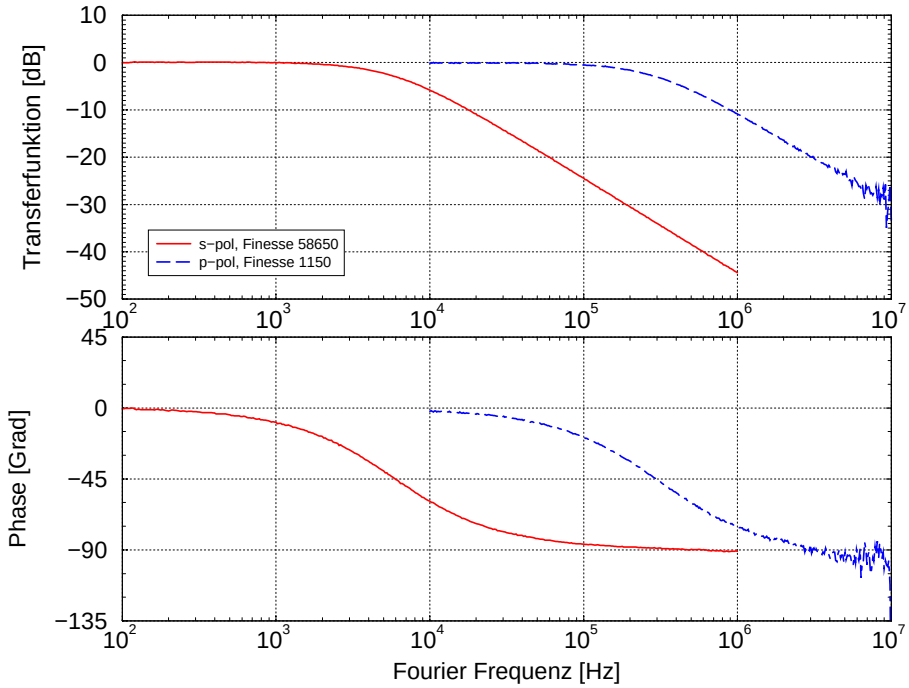

Abbildung 4.8.: Messung der Amplituden-Transferfunktion der Referenz-Cavity für s- und p-polarisiertes Licht. Die -3 dB-Eckfrequenz und somit die Linienbreite δ_c für s- und p-Polarisation beträgt 5985 kHz bzw. 305 kHz.

für die Zeit $t \geq t_0$ dargestellt werden:

$$E_t(t) = E_0 + \delta E(t) \cdot \exp\left(\frac{-(t-t_0)}{\tau_c^A}\right) + c.c. \tag{4.10}$$

$$|E_t(t)|^2 = E_0^2 + 2E_0\delta E \cdot \exp\left(\frac{-(t-t_0)}{\tau_c^A}\right) + \delta E^2 \cdot \exp\left(\frac{-2(t-t_0)}{\tau_c^A}\right) + c.c. \tag{4.11}$$

Die Leistung in der 0. Ordnung eines AOMs kann bedingt durch die Beugungseffizienz des AOMS (85%) nicht völlig abgeschaltet werden. Daher hat die Amplitude E_0 einen endlichen Wert, der allerdings auch für den Regelkreis benötigt wird, um die Cavity in Resonanz zu halten.
Die detektierte Intensität besteht nun aus dem stationären Wert E_0^2 und zwei Exponentialfunktionen, wobei der Mischterm mit der Amplitudenspeicherzeit τ_c^A und der quadratische Term mit der Intensitätsspeicherzeit $\tau_c^P = \frac{1}{2}\tau_c^A$ zerfallen. Abbildung 4.9 zeigt die Zerfallsfunktion des transmittierten Feldes bei einem Modulationshub von 85%; die Laserfrequenz bleibt trotz der Amplitudenmodulation die ganze Zeit auf die Cavity stabilisiert. Die aus der Zerfallskurve bestimmte Amplitudenspeicherzeit beträgt für s-Polarisation 26.2 µs. Die Schaltzeit des AOMs wurde zu 100 ns bestimmt und ist somit deutlich kürzer als die für s-Polarisation gemessene Speicherzeit.

Da die Zerfallszeit der Cavity für p-Polarisation nur etwa 500 ns beträgt, ist mit dieser Methode eine genaue Messung erheblich komplizierter, bedingt durch die Faltung aus Schaltvorgang und Zerfallsvorgang.

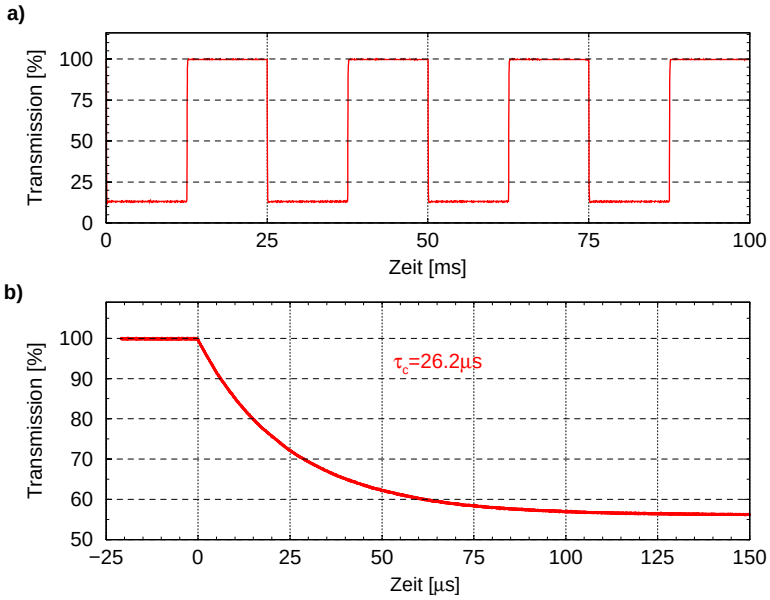

Abbildung 4.9.: a) Transmissionssignal der Referenz-Cavity bei 85% Modulation. **b)** Messung der Speicherzeit der Referenz-Cavity für s-polarisiertes Licht bei einem Modulationshub von 45%. Die Speicherzeit τ_c^A beträgt 26.2 µs und die Finesse 57 790.

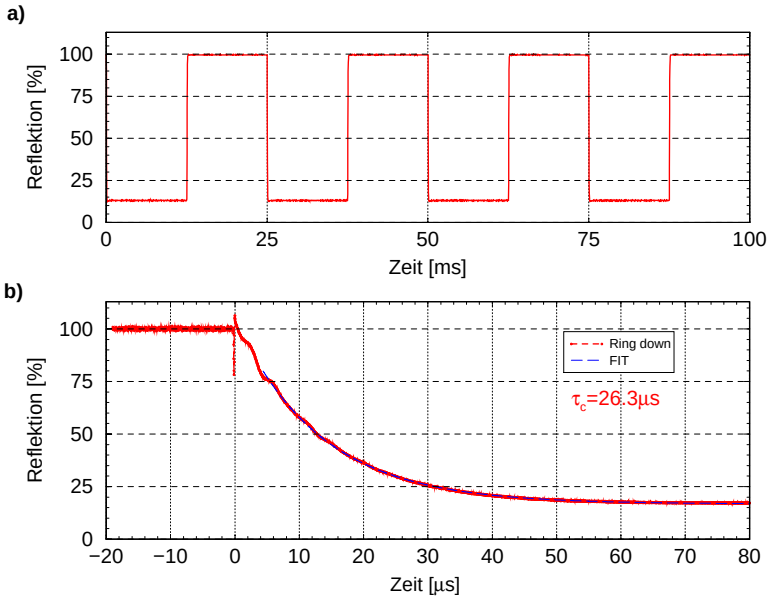

Abbildung 4.10.: a) Reflektionssignal der Referenz-Cavity bei 83% Modulation. **b)** Messung der Speicherzeit der Referenz-Cavity für s-polarisiertes Licht bei einem Modulationshub von 83%. Die Speicherzeit τ_c^A beträgt 26.3 µs und die Finesse 58 010.

Die Zerfallszeit kann auch im reflektierten Photodetektorsignal nachgewiesen werden. Das stationäre Feld setzt sich hier jedoch aus dem reflektiertem und dem Cavity-Feld zusammen. Die Visibilität der GEO 600-Referenz-Cavity beträgt über 96%, so dass das reflektierte DC-Signal im Wesentlichen durch Modenfehlanpassung, hervorgerufen durch den Astigmatismus und die Elliptizität des Transversal-Modes des Master-Lasers, erzeugt wird. Diese Feldkomponenten interferieren jedoch nicht mit dem aus dem Resonator kommenden Feld, sofern die aktive Fläche der Photodiode größer als der Strahldurchmesser ist. Der Mischterm kann also vernachlässigt werden und die Intensität zerfällt mit der Intensitätsspeicherzeit τ_c^P. Das reflektierte Photodiodensignal ist in Abbildung 4.10 dargestellt. Die mit dieser Messung bestimmte Amplitudenspeicherzeit beträgt 26.3 µs. Das transmittierte Feld und das reflektierte Feld zeigen also unterschiedliche Zerfallskurven. Wenn das gesamte Lichtfeld abgeschaltet wird, kann nicht mehr zwischen reflektiertem und transmittiertem Feld unterschieden werden und beide zerfallen mit der Intensitätsspeicherzeit, da der Mischterm verschwindet.
In Tabelle 4.4 sind die Messwerte zusammengestellt. Die Abweichung für die mit unterschiedlichen Messmethoden gewonnenen Werte der Linienbreite beträgt etwa 1.5%. Tabelle 4.5 fasst die optischen Daten der Referenz-Cavity für s-Polarisation zusammen.

Messmethode	Linienbreite δ_c [kHz]		Speicherzeit τ_c^A [µs]		Finesse F	
	p-Pol.	s-Pol.	p-Pol.	s-Pol.	p-Pol.	s-Pol.
Transmission	**304**	–	0.52	–	1155	–
Amplituden-TF	**305**	**5.985**	0.52	26.6	1152	58655
Ringdown Trans.	–	6.075	–	**26.2**	–	57790
Ringdown Refl.	–	6.052	–	**26.3**	–	58010

Tabelle 4.4.: Vergleich der gemessenen Linienbreiten der GEO 600-Referenz-Cavity. Die eigentlichen Messwerte sind in Fettdruck dargestellt.

Freier Spektralbereich	FSR	702	MHz
Round-trip-Zeit	τ_{rt}	1.4	ns
Finesse	F	58 000	
Güte	Q	$2.3 \cdot 10^{10}$	
Linienbreite	δ_c	6 000	Hz
Speicherzeit	τ_s^A	26	µs

Tabelle 4.5.: Optische Daten der GEO 600-Referenz-Cavity.

4.2. Rauschquellen

Im Folgenden werden die wesentlichen Rauschbeiträge betrachtet, die die Kurzzeitstabilität und das erreichbare Frequenzrauschen bei der Laserstabilisierung auf einen Referenzresonator begrenzen. Hier unterscheidet man Rauschbeiträge aufgrund von Längenänderungen und somit Frequenzänderungen der Referenz-Cavity und Rauschbeiträge im Nachweisprozess.

4.2.1. Thermisches Rauschen

Eine fundamentale Begrenzung der Längenstabilität ist durch die temperaturbedingten Längenfluktuationen, das *thermische Rauschen*, gegeben [76, 75, 91]. Zur Berechnung der Längenfluktuationen durch das thermische Rauschen betrachtet man einen Festkörper als ein Ensemble aus mechanischen harmonischen Oszillatoren mit den Resonanzfrequenzen f_n und den effektiven Massen M_n. Die Oszillatorgüten Q_n sind umgekehrt proportional zu den jeweiligen Dämpfungskonstanten $\Phi_n = 1/Q_n$. Die lineare spektrale Dichte der Längenfluktuation ist für strukturelle Dämpfung gegeben durch [76]:

$$s_{\Delta x}(f) = \left[\frac{4k_B T}{8\pi^3 f}\cdot\sum_n \frac{\Phi_n(f) f_n^2}{M_n(f)\left((f^2-f_n^2)^2 + f_n^4\Phi_n(f)\right)}\right]^{1/2} \tag{4.12}$$

$$\approx \left[\frac{8k_B T}{2\pi f}\cdot\sum_n \frac{\Phi_n(f)}{M_n(f)(2\pi f_n)^2}\right]^{1/2} \quad \text{für } f < f_1 \tag{4.13}$$

$$\approx \sqrt{\alpha_{th}}\cdot s_{\Delta x}^{n=1}(f)\,. \tag{4.14}$$

Gleichung (4.13) gilt für Fourier-Frequenzen unterhalb der niedrigsten Resonanzfrequenz f_1. Das mechanische Modenspektrum ist im Allgemeinen sehr komplex, daher approximiert man Gleichung (4.13) durch den Beitrag der niedrigsten Longitudinal-Resonanz $s_{\Delta x}^{n=1}$, der mit dem Faktor α_{th} gewichtet wird. Für die spektrale Dichte der Frequenzfluktuationen ergibt sich dann für eine Cavity der Länge L:

$$s_\nu(f)^{th} = \frac{\nu_L}{L}\cdot s_{\Delta x}(f)\,. \tag{4.15}$$

Eine Abschätzung der durch das thermische Rauschen erzeugten Frequenzfluktuation erhält man mit der Annahme einer frequenzunabhängigen Güte Q und unter Benutzung der Masse des Resonators als effektive Masse M_l. Die lineare spektrale Dichte des Frequenzrauschens beträgt für die Masse $M = 4.9\,\text{kg}$, die Länge $L = 0.1935\,\text{m}$, die Güte $Q = 60\,000$ und dem Faktor $\alpha_{th} = 10$:

$$s_\nu^{th}(f) = 6.9\times10^{-4}\left[\frac{f}{100\,\text{Hz}}\right]^{-1/2}\left[\frac{\alpha_{th}}{10}\right]^{1/2}\left[\frac{Q}{60\,000}\right]^{-1/2}\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}\,. \tag{4.16}$$

4.2.2. Temperaturfluktuationen

Temperaturfluktuationen der Referenz-Cavity verursachen Frequenzänderungen. Der Temperaturausdehnungskoeffizient von ULE hat einen Nulldurchgang bei Raumtemperatur, und der thermische Ausdehnungskoeffizient α_T kann durch eine empirische Formel angenähert werden [9]:

$$\alpha_T(T) = 1.6\times10^{-9}\left[\frac{T}{^\circ C}\right] - 3.2\times10^{-8}. \tag{4.17}$$

Für die durch Temperaturfluktuationen erzeugten Frequenzfluktuationen erhält man direkt:

$$s_\nu^T(f) = \alpha_T(T)\cdot\nu_L\cdot s_T(f) \tag{4.18}$$

$$= 2.8\times\left[\frac{\alpha_T(T)}{10^{-8}}\right]\left[\frac{s_T(f)}{10^{-6}\,\mathrm{K}/\sqrt{\mathrm{Hz}}}\right]\mathrm{Hz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}\,, \tag{4.19}$$

wobei $s_T(f)$ die spektrale Dichte der Temperaturfluktuationen der Referenz-Cavity ist. Eine gute Entkoppelung des Resonators von den Schwankungen der Umgebungstemperatur erreicht man, indem der Resonator in einem Vakuumsystem plaziert und dieses gegebenenfalls temperaturstabilisiert wird. Eine weitere Ursache für Frequenzrauschen bei niedrigen Fourier-Frequenzen sind nicht-sinusförmige Temperaturvariationen wie etwa Tag/Nacht-Schwankungen der Umgebungstemperatur, die dann spektrale Anteile bei höheren Fourierkomponenten enthalten [9].

4.2.3. Photonen-Schrotrauschen

Das Photonen-Schrotrauschen (Anhang A,C) begrenzt das detektierbare Frequenzrauschen $s_\nu(f)$, ist also ein Rauschprozess im Nachweis der Frequenzstörungen. Die schrotrauschbegrenzte Nachweisempfindlichkeit einer POUND-DREVER-HALL-Frequenzregelung beträgt für eine impedanzangepasste Referenz-Cavity (C.18):

$$s_\nu^{sn}(f) = \delta_c\cdot\sqrt{\frac{\hbar\omega_L}{2\eta P_0}}\cdot\frac{\sqrt{1-\beta J_0^2(M)}}{\beta J_0(M)J_1(M)}\cdot\left[1+\left(\frac{f}{\delta_c}\right)^2\right]^{1/2} \tag{4.20}$$

wobei δ_c die Linienbreite der Referenz-Cavity, P_0 die eingestrahlte Lichtleistung, η die Quanteneffizienz der verwendeten Photodiode, $J_n(M)$ die BESSEL-Funktionen der Ordnung n, M der Modulationsindex und β der modenangepasste Anteil des eingestrahlten Feldes sind. Bei bekanntem Modenanpasungsfaktor β kann der Modulationsindex für das optimale Signal-zu-Rausch-Verhältnis berechnet werden. Das POUND-DREVER-HALL-Signal hat seine maximale Steigung für $M = 1.08$, aber die Leistung in den Seitenbändern führt

bei einem hohen Modulationsindex zu erhöhtem Schrotrauschen. Die Nachweisempfindlichkeit ändert sich für einen Modenanpassungsfaktor β grösser als 0.5 nur geringfügig für Modulationsindizes zwischen 0.2 und 1.2.
Für die in dieser Arbeit verwendeten Parameter $\eta = 0.85$, $\beta = 0.8$ und $M = 0.5$ ergibt sich eine schrotrauschbegrenzte Nachweisempfindlichkeit von:

$$s_\nu^{sn}(f) = 1.7\times10^{-4}\cdot\left[\frac{\delta_c}{6\,\mathrm{kHz}}\right]\left[\frac{P}{1\,\mathrm{mW}}\right]^{-1/2}\cdot\sqrt{1+\left(\frac{f}{\delta_c}\right)^2}\ \mathrm{Hz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}. \tag{4.21}$$

4.2.4. Seismisches-Rauschen

Das DOPPLER-Rauschen einer Frequenz-Stabilisierungs-Cavity relativ zu einer zweiten Analysator-Cavity ist eine wesentliche Rauschquelle im Frequenzbereich zwischen 1 Hz und 100 Hz [9, 65]. Abbildung (4.11) zeigt das mit einem 2 Hz-Geophon gemessene seismische Rauschen. Eine gute Abschätzung des horizontalen seimischen Rauschens ergibt sich zu $s_{\Delta x}^{sh} = 10^{-7}\cdot[f/1\,\mathrm{Hz}]^{-2}\,\mathrm{m}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$. Das daraus resultierende Frequenzrauschen für horizontales seismisches Rauschen ist dann:

$$s_\nu^{sh}(f) = \frac{\nu_L}{c}2\pi f\cdot s_{\Delta x}^{sh} \tag{4.22}$$

$$= 0.6\times\left[\frac{1\,\mathrm{Hz}}{f}\right]\mathrm{Hz}/\sqrt{\mathrm{Hz}} \tag{4.23}$$

Eine relative Rotationsbewegung zwischen zwei Frequenzdiskriminatoren führt bei einer Ringcavity aufgrund des SAGNAC-Effektes zu einer Frequenzverschiebung [54]. Da die durch den Strahlengang in der Referenz-Cavity überstrichene Fläche relativ klein ist, ist dieser Effekt deutlich geringer als das DOPPLER-Rauschen.
Akkustische Störungen beeinflussen das erreichbare Frequenzrauschen ganz erheblich. Insbesondere ergeben sich grosse Störungen, wenn die Cavity nicht von der Umgebung mechanisch entkoppelt ist. Mechanische Resonanzen des optischen Tisches und der verwendeten Komponenten begrenzen typischerweise die Frequenzstabilität für den Frequenzbereich von einigen Hz bis zu einigen kHz [65].

4.2.5. Weitere Rauschquellen

Weitere Rauschquellen sind unter anderem Geometriefluktuationen zwischen Lasermode und Resonatormode [14], interne Leistungsfluktuationen, die durch Absorption in den Spiegelschichten zu Frequenzverschiebungen führen, Strahlungsdruckrauschen [15, 48] oder Polarisationsrauschen. Der EOM für die Phasenmodulationsseitenbänder hat einen direkten Einfluss auf die Signalqualität des POUND-DREVER-HALL-Signals durch RF-Übersprechen zwischen Signal und Lokaloszillator, Restamplitudenmodulation (RAM [96]) und Strahl-*Poynting* bei der Modulationsfrequenz durch den piezo-elektrischen Effekt des EOMs.

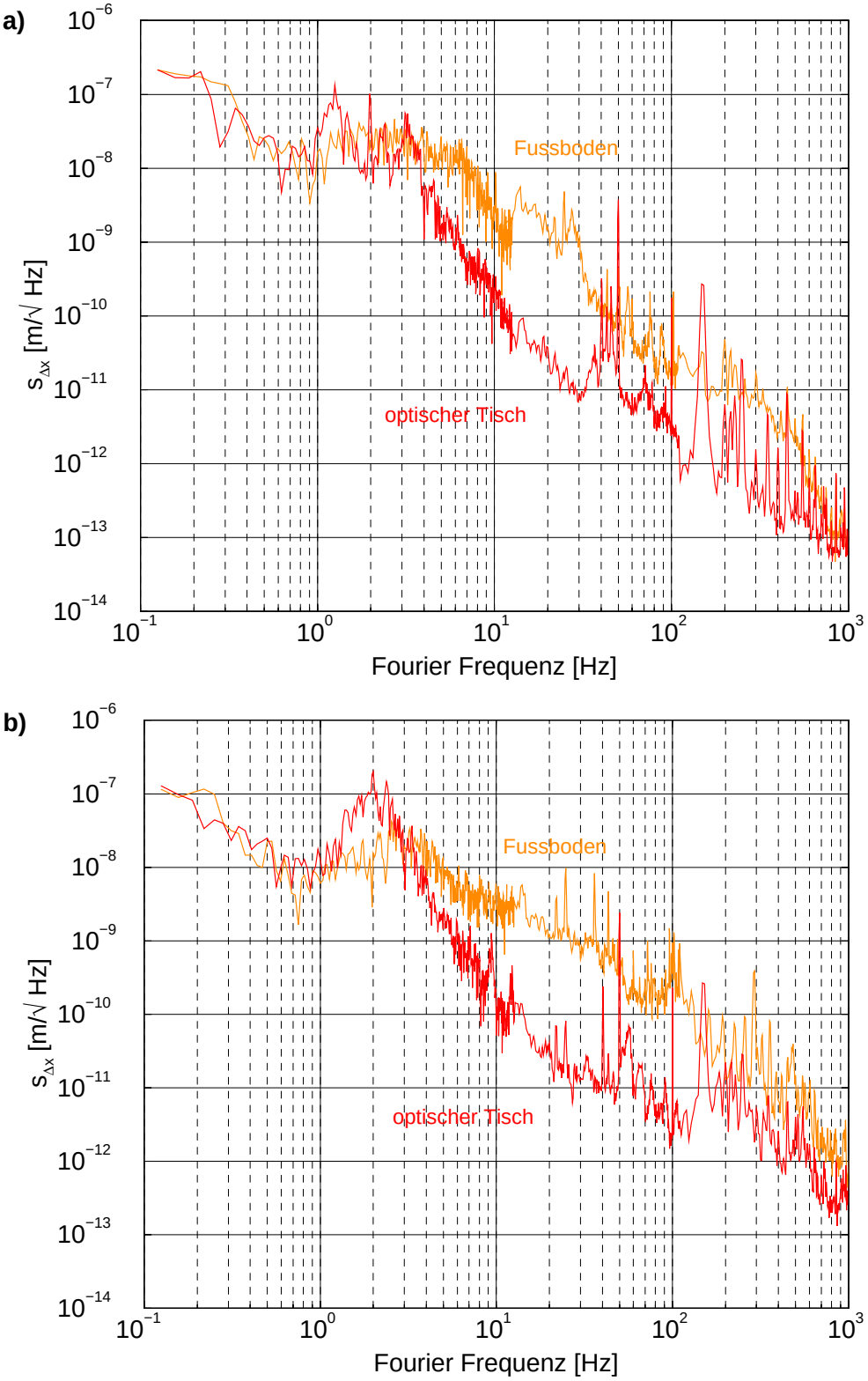

Abbildung 4.11.: Lineare spektrale Dichte des horizontalen a) und des vertikalen b) seismischen Rauschens.

4.2.6. Abschätzung des erreichbaren Frequenzrauschens

Abbildung 4.12 zeigt die abgeschätzten Anteile des Frequenzrauschens für die GEO 600-Referenz-Cavity. Das Gesamtrauschen ergibt sich für unabhängige Rauschquellen zu:

$$s_\nu^{\text{total}}(f) = \sqrt{\sum_i S_\nu^i(f)} \tag{4.24}$$

Für das thermische Rauschen wurde nur der Anteil der 1. Longitudinalresonanz bei 14 kHz mit $\alpha_{\text{th}} = 1$ berücksichtigt. Man erkennt deutlich den Unterdrückungseffekt für das seismische Rauschen durch das inklusive lokaler Regelung simulierte Pendel ($l = 30\,\text{cm}$, $f_0 = 1\,\text{Hz}$). Für die optische Leistung wurde ein Wert von 10 mW eingesetzt. Das theoretisch erreichbare Frequenzrauschen beträgt weniger als $1\,\text{mHz}/\sqrt{\text{Hz}}$ für Fourier-Frequenzen oberhalb von 10 Hz . Im Falle eines niedrigen Frequenzrauschens und guter Entkopplung der Cavity von Umgebungsstörungen besteht die Möglichkeit, die durch thermisches Rauschen angeregte Longitudinalresonanz des ULE-Spacers zu messen.
Um ein derart niedriges Frequenzrauschen zu erreichen, müssen auch die in Abschnitt 4.2.5 erwähnten Störmechanismen berücksichtigt werden, wie das auch an den Resultaten anderer Arbeitsgruppen zu sehen ist [9, 66, 65, 46, 63].

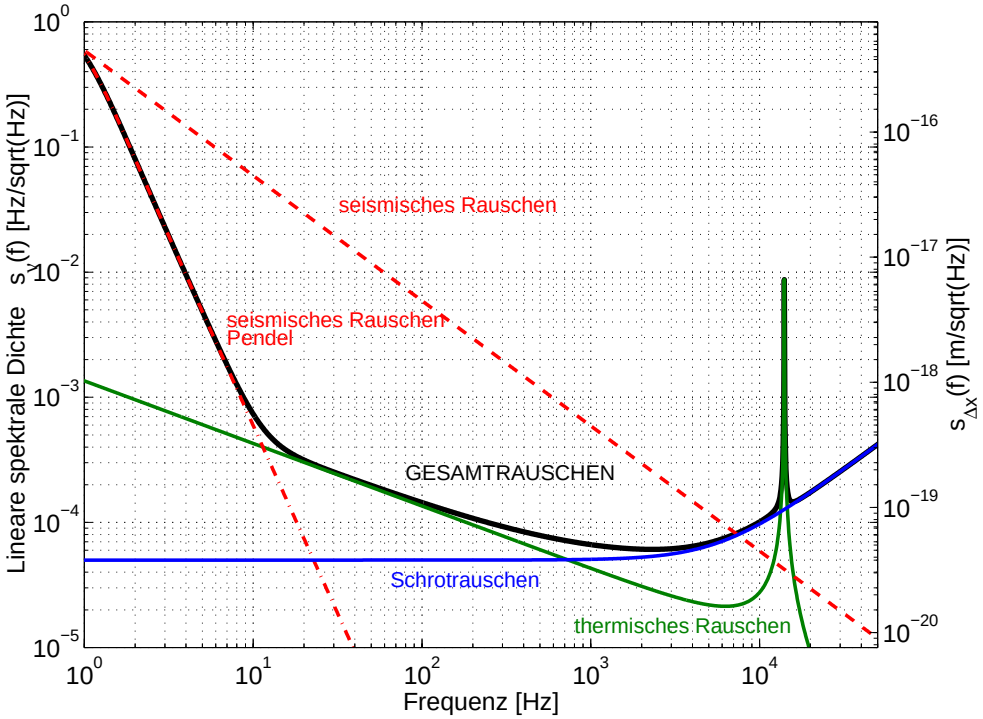

Abbildung 4.12.: Berechnetes Frequenzrauschen der GEO 600-Referenz-Cavity.

4.3. Frequenzregelkreis

Der Frequenzregelkreis, der die Frequenz des Master-Lasers auf eine Cavity-Resonanz stabilisert und das Frequenzrauschen unterdrückt, muss eine ausreichend hohe Verstärkung für Fourier-Frequenzen bis zu einigen kHz haben, um ein Frequenzrauschen im Fehlersignal (error-point) von weniger als $1\text{mHz}/\sqrt{\text{Hz}}$ zu erreichen. Weiterhin sollte der Regelkreis eine möglichst grosse Bandbreite besitzen.
Als Frequenzaktuatoren werden die Temperatur des MISER-Kristalls, der PZT des MISER-Kristalls und ein externer elektro-optischer Modulator (EOM) benutzt. Der PZT wird mit einem dafür gebauten HV-Verstärker (+20 dB Verstärkung, -3 dB-Bandbreite 130 kHz) angesteuert, um einen grossen Frequenzstellbereich zu erreichen. Der EOM wird ebenfalls mit einem HV-Verstärker (Verstärkung +46 dB, -3 dB-Bandbreite 1.7 MHz) angesteuert.
Abbildung 4.13 zeigt ein Blockdiagramm des Frequenzregelkreises.

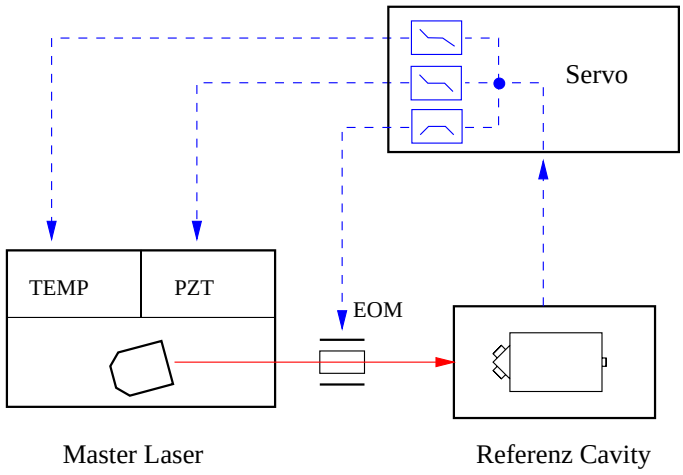

Abbildung 4.13.: Blockdiagramm des Frequenzregelkreises. Das Regelsignal wird über Frequenzweichen auf die Frequenzstellelemente Kristalltemperatur, PZT-Spannung und EOM-Spannung aufgeteilt.

4.3.1. Frequenz-Aktuatoren

Um einen Frequenzregelkreis aufzubauen, ist eine genaue Kenntniss der Transferfunktion der einzelnen Aktuatoren notwendig. Um diese Transferfunktionen zu messen, wurde der Master-Laser mit einem einfachen Integrator auf eine Cavity-Resonanz (niedrige Finesse) stabilisiert. Die gemessene closed-loop-Bandbreite betrug 660 Hz. Anlegen einer Signalspannung an den Aktuatoren resultiert in einen Frequenzhub, der direkt im Fehlersignal, das zuvor kalibriert wurde, detektiert werden kann. Mit einem Netzwerkanalysator (HP 3598A) wurden dann die Frequenz-Transferfunktionenen des PZTs und des EOMs gemessen (Abbildung 4.14). Die so bestimmten Transferfunktionen enthalten allerdings noch den Pol der Cavity bei 304 kHz und die Restunterdrückung des Regelkreises. Diese Effekte

wurden in den Kurven in Abbildung 4.14 herausgerechnet. Der Frequenzhub des PZT beträgt 1.7 MHz/V, die nutzbare Bandbreite des PZT wird allerdings durch die Resonanzen bei 150 kHz und 310 kHz auf etwa 50 kHz begrenzt. Der Phasenhub des elekro-optischen Modulators wurde zu 30 mrad/V bestimmt, der Frequenzhub beträgt somit 30 Hz/V bei 1 kHz und steigt proportional mit der Fourier-Frequenz. Mit dem HV-Verstärker ergibt sich dann ein Frequenzhub von 6 kHz/V bei 1 kHz.

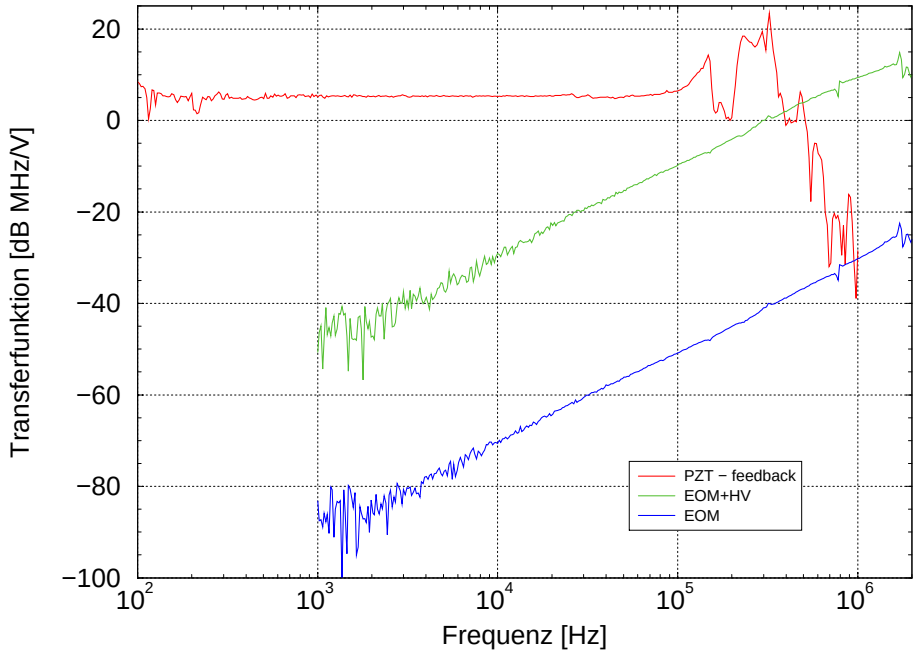

Abbildung 4.14.: Transferfunktion der Frequenz-Aktuatoren. PZT-feedback: open-loop-Transferfunktion des MISER-PZT; EOM: open-loop-Transferfunktion des EOMs; EOM+HV: open-loop-Transferfunktion des EOMs mit angeschlossenem HV-Verstärker.

Die Transferfunktion zwischen der Spannung am Modulationseingang der Temperaturregelung des MISER-Kristalls und der Laserfrequenz wurde ebenfalls mit geschlossenem Frequenzregelkreis bestimmt. In diesem Fall wurde ein Testsignal mit einem FFT-Netzwerkanalysator (HP 35670A) an den Temperatur-Modulationseingang der MISER-Elektronik eingespeist. Die resultierende Frequenzstörung wurde dann am Monitorausgang des HV-Verstärkers des MISER-PZT gemessen. Die Frequenz-Transferfunktion ist in Abbildung 4.15 dargestellt. Der Frequenzhub beträgt 2 GHz/V, die nutzbare Bandbreite etwa 0.5 Hz.
Die Regelelektronik ist im Anhang E.1 beschrieben. Der Übergang (*cross-over*) zwischen Temperatur- und PZT-Stellelement liegt bei etwa 0.3 Hz, der Übergang zwischen PZT- und EOM-Stellelement bei 30 kHz.

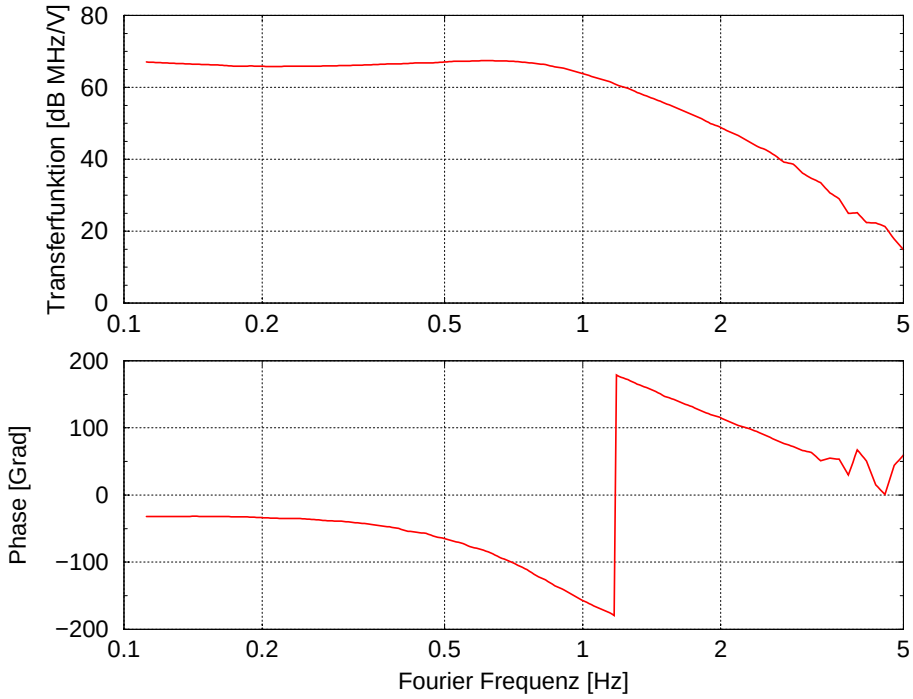

Abbildung 4.15.: Open-loop-Transferfunktion der Frequenzänderung durch Temperaturänderung des MISER-Kristalls.

4.4. Frequenzrauschen

4.4.1. Frequenzrauschen des freilaufenden MISERs

Eine Messung des Frequenzrauschens des freilaufenden MISERs wird benötigt, um die erforderliche Verstärkung des Frequenzregelkreises zu ermitteln. Für diesen Zweck wurde der MISER wiederum mit einem einfachen Integrator mit 660 Hz Regelbandbreite auf die Referenz-Cavity stabilisiert. Bei der Berechnung des relativen Frequenzrauschens wurde die gemessene Verstärkung des Regelkreises berücksichtigt. Eine weitere Möglichkeit das Frequenzrauschen zu bestimmen, ist einen Regelkreis mit hoher Verstärkung und grosser Bandbreite zu benutzen. In diesem Fall liefert das Aktuatorsignal das freilaufende Frequenzrauschen des MISERs.

In Abbildung 4.16 ist das gemessene Frequenzrauschen mit ein- bzw. ausgeschalteter Intensitätsstabilisierung wiedergegeben. Eine analytische Beschreibung des Frequenzrauschens des freilaufenden MISERs ergibt sich in Übereinstimmung mit den Ergebnissen anderer Autoren zu [63, 101, 9, 26]:

$$\widetilde{\delta\nu}_{\text{frei}} \simeq 10\,\text{kHz}/\sqrt{\text{Hz}} \times \left[\frac{1\,\text{Hz}}{f}\right] \qquad \text{für } 1\,\text{Hz} < f < 100\,\text{kHz}. \tag{4.25}$$

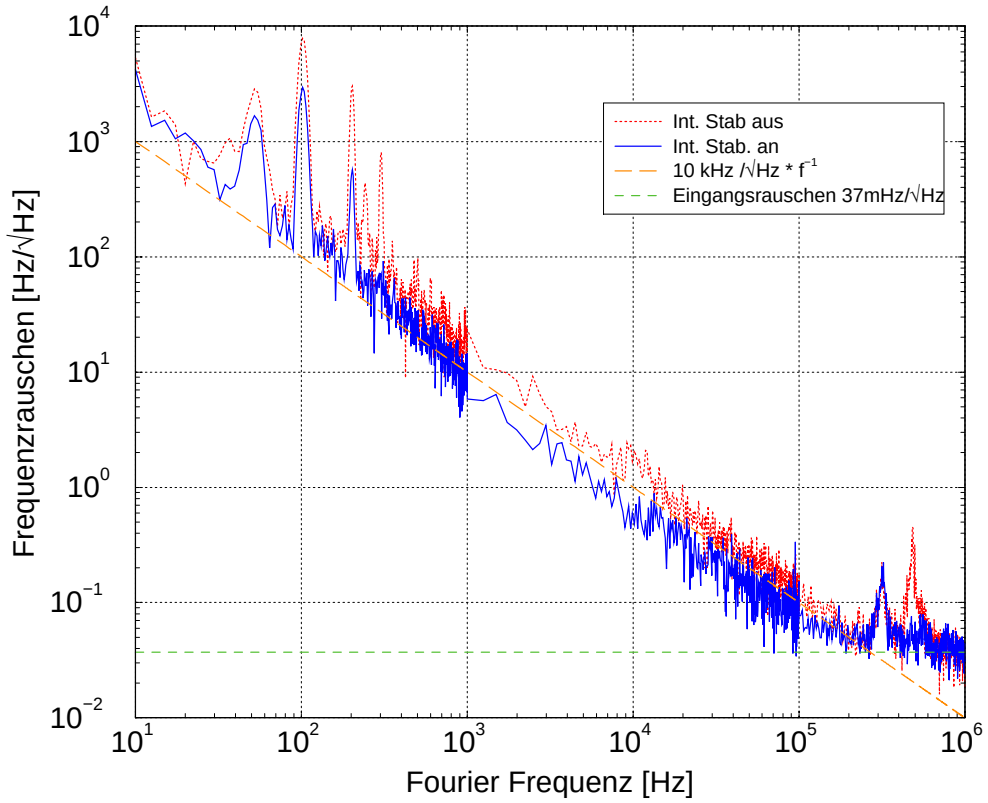

Abbildung 4.16.: Lineare spektrale Dichte des Frequenzrauschens des freilaufenden Master-Lasers mit/ohne eingeschaltete Intensitätsstabilisierung. Das äquivalente Eingangsrauschen am IF-Ausgang des Mischers beträgt 37 mHz/$\sqrt{\text{Hz}}$.

Das Frequenzrauschen bei niedrigen Fourier-Frequenzen wird durch Leistungsfluktuationen des Pumplichtes erzeugt, die über induzierte thermische Fluktuationen die Resonatorlänge des MISERs verändern. In der Arbeit von T. DAY [26] wurde ein analytisches Modell entwickelt, mit dem das Frequenzrauschen aufgrund von Pumpleistungsfluktuationen berechnet wird. Der spektrale Verlauf des Frequenzrauschens zeigt dort eine berechnete Steigung von -6 dB/Oktave (f^{-1}), wie man sie auch in der Messung (Abb. 4.16) wiederfindet. Durch die Intensitätsstabilisierung wird eine geringfügige Reduktion des Frequenzrauschens erreicht. Bei 480 kHz ist mit ausgeschalteter Intensitätsstabilisierung ein deutlicher *Peak* im Spektrum zu erkennen, der durch die Brechungsindexmodulation bei der Relaxationsoszillation des MISERs erzeugt wird. Ein weiterer *Peak* bei 310 kHz wurde der PZT-Resonanz zugeordnet. Um sicherzustellen, dass es sich hier nicht um ein Übersprechen aus dem Leistungsspektrum handelt, wurde mit einem AOM eine Amplitudenmodulation auf das Lichtfeld aufgeprägt und das resultierende Signal im Frequenzrauschspektrum gemessen. Die aufgeprägte Amplitudenmodulation hatte die gleiche Größe wie die Relaxationsoszillation im Leistungsspektrum. Das durch Übersprechen der aufgeprägten Modulation erzeugte Signal liefert ein um 60 dB niedrigeres Signal im Frequenzspektrum als das intrinsische Si-

gnal bei der Relaxationsoszillation.

Durch spontane Emission aus dem oberen Laserübergang ergibt sich für einen freilaufenden Laser eine untere Grenze des Frequenzrauschens, das sogenannte SCHALOW-TOWNES-Limit [77]. Durch einen Frequenzregelkreis kann das Frequenzrauschen eines Lasers deutlich unter diesen Wert gesenkt werden. Die spektrale Dichte des SCHAWLOW-TOWNES-Frequenzrauschens ist gegeben durch [102]:

$$s_\nu(f)^{\mathrm{ST}} = \delta_\mathrm{M}\sqrt{\frac{h\nu_\mathrm{L}}{P_0}}\,, \tag{4.26}$$

wobei δ_M die volle Linienbreite der *kalten* Cavity des MISERs ist. Mit der optischen Umlauflänge von 51.8 mm und für 0.8 W optische Ausgangsleistung ergibt sich für das SCHALOW-TOWNES-Frequenzrauschen ein Wert von etwa 40 mHz/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$.
Aus den Messungen dieser Arbeit kann allerdings keine signifikante Aussage in Hinblick auf das SCHALOW-TOWNES-Frequenzrauschen gewonnen werden, da das äquivalente Frequenzrauschen am IF-Ausgang des Diodenringmischers 37 mHz/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$ (12 nV/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$) und die schrotrauschbegrenzte Messempfindlichkeit 12 mHz/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$ betrug.

4.4.2. Error-point-Frequenzrauschen des stabilisierten MISERs

Wesentliche Informationen über die Regelbandbreite des Frequenzregelkreises und die erreichbare Störsignal-Unterdrückung lassen sich durch eine Messung des Frequenzrauschens am error-point des Regelkreises gewinnen. In Abbildung 4.17 ist das Frequenzrauschspektrum am error-point wiedergegeben. Die Regelbandbreite des Frequenzregelkreises beträgt etwa 1 MHz. Aus dem Vergleich des Frequenzrauschens des freilaufenden und des stabilisierten MISERS lässt sich direket die open-loop-Verstärkung ermitteln. Für Fourier-Frequenzen unterhalb 1 kHz beträgt die Verstärkung über 100 dB.
Das error-point-Frequenzspektrum liefert jedoch nicht in jedem Fall das tatsächliche Frequenzrauschen des stabilisierten Lasers. Alle Schwankungen der Referenz-Cavity und alle Störungen, die zwischen der Referenz-Cavity und dem error-point der Regelschleife eingekoppelt werden (Abschnitt 4.2.5) können am error-point nicht detektiert werden, sondern werden vom Regelkreis dem Laser als zusätzliches Frequenzrauschen aufgeprägt.
Um den Kalibrationsfaktor [Hz/V] am error-point zu bestimmen, wurde dort über einen Addierer ein niederfrequentes Testsignal V_{error} eingespeist. Durch den Frequenzregelkreis wird das Testsignal am error-point unterdrückt, indem durch den PZT-Aktuator der Laserfrequenz eine ebensogroße Frequenzschwankung aufgeprägt wird. Die Signalspannung V_{PZT} kann am HV-Verstärker des PZT, dessen Frequenzhub κ_{PZT} bekannt ist, gemessen werden. Der Kalibrationsfaktor beträgt dann: $\kappa_{\mathrm{error}} = V_{\mathrm{test}}/V_{\mathrm{PZT}} \cdot \kappa_{\mathrm{PZT}}$

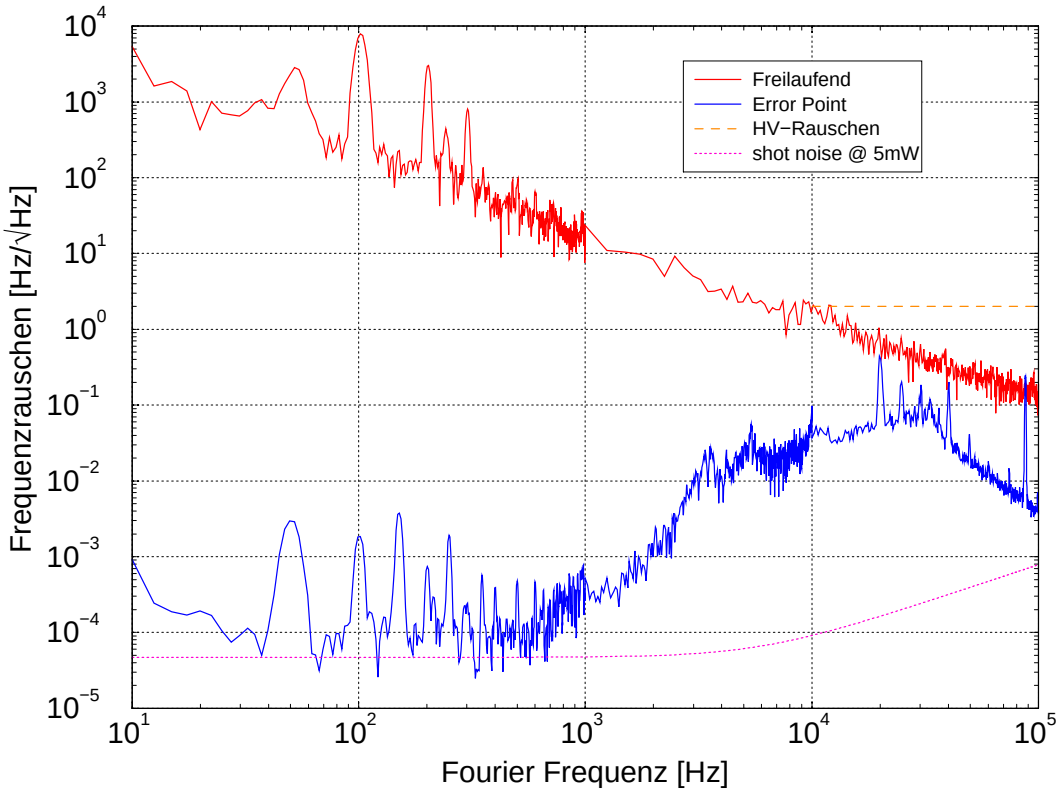

Abbildung 4.17.: Lineare spektrale Dichte des error-point-Frequenzrauschens des Master-Lasers. Die schrotrauschbegrenzte Empfindlichkeit beträgt für 5 mW optische Leistung $5 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{Hz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$. Der Cavity-Pol bei 6 kHz ist im error-point-Spektrum nicht herausgerechnet.

4.4.3. Frequenzrauschen des stabilisierten MISERs

Um das Frequenzrauschen des stabilisierten Laser-Systems in einer unabhängigen Messung zu bestimmen, wurde eine Analysator-Cavity als Frequenzdiskriminator benutzt. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 4.18 dargestellt; sämtliche Komponenten befinden sich auf dem gleichen optischen Tisch. Der MISER ist auf eine TEM_{00}-Mode der ULE-Cavity stabilisiert. Als Analysator-Cavity dient eine lineare Cavity mit einem Abstandshalter aus ZERODUR, die sich ebenfalls in einem Vakuumtank befindet. Die Finesse beträgt 25 000 und die optische Umlauflänge 428 mm.
Ein Teil des Lichtes wird über die 1. Ordnung eines akusto-optischen Modulators (ISOMET-1205 C-1) frequenzverschoben. Der AOM wird zweimal durchlaufen, um Winkelversatz bei Änderung der Treiberfrequenz zu unterdrücken. Zusätzlich wird auch der Durchstimmbereich auf ± 60 MHz verdoppelt. Als Signalquelle für den AOM dient ein durchstimmbarer Frequenzsynthesizer (Rhode&Schwarz SMT 06), dessen Ausgangssignal mit einem RF-Verstärker auf eine Ausgangsleistung von +30 dBm verstärkt wird.
Um das Fehlersignal für die Frequenzabweichungen zwischen der Analysator-Cavity und

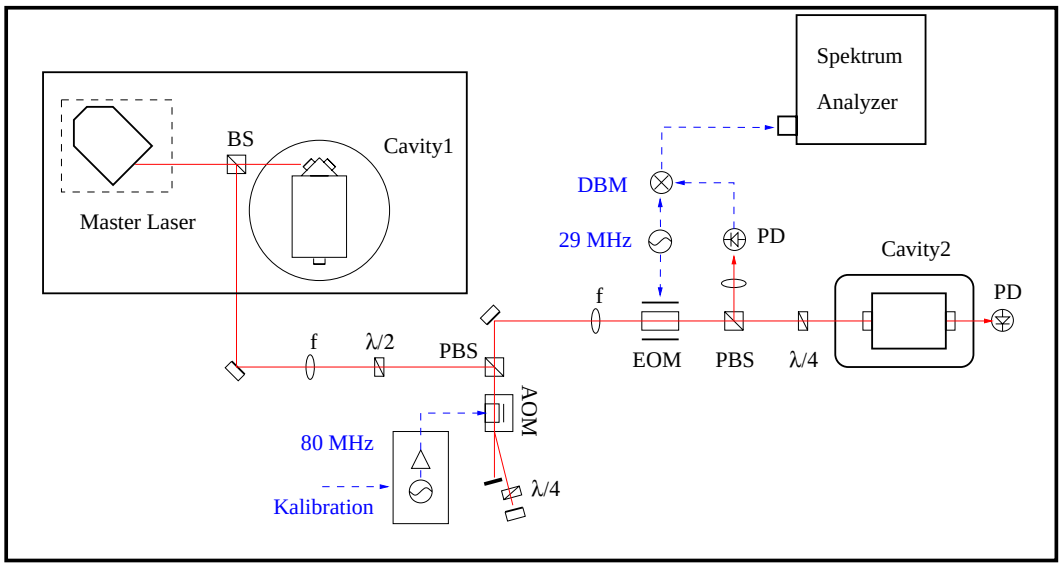

Abbildung 4.18.: Aufbau zur Bestimmung des Frequenzrauschens. PD: Photodetektor; PBS: Polarisationsstrahlteiler; f: Linse; $\lambda/2, \lambda/4$: Verzögerungsplatten; DBM: Double Balanced Mixer; AOM: akustooptischer Modulator.

dem Laser zu erzeugen, wird wiederum die POUND-DREVER-HALL-Technik benutzt. Es war nicht möglich, den Laser gleichzeitig mit TEM_{00}-Moden der Cavities in Resonanz zu bringen. Die freien Spektralbereiche der ULE-Cavity und der ZERODUR-Cavity unterscheiden sich nur um 3 MHz; weswegen auch mit einer Änderung der longitudinalen Modenzahl die Frequenzdifferenz nicht überbrückt werden konnte. Aus diesem Grund wurde der auf die ULE-Cavity stabilisierte MISER mit einer passenden AOM-Treiberfrequenz von 92 MHz mit einer TEM_{01}-Mode der ZERODUR-Cavity in Resonanz gebracht. Die typische temperaturbedingte Frequenzdrift zwischen beiden nicht temperaturstabilisierten Cavities betrug 300 Hz/s, was einer relativen Längenänderung von $1 \cdot 10^{-12}$ /s entspricht. Die ZERODUR-Cavity wird in Resonanz gehalten, indem die Frequenzdrift mit einem Regelkreis über eine Änderung der Treiberfrequenz des AOMs ausgeglichen wird. Zur Bestimmung des Frequenzrauschspektrums wurde dieser Regelkreis jedoch abgeschaltet.
Das Frequenzrauschen des auf die ULE-Cavity stabilisierten MISERs relativ zu der ZERODUR-Cavity wurde am error-point der (offenen) ZERODUR-Frequenzregelung mit einem FFT-Analysator (HP 35670A) gemessen. Das Spektrum wurde kalibriert, indem eine Frequenzmodulation bei 1 kHz mit einem Frequenzhub von 50 Hz auf das RF-Treibersignal des AOMs aufgeprägt wurde. Diesem Kalibrationssignal entspricht dann im gemessenem Spektrum eine Frequenzstörung von 100 Hz, da der AOM zweimal durchlaufen wird. Das gemessene Frequenzrauschspektrum ist in Abbildung 4.19 wiedergegeben. Das Frequenzrauschspektrum ist zwischen 20 Hz und 1 kHz durch die mechanischen Resonanzen des Versuchaufbaus (optischer Tisch und Spiegelhalter) dominiert. Bei der Struktur zwischen 40 Hz und

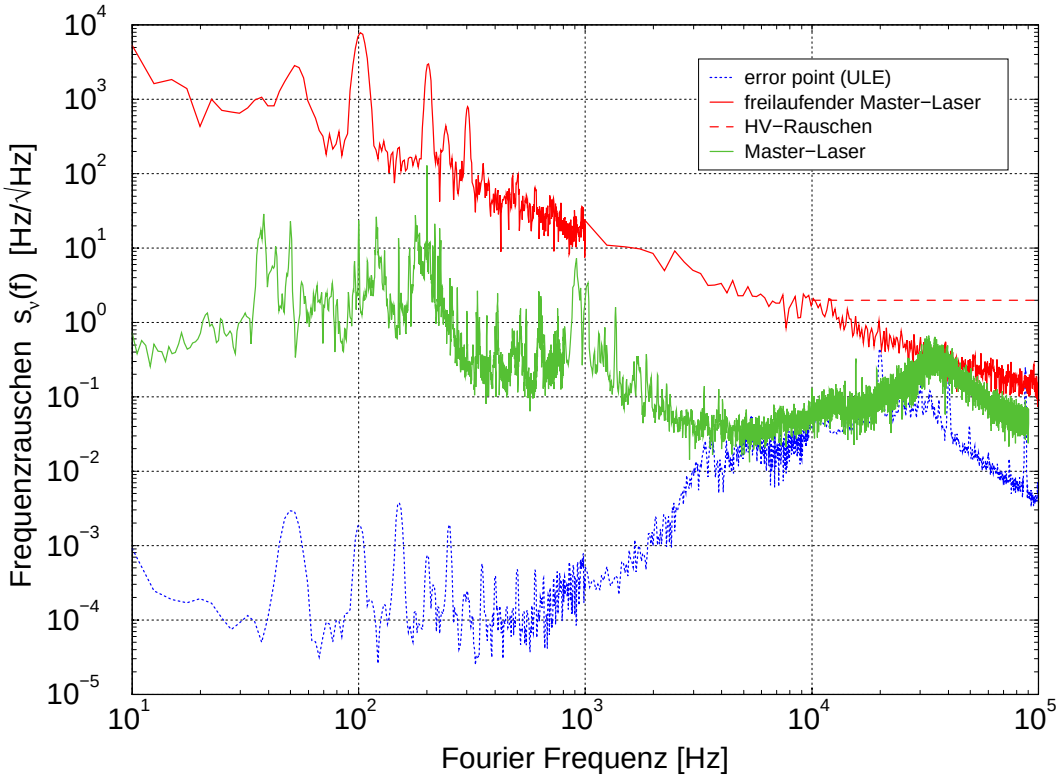

Abbildung 4.19.: Frequenzrauschspektrum des stabilisierten MISERs. Obere Messkurve: Frequenzrauschen des freilaufenden MISERs; mittlere Messkurve: Frequenzrauschspektrum des stabilisierten MISERs relativ zu einer ZERODUR-Cavity; untere Messkurve: error-point-Frequenzrauschspektrum. Die Pole der ULE-cavity und der ZERODUR-Cavity wurden nicht herausgerechnet.

50 Hz scheint es sich um eine Horizontal-Resonanz des optischen Tisches zu handeln. Zwischen 2 kHz und 20 kHz liegt das Frequenzrauschen unter 100 mHz/$\sqrt{\text{Hz}}$ und entspricht dem error-point-Frequenzrauschspektrum. Das Ansteigen des Rauschspektrums bei 30 kHz wird durch den *cross over* zwischen EOM- und PZT-Aktuator erzeugt. Die mechanischen Resonanzen der ULE-Cavity bei 14 kHz, 15.6 kHz und 16.6 kHz zeigen sich im Spektrum über der Rauschgrenze.
In [66] wurde das Frequenzrauschen eines stabilisierten Lasers relativ zu einer Analysator-Cavity für aufgehängte und nicht aufgehängte Cavities untersucht. Die Ergebnisse zeigen, dass das Frequenzrauschspektrum für als Pendel aufgehängte Cavities etwa 2 Grössenordnungen niedriger ist als das für auf dem optischen Tisch befestigte Cavities (für Fourier-Frequenzen bis etwa 2 kHz). Es ist also zu erwarten, dass durch die Pendel-Aufhängung der GEO 600-Referenz-Cavity das durch akustische und seismische Störungen erzeugte Frequenzrauschen deutlich reduziert wird. Weiterhin ist ein sorgfältiges optisches Layout unter Verwendung möglichst weniger, stabiler mechanischer und optischer Komponenten notwendig, um die GEO 600-Spezifikation zu erreichen.

4.5. Schwebungssignal-Messung

Eine Abschätzung der Laserlinienbreite kann direkt aus der spektralen Dichte des Frequenzrauschens gewonnen werden. Für eine frequenzunabhängige, *weiße*, spektrale Dichte des Frequenzrauschen beträgt die Linienbreite eines Lasers [31]:

$$\Delta\nu_L = \pi s_\nu^2(f)\,. \tag{4.27}$$

Für eine spektrale Dichte des Frequenzrauschens von $1\,\mathrm{Hz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ ergibt sich folglich eine Linienbreite von 3 Hz. Um die Kurzzeit-Linienbreite experimentell zu bestimmen, wurde das Schwebungssignal zwischen zwei auf identische ULE-Cavities frequenzstabilisierten monolithischen Ringlasern gemessen. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 4.20 skizziert.

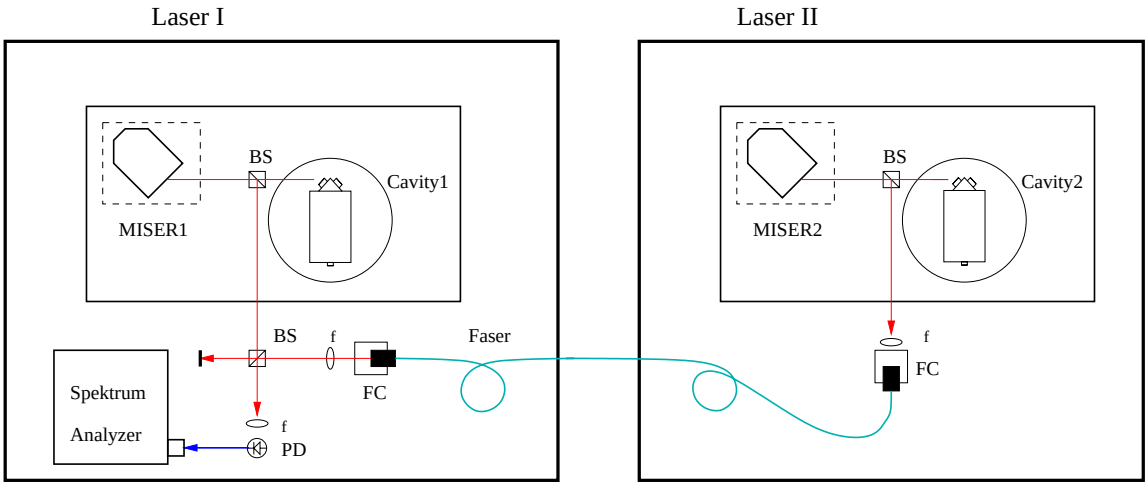

Abbildung 4.20.: Aufbau zur Bestimmung der Laserlinienbreite. PD: Photodiode; FC: Faserkoppler; BS: Strahlteiler; f: Linse.

Die Laser befinden sich in unterschiedlichen thermisch entkoppelten Räumen. Etwa 1 mW optische Leistung von Laser II wird mit einer *single-mode*-Glasfaser für die Schwebungssignal-Messung zu Laser I geführt. Die Strahlen werden mit einem Strahlteiler überlagert und auf einer fasergekoppelten Photodiode (Thorlabs: D400FC) zur Interferenz gebracht. Mit einem RF-Spektrumanalysator (HP 4395A) wird das Schwebungssignal ausgelesen. Abbildung 4.21 zeigt das normierte Spektrum des Schwebungssignals zwischem einem frequenzstabilisierten MISER und einem freilaufenden MISER. Die volle Breite auf halber Höhe beträgt etwa 5 kHz. Bei ± 250 kHz sind Störbeiträge durch die PZT-Resonanzen zu erkennen. Die Frequenzdrift des Schwebungssignals betrug typischerweise 1 MHz/min.

Sind beide Laser auf die ULE-Cavities stabilisiert, reduzieren sich die Frequenzschwankungen erheblich. Es konnte eine typische Driftrate des Schwebungssignals um 300 Hz/s beobachtet werden, die durch die langsame, unterschiedliche Temperaturvariation der ULE-Cavities hervorgerufen wird. Die relative Frequenzänderung $\delta\nu/\nu_L$ zwischen den unabhängigen Systemen beträgt folglich 10^{-12}/s und entspricht einer relativen Temperaturänderung von wenigen mK/min. Eine erhebliche Reduzierung der Driftrate kann durch eine aktive Stabilisierung der Temperatur der ULE-Cavities erreicht werden.
Die Driftrate begrenzt allerdings die nutzbare Messzeit und somit auch die benutzte Auflösungsbandbreite des Spektrumanalysators zur Bestimmung der Laserlinienbreite. Abbildung 4.22 zeigt das gemessene Spektrum des Schwebungssignals für zwei frequenzstabilisierte MISER. Eine genaue Aussage über die Linienbreite ist aufgrund der Drift nicht möglich. Eine konservative Abschätzung anhand eines angefitteten LORENTZ-Profils (obere Abbildung) liefert eine Linienbreite von 200 Hz. In der linearen Darstellung (untere Abbildung) entspricht der zentrale *Peak* der Filterbandbreite von 10 Hz. Im Spektrum des Schwebungssignals sind aber weitere Strukturen vorhanden, die auf die Drift des Schwebungssignals und auf akustische Störungen zurückzuführen sind. Von UEHARA und UEDEA [93] wurde eine Linienbreite von 193 mHz gemessen. Dort wurden zwei monolithische Nd:YAG-Ringlaser auf eine ULE-Cavity stabilisiert. Linienbreitenmessungen von zwei unabhängigen Nd:YAG-Laser-Systemen, die auf als Pendel aufgehängte ULE-Cavities frequenzstabilisiert waren, wurden von NAKAGAWA et al. [66, 65] durchgeführt. Die dort bestimmten Linienbreiten betragen unter 30 Hz, zeigen aber ebenfalls zusätzliche Strukturen im Spektrum des Schwebungssignals.
Prinzipiell ist es möglich, die Driftrate aus dem Spektrum zu entfernen, indem die Schwebungsfrequenz auf eine RF-Frequenz stabilisiert und das Signal herausgemischt oder auf einen AOM zurückgeführt wird.
Mit der Schwebungssignalmessung ist auch eine Abschätzung der Frequenzänderungen der ULE-Cavity möglich, die durch die geringfügige Aufheizung der dielektrischen Schichten der Spiegel durch die umlaufende Lichtleistung hervorgerufen wird. Zu diesem Zweck wurde die zur Frequenzstabilisierung verwendete Leistung von Laser I von 1 mW auf 2 mW erhöht. Die Frequenz des Schwebungssignals erniedrigte sich um etwa 1 kHz auf einer Zeitskala von unter 1 s. Die daraus resultierende Frequenzverschiebung beträgt 1 Hz/µW. Für eine für die Stabilisierung verwendete Lichtleistung von 1 mW betragen die absoluten Leistungsfluktuationen bei 10 Hz etwa $10^{-9}\,\mathrm{W}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$. Daraus folgt ein thermisch induziertes Frequenzrauschen von $1\,\mathrm{mHz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$, wobei allerdings noch die Antwortfunktion der Spiegel zu berücksichtigen ist.

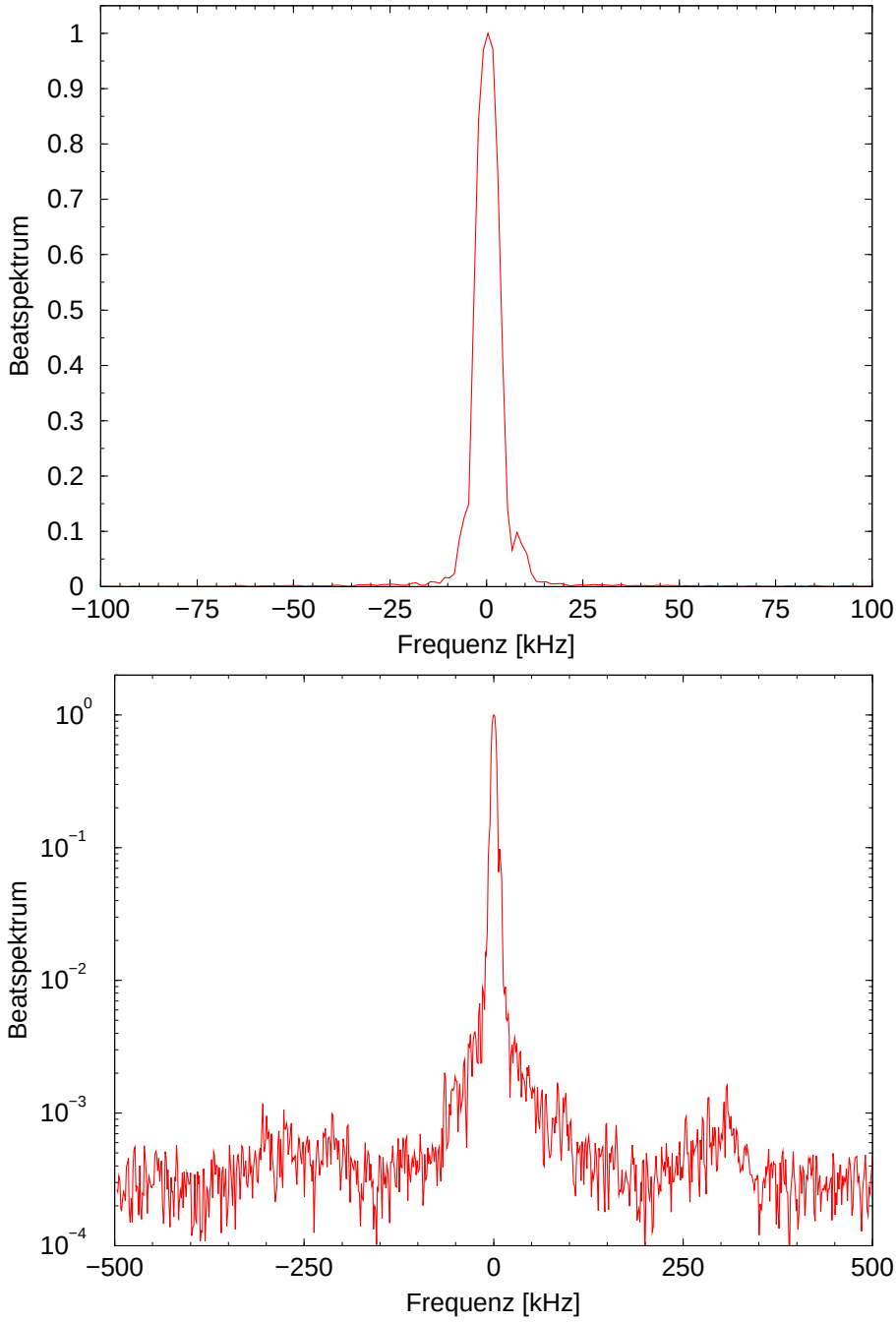

Abbildung 4.21.: Normiertes Spektrum des Schwebungssignals zwischen einem frequenzstabilisierten und einem freilaufenden MISER. RBW=1 kHz, Sweeptime 0.2 s, Spann 1 MHz. Obere Kurve: Lineare Skala; untere Kurve: logarithmische Skala.

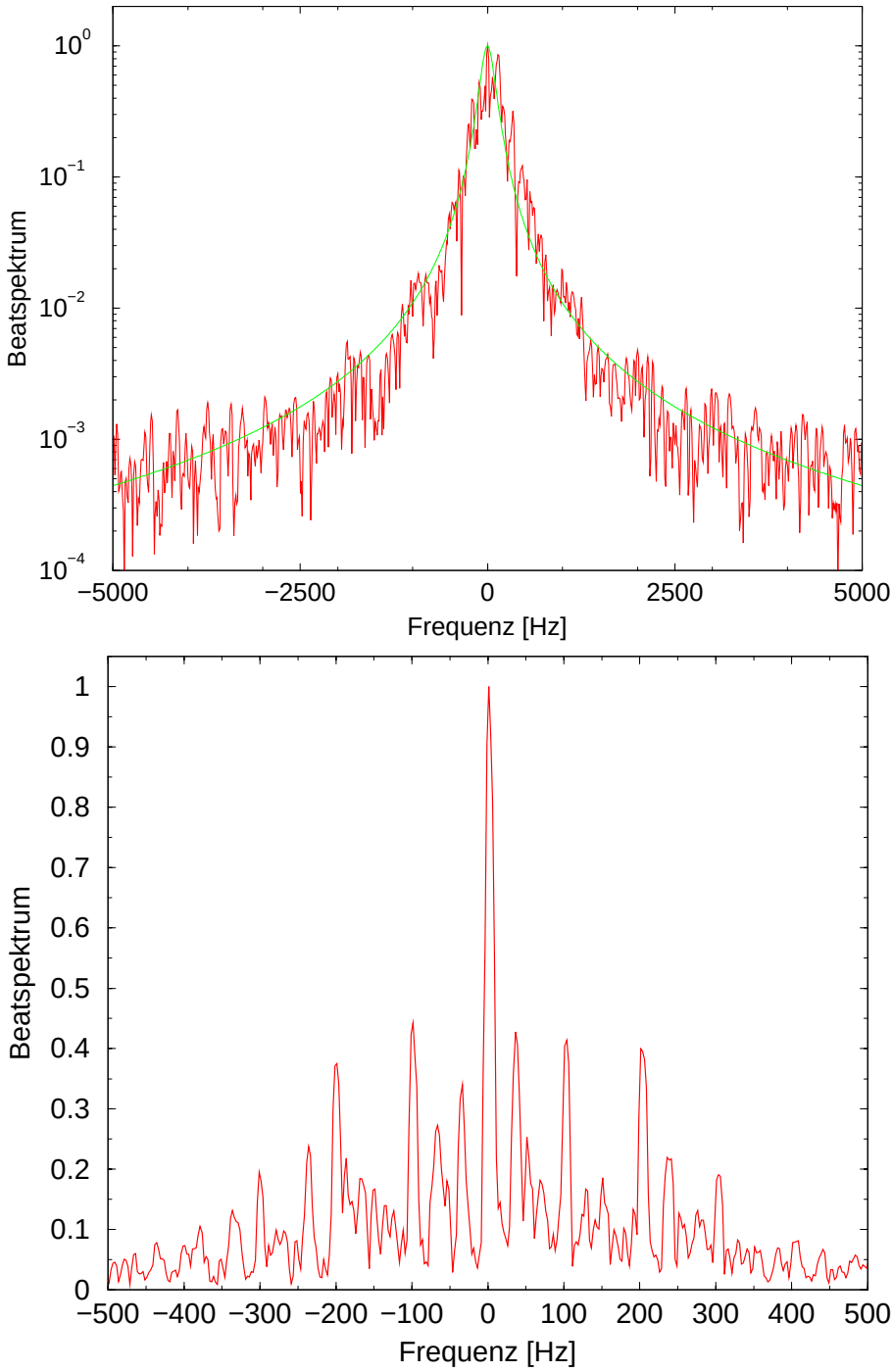

Abbildung 4.22.: Normiertes Spektrum des Schwebungssignals zwischen zwei frequenzstabilisierten MISERn. RBW=10 Hz, Sweeptime 0.7 s, Spann 10 Hz. Obere Kurve: Lineare Skala; untere Kurve logarithmische Skala.

4.6. Frequenz-Amplituden-Koppelung

Bei der gleichzeitigen Verwendung von Regelkreisen zur Frequenz- und Leistungsstabilisierung kann es zu gegenseitigen Störungen aufgrund von Koppelungsmechanismen kommen. Dies bedeutet, dass die Gesamt-Transfermatrix des *multiple input / multiple output*-Regelkreises (MIMO) nichtdiagonale Einträge besitzt. Insbesondere wird durch die Ansteuerung des PZT des MISERs für die Frequenzverstimmung auch eine geringe Leistungs- und Geometrie-Änderung hervorgerufen, wohingegen eine Änderung des Pumpstromes der Laserdioden auch eine Frequenzänderung bewirkt.

4.6.1. Leistungsrausch-Spektrum

Der Master-Laser besitzt einen Regelkreis zur Unterdrückung der Relaxationsoszillationen [42]. Die lineare spektrale Dichte des relativen Leistungsrauschens des Master-Lasers ist in Abbildung 4.23 für einen detektierten Photostrom I_0 von 5 mA mit ein- bzw. ausgeschaltetem Leistungsregelkreis dargestellt. Das Leistungsrauschen ist für den detektierten Photostrom von 5 mA ab 5 MHz schrotrauschlimitiert, und die Relaxationsoszillationen werden komplett unterdrückt. Zusätzlich wird auch das Frequenzrauschen geringfügig reduziert (Abschnitt 4.4.3).

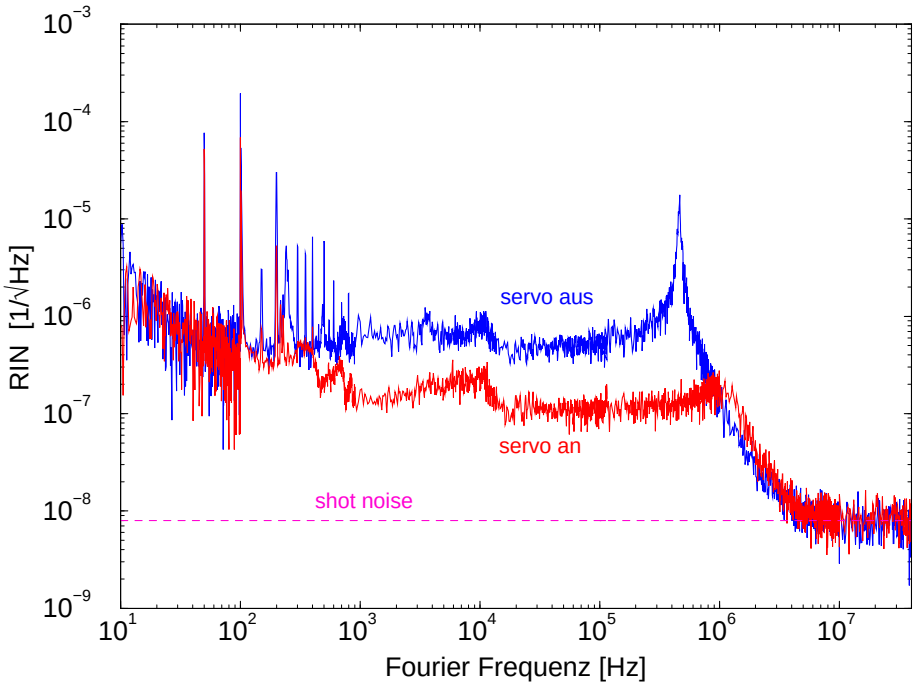

Abbildung 4.23.: Lineare spektrale Dichte des relativen Leistungsrauschens des Master-Lasers mit ein- bzw. ausgeschaltetem Leistungsregelkreis. Der detektierte Photostrom beträgt $I_0 = 5\,\mathrm{mA}$ und das schrotrauschbegrenzte relative Leistungsrauschen $8 \cdot 10^{-9}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$.

4.6.2. Pumpstrom-Frequenz-Koppelung

Eine Änderung des Pumpstroms resultiert aufgrund von thermischen Effekten im Nd:YAG-Kristall in einer Frequenzänderung. So wird das Frequenzrauschen bis etwa 100 kHz vor allem durch die Leistungsfluktuationen der Pumpquelle erzeugt (Abschnitt 4.4.3, [26]). Mit einem geschlossenen Frequenzregelkreis kann die Transferfunktion zwischen Pumpstromänderung und Frequenzänderung direkt gemessen werden. Zu diesem Zweck wurde eine Modulation des Pumpstromes (I_{DC} = 1.4 A) mit einem Hub von $\pm$3 mA über den Modulationseingang der Stromquelle auf die Laserdioden aufgebracht. Die resultierende Frequenzänderung wurde am Monitorausgang des HV-Verstärkers, der den PZT des MISER ansteuert, abgegriffen. Der Temperaturzweig der Frequenzregelung war für diese Messung abgeschaltet. Die mit einem FFT-Netzwerkanalysator (HP 35670A) gemessene Transferfunktion ist in Abbildung 4.24 dargestellt.

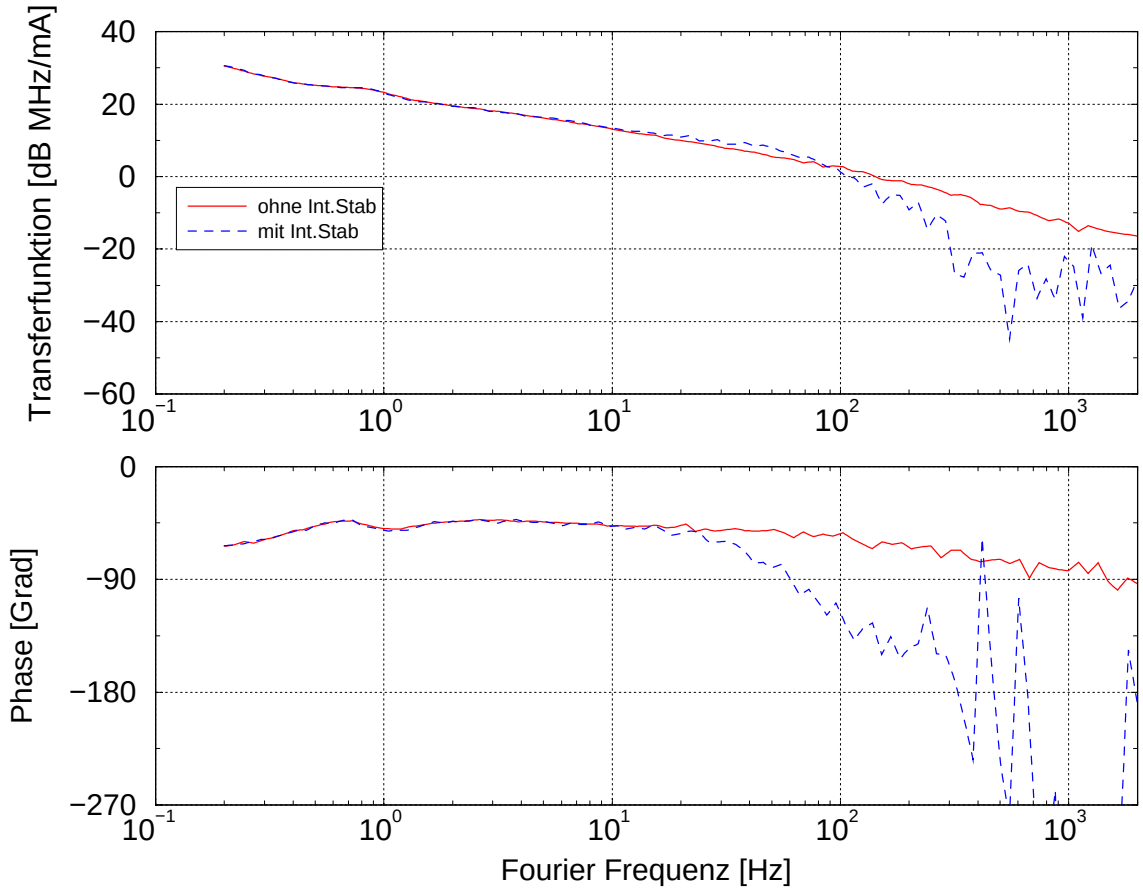

Abbildung 4.24.: Transferfunktion der Pumpstrom-Frequenz-Koppelung mit ein- bzw. ausgeschalteter Leistungsregelung. Der Pumpstrom der Laserdioden beträgt 1.4 A, die Strommodulation $\pm$3 mA. Die Frequenzänderung wird am Monitorsignal des HV-Verstärkers des Frequenzregelkreises ausgelesen.

Für Fourier-Frequenzen ab 100 Hz beginnt der Leistungsregelkreis die Störungen zu unterdrücken. Die Transferfunktion hat zwischen 1 Hz und 1 kHz eine Steigung von -3 dB/Oktave ($f^{-1/2}$) und enspricht somit dem Modell von DAY [26]. Eine Stabilisierung des Leistungsrauschens der Laserdioden kann also in einer Reduktion des Frequenzrauschens des freilaufenden MISERs resultieren. Problematisch ist jedoch, dass trotz der modenselektiven Anregung aufgrund der longitudinalen Pumpgeometrie nicht der gesamte Querschnitt der Feldverteilung der Pumpstrahlung zur Inversionserzeugung beiträgt. Die Verwendung von Laserdioden mit beugungsbegrenzter transversaler Strahlgeometrie scheint hier besonders vielversprechend.

4.6.3. PZT-Leistungskoppelung

Die Rückwirkung von einer Spannung am PZT des MISERs auf die optische Ausgangsleistung zu erhöhtem Leistungsrauschen führen. Um diesen Effekt abschätzen zu können, wurde die Transferfunktion zwischen PZT-Spannung und Ausgangsleistung mit einem Netzwerkanalysator (HP 3598A) bestimmt. Der Spannungshub am PZT des MISERs betrug 0.2 V, die detektierte Lichtleistung 10 mW. Die so bestimmte Transferfunktion ist in Abbildung 4.25 dargestellt.

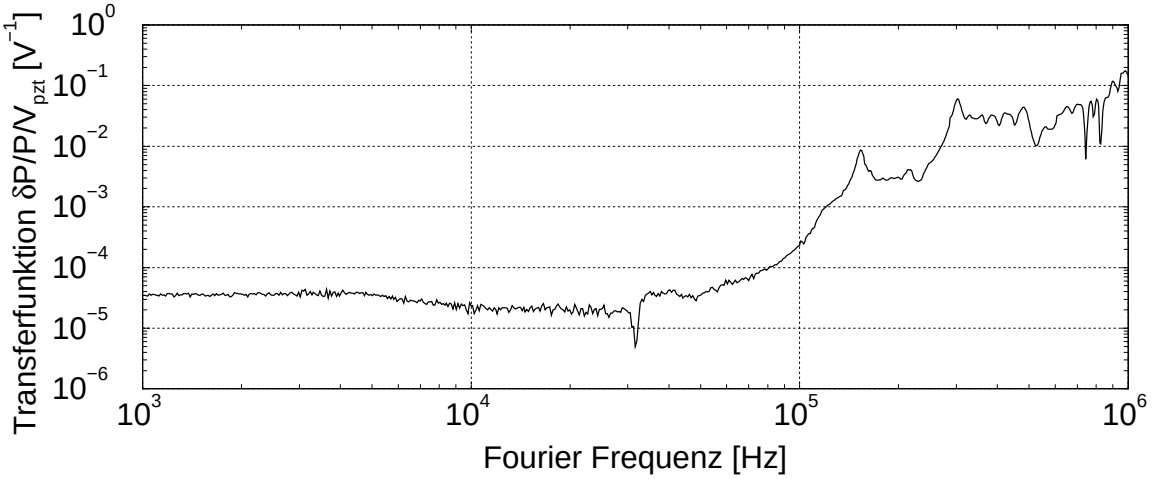

Abbildung 4.25.: Transferfunktion der PZT-Spannung-Leistungs-Koppelung. Der detektierte Photostrom beträgt 8 mA, die detektierte Leistung 10 mW. Die PZT-Spannung wird mit ± 0.2 V Spannungshub moduliert.

Für Fourier-Frequenzen bis 50 kHz beträgt die relative Leistungsänderung etwa $3 \cdot 10^{-5}/\mathrm{V}$. Die mechanischen Resonanzen von PZT und MISER-Kristall verstärken diesen Effekt bei höheren Fourier-Frequenzen deutlich.

Eine Abschätzung der resultierenden Leistungsfluktuationen durch den Frequenzregelkreis ergibt sich, indem das Frequenzrauschen des freilaufenden MISERs (4.25) mit dem Frequenzhub des PZT κ_{PZT} und dem Kopplungsfaktor κ_{ex} multipliziert wird:

$$\frac{\delta P}{P_{0\,\mathrm{excess}}} = \tilde{\delta\nu}_{\mathrm{frei}}(f) \cdot \kappa_{PZT} \cdot \kappa_{ex} \tag{4.28}$$

$$\approx 10^4 \frac{\mathrm{Hz}}{\sqrt{\mathrm{Hz}}} \times \left[\frac{1\,\mathrm{Hz}}{f}\right] \frac{V_{PZT}}{1.7\,\mathrm{MHz}} \frac{3 \cdot 10^{-5}}{V_{PZT}} \tag{4.29}$$

$$= 1.8 \cdot 10^{-7} \left[\frac{1\,\mathrm{Hz}}{f}\right] . \tag{4.30}$$

Im Vergleich mit dem relativen Leistungsrauschen des MISERs ist dieser Koppelungseffekt noch vernachlässigbar. So konnte auch keine Erhöhung des Rauschens bei eingeschaltetem Frequenzregelkreis nachgewiesen werden. Bei einer zukünftigen Reduktion des Leistungsrauschens auf Werte nahe dem Quantenrauschen des zur Leistungsstabilisierung verwendeten Photostroms darf dieser Effekt jedoch nicht vernachlässigt werden.

5. Rauscheigenschaften des injektion-gelockten Laser-Systems

Das zusätzliche Phasen- bzw. Frequenzrauschen (*excess phase noise*), das durch den Slave-Laser-Resonator dem injektion-gelockten Laser-System aufgeprägt wird (Abschnitt 8), ist eine wichtige Kenngröße des Laser-Systems. Die Frage, in wieweit das erreichbare Frequenzrauschen des Laser-Systems durch den Beitrag des Slave-Laser-Resonators bestimmt wird, kann durch eine Messung des *excess phase noise* beantwortet werden. Der Aufbau des injektion-gelockten Laser-Systems ist in Abschnitt 3.2.4 beschrieben, und eine Darstellung des Aufbaus des Laser-Systems befindet sich in Abbildung 3.10.

5.1. Stabilisierung des Slave-Lasers

Um den Slave-Laser-Resonator möglichst starr an die Frequenz des Master-Lasers anzukoppeln, wird ein Aktuator mit großem Dynamikbereich und hoher Bandbreite benötigt. Piezoaktuatoren (PZT) erlauben eine Längenverstellung von vielen µm und sind somit geeignet, um die Länge des Slave-Resonators zu stabilisieren, indem ein oder mehrere Resonatorspiegel auf piezo-elektrische Stellelemente montiert werden. Die nutzbare Bandbreite von PZTs für Frequenzregelungen wird durch die mechanischen Resonanzen des PZT und der PZT-Halterung begrenzt. Um hier möglichst hohe Resonanzfrequenzen zu erreichen, muss die 1. Resonanzfrequenz des PZT möglichst hoch und die Masse des Spiegels möglichst niedrig liegen.
Als PZT wird ein Hochspannungs-Stapelaktuator mit einem Längenhub von 5 µm für eine Spannung 500 V verwendet (Pickelmann: HPSt 500/10-5). Das verwendete Spiegelsubstrat hat einen Durchmesser von 7 mm, eine Dicke von 1 mm und ist auf die Piezokeramik geklebt. Um die mechanischen Resonanzen des Spiegelhalters vom PZT zu isolieren, ist dieser mit einer Molybdän-Struktur verbunden [16, 50], (Abb. 5.1). Die gesamte Anord-

nung befindet sich in einer Edelstahlhülse und ist mit Epoxidharz und Graphitpulver ausgegossen. Die Transferfunktion des PZT-Spiegels wurde mit einem MICHELSON-Interferometer bestimmt; sie ist in Abbildung 5.2 wiedergegeben. Die mechanische 1. Resonanz befindet sich bei 30 kHz und zeigt eine Resonanzüberhöhung von +16 dB, die die mit dieser PZT-Halterung erreichbare Regelbandbreite auf etwa 10 kHz begrenzt.

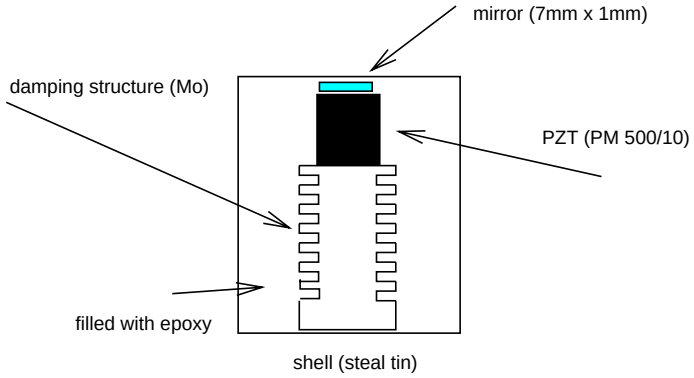

Abbildung 5.1.: Prinzipskizze der PZT-Halterung nach [16, 50] zur Entkopplung der Spiegelhalter-Resonanzen.

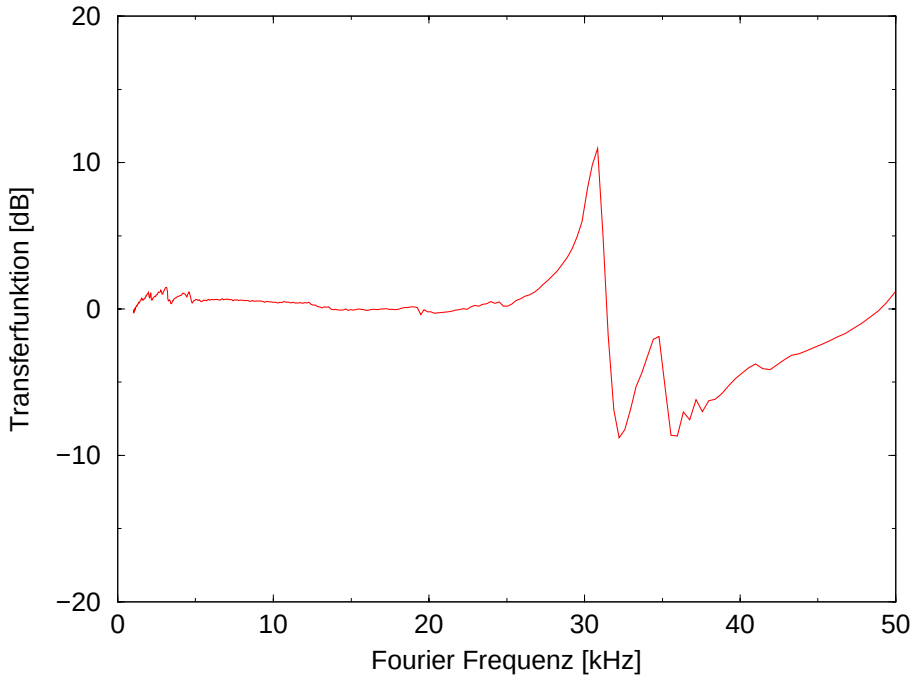

Abbildung 5.2.: Transferfunktion des PZT des Slave-Lasers. Die 1. Resonanz befindet sich bei 30 kHz und hat eine Resonanzüberhöhung von +16 dB.

Bestimmung der Locking-Bandbreite

Die Locking-Bandbreite Δf_{lock} kann direkt aus dem demodulierten POUND-DREVER-HALL-Fehlersignal gewonnen werden. Zu diesem Zweck wird an den PZT des Slave-Laser-Resonators eine Hochspannungsrampe angelegt und zusammen mit dem Fehlersignal aufgenommen. Diese Messkurven sind in Abbildung 5.3 wiedergeben. Das Fehlersignal unterscheidet sich durch die optische Ankopplung des Slave-Lasers deutlich von dem POUND-DREVER-HALL-Fehlersignal eines passiven FABRY-PEROT-Resonators. Ist die Frequenzdifferenz zwischen Master-Laser und Slave-Laser kleiner als die Locking-Bandbreite, so koppelt der Slave-Laser an den Master-Laser an und oszilliert mit der gleichen optischen Frequenz. Das Fehlersignal ist nun ein direktes Maß für die Phasendifferenz zwischen Master-Feld und Slave-Feld [4].
Die Kalibration der Frequenzachse gewinnt man aus dem Abstand der Phasenmodulationsseitenbänder bei 12 MHz. Aus dieser Messung wurde die einseitige Locking-Bandbreite zu 1.6 MHz und der Frequenzhub des PZT des Slave-Laser-Resonators zu 5.8 MHz/V bestimmt.

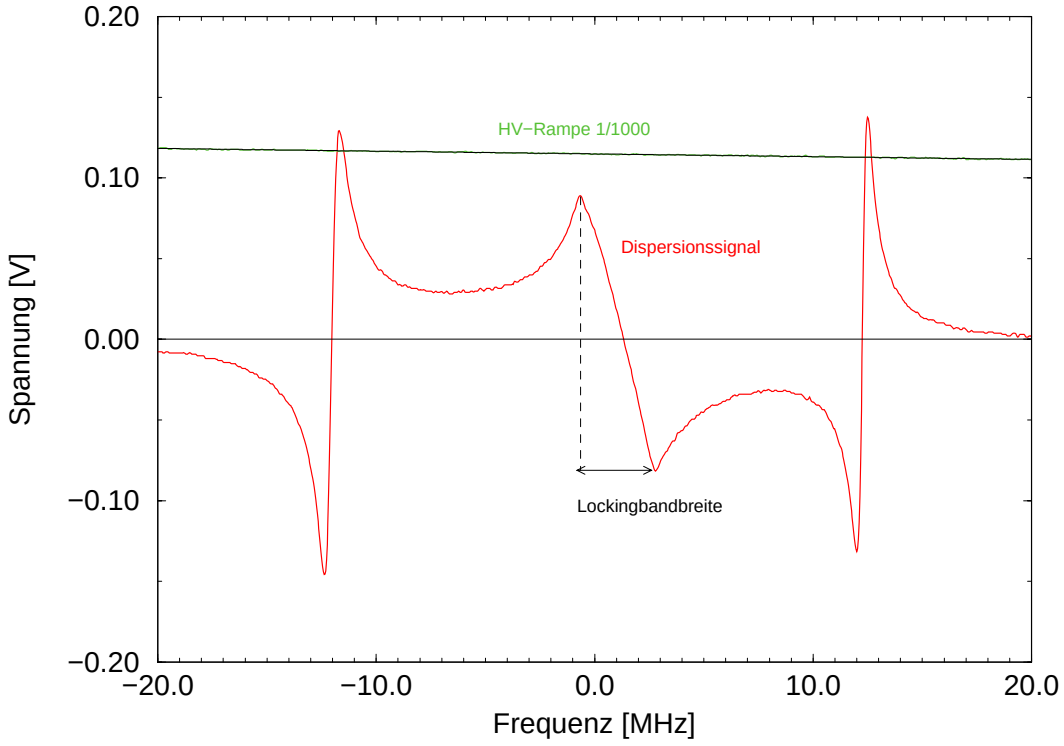

Abbildung 5.3.: Demoduliertes Fehlersignal und PZT-Hochspannungsrampe. Die Locking-Bandbreite wurde zu 1.6 MHz und der Frequenzhub des PZT zu 5.8 MHz/V bestimmt.

Leistungsrauschspektrum des injektion-gelockten Laser-Systems

Die lineare spektrale Dichte des Leistungsrauschens für den freilaufenden Slave-Laser und das injektion-gelockte Laser-System ist in Abbildung 5.4 wiedergegeben. Die Leistung des Master-Lasers beträgt bei dieser Messung 800 mW, die Gesamtausgangsleistung 12.5 W. Für Fourier-Frequenzen oberhalb von 5 MHz ist das Leistungsrauschspektrum durch das Schrotrauschen der detektierten Lichtleistung von 15 mW bestimmt. Das Störsignal bei 12 MHz wird durch die Modulationsseitenbänder des EOMs erzeugt. Innerhalb des Frequenzbereiches zwischen 100 Hz und 1 kHz wird das Leistungsrauschen durch das Injektion-Locking um eine Größenordnung reduziert. Bei 3 kHz befindet sich eine Störung, die durch die Stromquelle der Laserdioden des Slave-Lasers erzeugt wird. Die Relaxationsoszillation des Slave-Lasers bei 280 kHz wird durch die Ankoppelung vollständig unterdrückt. Für den Frequenzbereich zwischen 0.3 MHz und 3 MHz wird das Leistungsrauschen durch den Master-Lasers dominiert und führt hier zu einer Erhöhung des Rauschens.

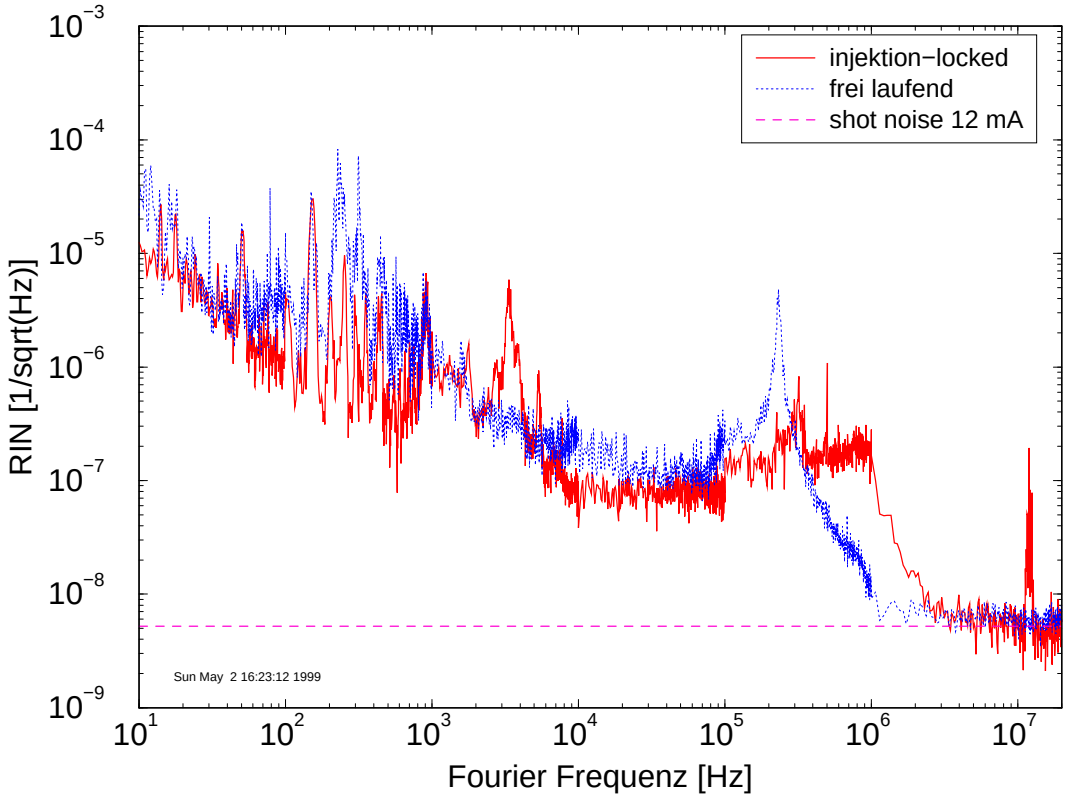

Abbildung 5.4.: Lineare spektrale Dichte des relativen Leistungsrauschens des freilaufenden und des injektion-gelockten Slave-Lasers. Der detektierte Photostrom beträgt 12 mA und das schrotrauschbegrenzte relative Leistungsrauschen $5.2 \cdot 10^{-9}/\sqrt{\text{Hz}}$.

5.2. Error-Point-Phasenrauschen

Akustische und seismische Störungen ändern die Resonatorlänge des Slave-Lasers und führen somit zu zusätzlichem Phasenrauschen. Diese Störbeiträge werden innerhalb der Regelbandbreite des Slave-Laser-Regelkreises unterdrückt. Eine Messung der Aktuatorspannung des PZT der Slave-Laser-Cavity liefert dann innerhalb der Regelbandbreite das Frequenzrauschen des *freilaufenden* Slave-Lasers. Die obere Kurve in Abbildung 5.5 entspricht dem Frequenzrauschen der Slave-Laser-Cavity, die untere Kurve dem relativen Frequenzrauschen zwischen Master-Laser und Slave-Laser, gemessen am error-point der Slave-Laser-Regelung. Der Kalibrationsfaktor wurde aus dem Fehlersignal in Abbildung 5.3 zu 0.9 rad/V bestimmt [4, 17]. Multiplikation des Phasenrausch-Spektrums mit der Fourier-Frequenz f konvertiert das Spektrum in ein Frequenzrauschspektrum.

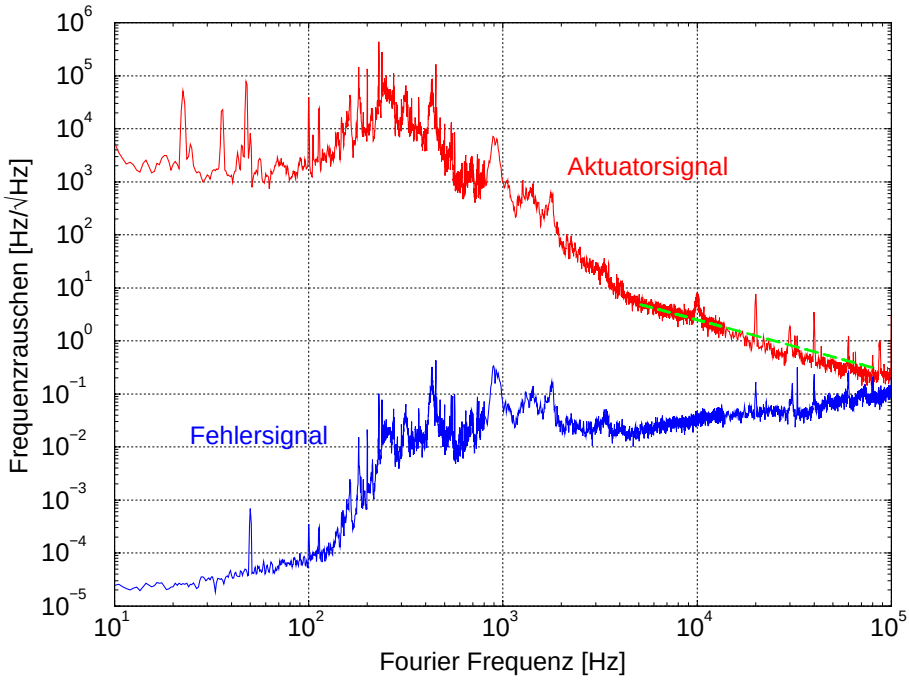

Abbildung 5.5.: Frequenzrauschen der Slave-Laser-Cavity (obere Kurve) und relatives Frequenzrauschen zwischen Master-Laser und injektion-gelocktem Laser-System (untere Kurve).

5.2.1. Excess-Phasenrauschen des Slave-Lasers

Eine weitere Methode das relative Frequenzrauschen zwischen Master-Laser und injektion-gelocktem Laser-System zu bestimmen, besteht in einer homodynen oder heterodynen Phasenrauschmessung zwischen beiden Lichtfeldern [64, 67]. Für eine solche Heterodyn-Messung wird ein kleiner Anteil der Leistung des Master-Lasers abgezweigt und mit einem

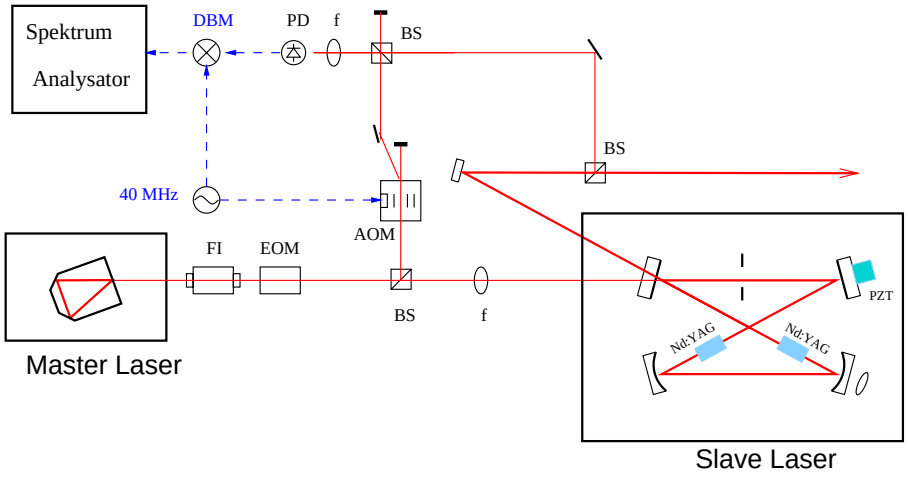

Abbildung 5.6.: Aufbau zur Phasenrauschmessung. FI: Faraday-Isolator; EOM: elektro-optischer Modulator; AOM: akusto-optischer Modulator; BS: Strahlteiler; f: Linse; PD: Photodetektor; DBM: Double Balanced Mixer.

AOM um 40 MHz frequenzverschoben (Abb. 5.6).
Mit einem Strahlteiler werden jeweils ca. 1 mW des Master-Lasers und des injektion-gelockten Lasers auf einer Photodiode zur Interferenz gebracht. Das Schwebungssignal bei 40 MHz wird mit einem Diodenringmischer mit dem Treibersignal des AOMs heruntergemischt. Das kalibrierte Spektrum dieses Signals entspricht dem Phasenrauschspektrum der interferierenden Strahlen:

$$s_\phi^{ex}(f) = \sqrt{2}\frac{\widetilde{V}(f)}{V_p}, \tag{5.1}$$

wobei $\widetilde{V}(f)$ das gemessene Spektrum in $V/\sqrt{Hz}$ und V_p der Spitzenwert des Schwebungssignals ist. Abbildung 5.7 zeigt das kalibrierte Phasenrausch- bzw. Frequenzrauschspektrum zwischen Master-Laser und injektion-gelocktem Laser-System (ML-SL). Um den Beitrag der akustischen und seismischen Störungen und des AOMs zu bestimmen, wurde der Slave-Laser-Resonator durch eine Blende geblockt. Das Master-Laser-Feld wird dann direkt am Einkoppelspiegel des Slave-Laser-Resonators reflektiert und auf dem Photodetektor mit um 40 MHz frequenzverschobenem Licht überlagert. Für Fourier-Frequenzen unterhalb von 1 kHz wird das Phasenrauschspektrum durch die akustischen Störungen dominiert. Bei 3 kHz ist die Störung durch die Laserdioden-Stromquelle zu erkennen. Zwischen 7 kHz und 20 kHz ist ein erhöhtes Rauschen des injektion-gelockten Laser-Systems zu erkennen. Dort reicht die Verstärkung des Slave-Laser-Regelkreises nicht aus, um diese Störungen zu unterdrücken. Die *Peaks* bei 30 kHz sind auf die Resonanz des PZT des Slave-Laser-Resonators zurückzuführen.

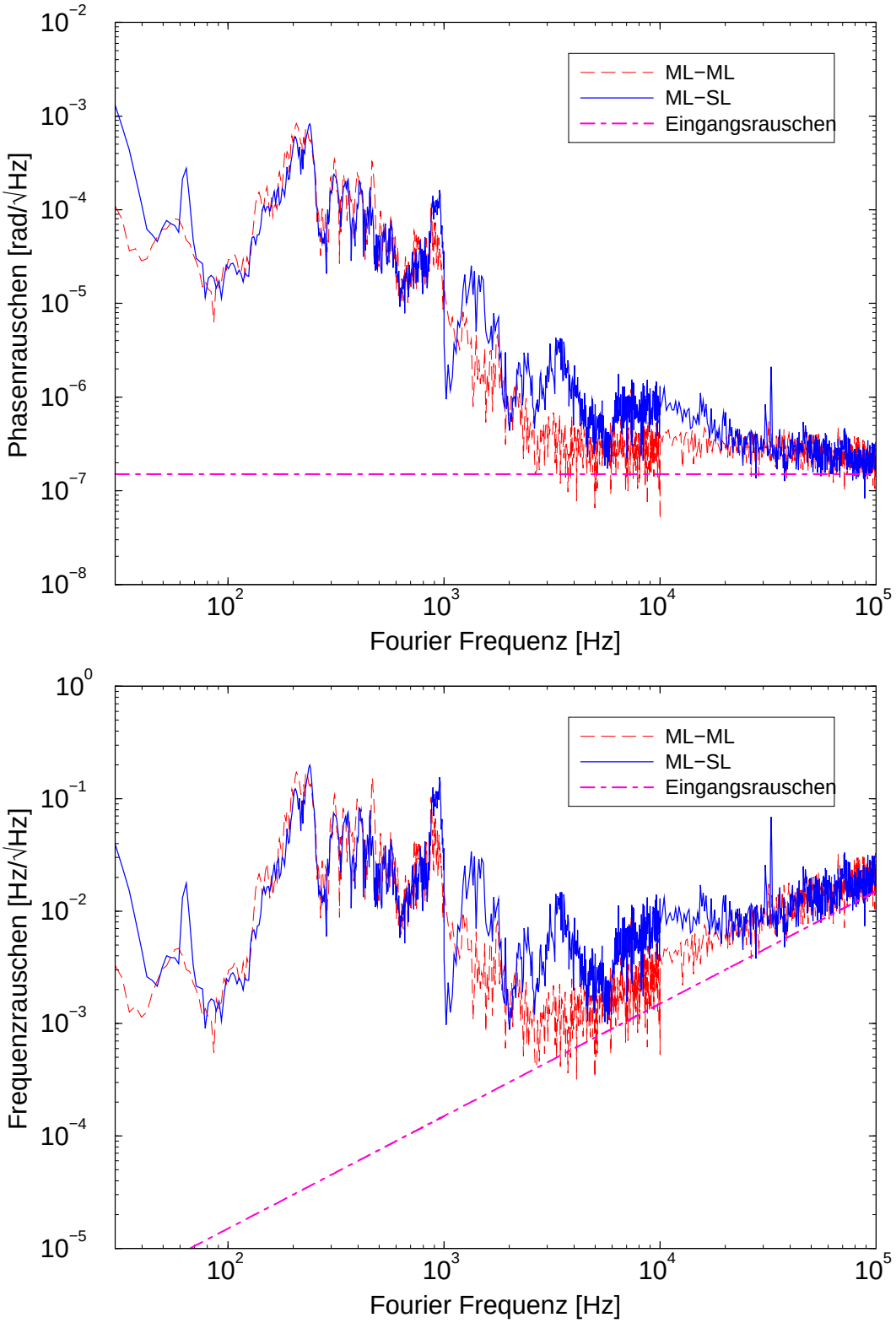

Abbildung 5.7.: Lineare spektrale Dichte des *Excess*-Phasenrauschens (obere Abbildung) bzw. des *Excess*-Frequenzrauschens (untere Abbildung) zwischen injektion-gelocktem Laser-System und dem Master-Laser (ML-SL). Die Nachweisempfindlichkeit wurde mit abgeschaltetem Slave-Laser bestimmt (ML-ML). Unterhalb von 1 kHz wird die Phasenempfindlichkeit durch akustischen Störungen limitiert.

Unter Berücksichtigung der Nachweisempfindlichkeit der Phasenrauschmessung und der error-point-Messung ergibt sich, dass der Störanteil des Slave-Laser-Resonators für den gesamten gemessenen Spektralbereich weniger als 100 mHz/$\sqrt{\text{Hz}}$ beträgt. Für den Frequenzbereich unterhalb von 100 Hz ist die Verstärkung des Slave-Laser-Regelkreises hoch genug, so dass das relative Frequenzrauschen weniger als 1 mHz/$\sqrt{\text{Hz}}$ beträgt.

5.2.2. Frequenzrauschen des injektion-gelockten Laser-Systems

Zur Bestimmung des Frequenzrauschens des frequenzstabilisierten injektion-gelockten Laser-Systems wurde eine Messung an einer unabhängigen ZERODUR-Cavity durchgeführt. Der Versuchsaufbau ist identisch zu dem in Abschnitt 4.4.3 beschriebenen. In Abbildung 5.8 ist die lineare spektrale Dichte des Frequenzrauschens des Master-Lasers und des injektion-gelockten Laser-Systems dargestellt. Es sind praktisch keine Störbeiträge im Rahmen des erreichten Frequenzrauschens durch den Slave-Laser vorhanden, wie dies auch anhand Meßergebnisse des *Excess*-Phasenrauschens zu erwarten war.

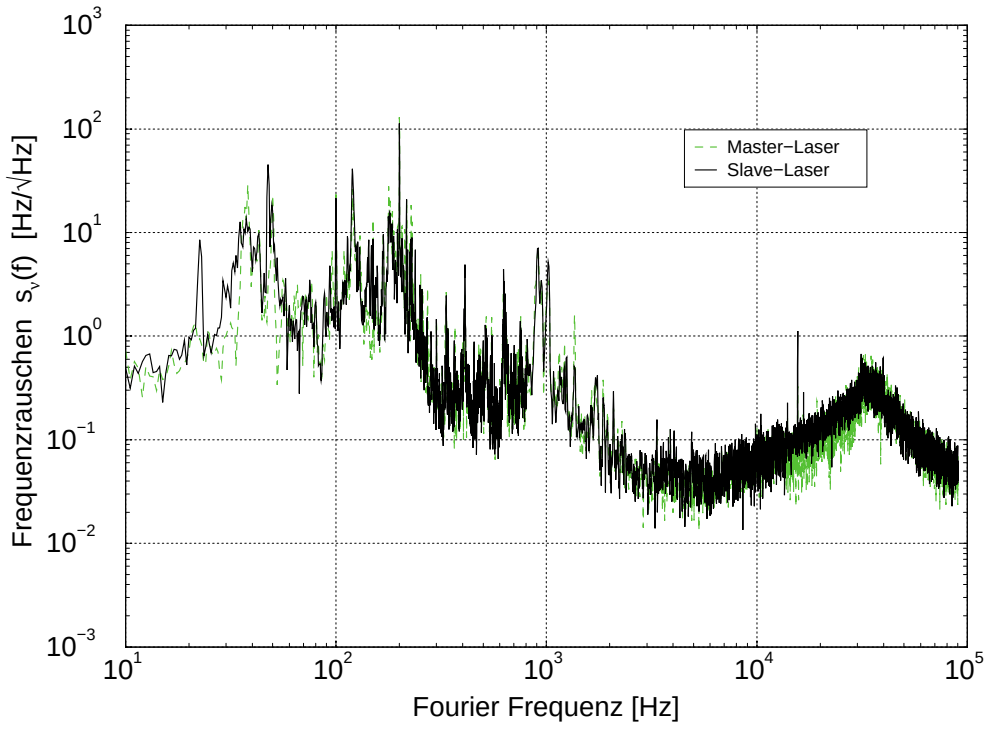

Abbildung 5.8.: Frequenzrauschspektrum des stabilisierten Master-Lasers und des injektion-gelockten Laser-Systems relativ zu einer ZERODUR-Cavity. Der Slave-Laser fügt keine signifikanten Störbeiträge zum Frequenzrauschen bei. Der Pol der ZERODUR-Cavity wurde nicht herausgerechnet.

6. Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit war es, das Frequenzrauschen eines frequenzstabilisierten Hochleistungs-Laser-Systems für den späteren Einsatz als Lichtquelle des interferometrischen Gravitationswellendetektors GEO 600 zu untersuchen.
Das Laser-System bestand aus einem diodengepumpten Nd:YAG-Ringlaser mit 12 W Ausgangsleistung, der an einen frequenzstabilisierten monolithischen Nd:YAG-Ringlaser angekoppelt wurde. Die optische Ausgangsleistung des Laser-Systems betrug 12.5 W und zeigte für Frequenzen oberhalb von 5 MHz schrotrauschbegrenzte Leistungsfluktuationen für 15 mW detektierte Lichtleistung. Der monolithische Ringlaser wurde mit dem POUND-DREVER-HALL-Seitenbandverfahren auf einen für diesen Zweck optimierten FABRY-PEROT-Ringresonator hoher Finesse frequenzstabilisiert. Das prinzipiell mit diesem Resonator erreichbare Frequenzrauschen wurde unter Berücksichtigung der wesentlichen Rauschquellen analysiert und beträgt weniger als 1 mHz/$\sqrt{\text{Hz}}$. Die optischen Eigenschaften des FABRY-PEROT-Resonators wurden anhand einer Messung der Amplitudentransferfunktion und der Speicherzeit mit hervorragender Übereinstimmung bestimmt; die ermittelte Finesse des Resonators beträgt 58 000 und die Linienbreite 6 kHz. Ausgehend von einer Messung des Frequenzrauschens des unstabilisierten monolithischen Ringlasers wurde ein Frequenzregelkreis mit einer Bandbreite von etwa 1 MHz und mit einer Schleifenverstärkung von über +100 dB für Fourier-Frequenzen unter 1 kHz aufgebaut. Das Frequenzrauschen wurde innerhalb des Regelkreises am Fehlersignal für Fourier-Frequenzen unterhalb von 1 kHz um mehr als 6 Größenordnungen auf $10^{-4}\,\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ reduziert.
Anhand einer Frequenzrauschmessung relativ zu einem zweiten FABRY-PEROT-Resonator konnte eine obere Grenze für das tatsächliche Frequenzrauschen des stabilisierten Laser-Systems bestimmt werden. Für Frequenzen unterhalb von 1 kHz zeigte sich, dass das Spektrum im Wesentlichen durch akustische Störungen dominiert wird, und das gemessene Frequenzrauschen von 0.5-10 Hz/$\sqrt{\text{Hz}}$ somit nur eine obere Grenze des tatsächlichen Rauschens darstellt. Das niedrigste Frequenzrauschen wurde für Fourier-Frequenzen zwischen 2 kHz und 20 kHz erreicht und betrug weniger als 100 mHz/$\sqrt{\text{Hz}}$.
Um eine stabile Ankoppelung der Laser zu erreichen, wurde die Resonatorlänge des Hochleistungs-Lasers mit einem Regelkreis auf die Frequenz des monolithischen Ringlasers stabilisiert. Der Einfluss des Hochleistungs-Lasers auf das Frequenzrauschen des Gesamtsy-

stems wurde anhand einer Phasenrauschmessung und durch eine Auswertung des Fehlersignals bestimmt. Es zeigte sich, dass die relativen Frequenzschwankungen zwischen dem monolithischen Nd:YAG-Ringlaser und dem injektion-gelockten Laser-System weniger als $1\,\mathrm{mHz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ für Fourier-Frequenzen bis 100 Hz und unter $100\,\mathrm{mHz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ für den gesamten untersuchten Frequenzbereich bis 100 kHz betrugen. Das Frequenzrauschen des angekoppelten Laser-Systems wurde relativ zu einem zweiten FABRY-PEROT-Resonator gemessen. Auch diese Messung zeigte, dass in dem Frequenzrauschspektrum des angekoppelten Laser-Systems keine signifikanten Störbeiträge durch den Hochleistungslaser zu erkennen sind.
Anhand dieser Ergebnisse wurde demonstriert, dass das verwendete Laser-System als Lichtquelle für den Gravitationswellendetektor GEO 600 einsetzbar ist. Als Konsequenz aus der beobachteten Differenz zwischen dem Frequenzrauschen im Fehlersignal der Frequenzregelung und dem Frequenzrauschen relativ zu einem zweiten FABRY-PEROT-Resonator ergibt sich, dass eine sorgfältige Entkoppelung des Referenz-Resonators von den akustischen und seismischen Störeinflüssen notwendig ist, um die GEO 600-Spezifikationen zu erfüllen.

A. Photonen-Schrotrauschen

Das Strahlungsfeld einer *single-mode*- Lasermode oberhalb der Schwelle entspricht einem kohärenten Zustand $|\alpha\rangle$ (GLAUBER-Zustand) und kann im Basissystem der Zahlzustände $|n\rangle$ (FOCK-Zustände) dargestellt werden [102, 53]:

$$|\alpha\rangle := e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \sum_n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \tag{A.1}$$

$$= e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} e^{\hat{a}^\dagger} |0\rangle \tag{A.2}$$

$$|n\rangle := \frac{1}{\sqrt{n!}} (\hat{a}^\dagger)^n |0\rangle . \tag{A.3}$$

Der kohärente Zustand ist ein Eigenzustand des Vernichtungsoperators $\hat{a}$:

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle \quad \text{mit} \quad \langle\alpha|\alpha\rangle = 1 . \tag{A.4}$$

Den Erwartungswert des Anzahloperators $\hat{n}$ und die Wahrscheinlichkeit P_n erhält man mit:

$$\langle\hat{n}\rangle =: n_0 = \langle\alpha|\hat{a}^\dagger\hat{a}|\alpha\rangle = |\alpha|^2 \tag{A.5}$$

$$P_n := |\langle n|\alpha\rangle|^2 = e^{-|\alpha|^2} \cdot \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} = e^{-n_0} \cdot \frac{{n_0}^n}{n!} . \tag{A.6}$$

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung P_n entspricht der POISSON-Statistik für statistisch unabhängige Zählereignisse (*Schrotrauschen* oder *shot noise*).
Für das Schwankungsquadrat folgt somit:

$$\Delta^2 n = \langle\hat{n}^2\rangle - \langle\hat{n}\rangle^2 = \langle\alpha|\hat{n}^2|\alpha\rangle - n_0^2 = n_0 . \tag{A.7}$$

Die Leistung eines Laserfeldes erhält man aus der Photonenenergie und der mittleren Anzahl der Photonen pro Zeiteinheit:

$$P_0 = n_0 \cdot \hbar\omega \tag{A.8}$$

$$\Delta P = \sqrt{n_0} \cdot \hbar\omega = \sqrt{\hbar\omega P_0} . \tag{A.9}$$

Das relative Schwankungsquadrat ergibt sich somit zu:

$$\frac{\Delta P}{P_0} = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{P_0}} . \tag{A.10}$$

und ist umgekehrt proportional zu der Wurzel aus der mittleren Photonenzahl.

Die POISSON-Statistik des kohärenten Zustands führt zu einer frequenzunabhängigen, *weissen*, linearen spektralen Dichte[1] der Leistungsfluktuationen $\widetilde{\delta P}$ [61]:

$$\widetilde{\delta P} = \sqrt{2\hbar\omega P_0}\ \frac{[P]}{\sqrt{\mathrm{Hz}}} \tag{A.11}$$

$$\frac{\widetilde{\delta P}}{P_0} = \sqrt{\frac{2\hbar\omega}{P_0}}\ \frac{1}{\sqrt{\mathrm{Hz}}}\,. \tag{A.12}$$

Eine Messung der Eigenschaften eines Lichtfeldes kann nun mit dem Nachweis der Photonen mit einem Photodetektor durchgeführt werden. Innerhalb der Bandbreite des Photodetektors bleibt die Statistik erhalten, da mit der Quanteneffizienz η Photonen in Elektronen[2] umgewandelt werden. Man erhält für den Photostrom I_0 und dessen linearer spektraler Dichte $\widetilde{\delta I}$:

$$I_0 = \eta e \cdot \frac{P_0}{\hbar\omega} \tag{A.13}$$

$$\widetilde{\delta I} = \sqrt{\eta}\, e\, \frac{\widetilde{\delta P}}{\hbar\omega} = \sqrt{2e^2\, \frac{\eta P_0}{\hbar\omega}} = \sqrt{2eI_0}\,. \tag{A.14}$$

Die relative lineare spektrale Dichte ist dann innerhalb der Detektorbandbreite für Photonenrauschen und Stromrauschen bis auf den Quanteneffizienzfaktor $1/\sqrt{\eta}$ identisch:

$$\frac{1}{\sqrt{\eta}}\,\frac{\widetilde{\delta P}}{P_0} = \frac{\widetilde{\delta I}}{I_0} = \sqrt{\frac{2e}{I_0}}\ \ \frac{1}{\sqrt{\mathrm{Hz}}}\,. \tag{A.15}$$

Gleichung (A.15) wird als SCHOTTKY-Formel bezeichnet und liefert das durch Photonenschrotrauschen (*shot noise*) erzeugte relative Intensitätsrauschen (RIN) eines Lichtfeldes für einen detektierten Photostrom I_0.

[1] Die Verwendung der meßtechnisch sinnvolleren *einseitigen* spektralen Dichte erfordert den Faktor $\sqrt{2}$, der unkorrelierte Rauschbeiträge bei den $\pm$ FOURIER-Frequenzen berücksichtigt.

[2] genauer: Elektronen-Loch Paare

B. FABRY-PEROT-Resonatoren

FABRY-PEROT-Resonatoren haben in der Optik eine große Bedeutung wegen ihrer Eigenschaften als schmalbandige optische Bandpässe und als Energiespeicher. In Transmission werden optische Resonatoren als Filter zur Unterdrückung von Laserfrequenz-, Amplituden- und Geometriefluktuationen benutzt [73, 99], in Reflexion als Frequenzreferenz zur Laserstabilisierung. Insbesondere werden optische Resonatoren bei interferometrischen Gravitationswellendetektoren zur Steigerung der Empfindlichkeit durch die Überhöhung der umlaufenden Lichtleistung bzw. der Signalspeicherung (Power- und Signal-Recycling) verwendet.

B.1. Cavity-Transferfunktionen

Ein FABRY-PEROT-Resonator mit drei Spiegeln bildet eine Ringcavity (Abb. B.1) mit einer optischen Umlauflänge von L_{rt}, einer Umlaufzeit τ_{rt} und einem freien Spektralbereich von $FSR = \frac{c}{L_{rt}} = \tau_{rt}^{-1}$. Das einlaufende Lichtfeld erfährt pro Umlauf eine Phasenverschiebung von $\delta_{rt} = \frac{\omega_L}{FSR}$.

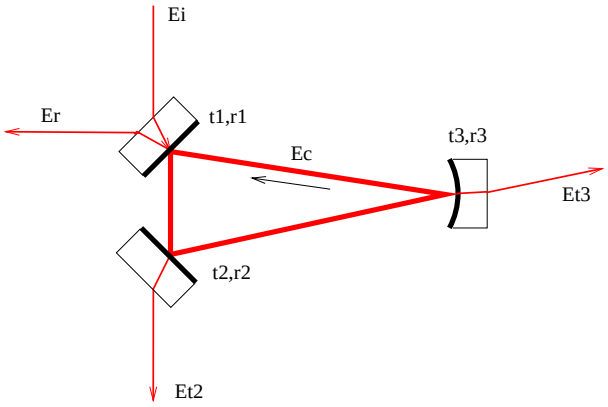

Abbildung B.1.: FABRY-PEROT-Ringcavity.

Die Transferfunktionen für das reflektierte, transmittierte und interne Feld erhält man durch sukzessives Aufaddieren der Amplituden [84]:

$$T_r = \frac{E_r}{E_i} = -\mathfrak{r}_1 + \mathfrak{t}_1^2 \cdot \frac{\mathfrak{r}_2\mathfrak{r}_3 e^{i\delta_{rt}}}{1-\mathfrak{r}_1\mathfrak{r}_2\mathfrak{r}_3 e^{i\delta_{rt}}} \tag{B.1}$$

$$T_{t2} = \frac{E_{t2}}{E_i} = \mathfrak{t}_1 \cdot \frac{\mathfrak{t}_2}{1-\mathfrak{r}_1\mathfrak{r}_2\mathfrak{r}_3 e^{i\delta_{rt}}} \tag{B.2}$$

$$T_c = \frac{E_c}{E_i} = \mathfrak{t}_1 \cdot \frac{1}{1-\mathfrak{r}_1\mathfrak{r}_2\mathfrak{r}_3 e^{i\delta_{rt}}}, \tag{B.3}$$

wobei $\mathfrak{t}_i$ die Amplitudentransmissivität, $\mathfrak{r}_i$ die -reflektivität und $\mathfrak{a}_i$ die -gesamtverluste aus Absorption und Streuung des i-ten Spiegels sind. Aufgrund der Energieerhaltung gilt für jeden Spiegel:

$$\mathfrak{t}_i^2 + \mathfrak{r}_i^2 + \mathfrak{a}_i^2 =: \mathfrak{T}_i + \mathfrak{R}_i + \mathfrak{A}_i = 1. \tag{B.4}$$

Die Leistungs-Transferfunktionen (AIRY-Funktionen Abb. B.2) erhält man mit $\mathfrak{R} := \mathfrak{r}_1\mathfrak{r}_2\mathfrak{r}_3$:

$$\frac{P_r}{P_i} = \frac{\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 - \mathfrak{R}\cos\delta_{rt}}{1 - 2\mathfrak{R}\cos\delta_{rt} + \mathfrak{R}^2} \tag{B.5}$$

$$\frac{P_t}{P_i} = \frac{\mathfrak{T}_1\mathfrak{T}_2}{1 - 2\mathfrak{R}\cos\delta_{rt} + \mathfrak{R}^2} \tag{B.6}$$

$$\frac{P_c}{P_i} = \frac{\mathfrak{T}_1}{1 - 2\mathfrak{R}\cos\delta_{rt} + \mathfrak{R}^2}. \tag{B.7}$$

B.2. Linienbreite und Finesse

Die Linienbreite δ_c (HWHM) eines FABRY-PEROT-Resonators ist definiert als die Frequenzverstimmung von der Resonanzfrequenz, bei der das transmittierte Signal um - 3dB abgefallen ist. Durch Auflösen von (B.6) erhält man:

$$\delta_c = \frac{2\pi}{\mathrm{FSR}} \cdot \arccos\left(\frac{(1-\mathfrak{R})^2}{2\mathfrak{R}} - 1\right) \tag{B.8}$$

$$\approx \frac{\mathrm{FSR}}{2\pi}\frac{\sqrt{\mathfrak{R}}}{1-\mathfrak{R}} \quad \text{für } \mathfrak{R} \approx 1\,. \tag{B.9}$$

Die Finesse F erhält man als den Quotienten aus freiem Spektralbereich FSR und voller Halbwertsbreite (FWHM) $2\delta_c$.

$$F := \frac{\mathrm{FSR}}{2\delta_c} \tag{B.10}$$

$$\approx \pi\frac{\sqrt{\mathfrak{R}}}{1-\mathfrak{R}} \approx \pi\frac{\mathfrak{R}}{1-\mathfrak{R}} \approx \pi\frac{1}{1-\mathfrak{R}} \quad \text{für } \mathfrak{R} \approx 1 \tag{B.11}$$

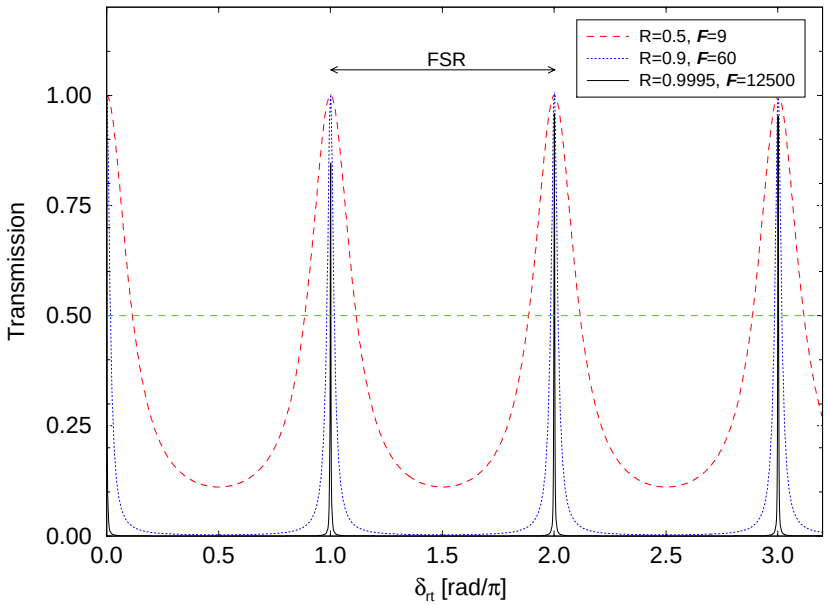

Abbildung B.2.: AIRY-Funktion (Leistungs-Transferfunktion) für impedanzangepasste Resonatoren verschiedener Finesse.

B.3. Speicherzeit

Die Speicherzeit einer Cavity gibt den direkten Zusammenhang mit den Gesamtverlusten aus Transmission, Absorption und Streuung [3]. Wird das eingestrahlte Feld instantan abgeschaltet, zerfällt die in der Cavity gespeichterte Amplitude E_0 mit:

$$E(t) = E_0 \Re^{\frac{t}{\tau_{rt}}} \tag{B.12}$$

$$= E_0 \, e^{\ln \Re \frac{t}{\tau_{rt}}} \tag{B.13}$$

$$\approx E_0 \, e^{-\frac{1-\Re}{\sqrt{\Re}} \frac{t}{\tau_{rt}}} . \tag{B.14}$$

Die Amplitudenspeicherzeit τ_c^A ergibt sich somit zu:

$$\frac{1}{\tau_c^A} = \frac{1-\Re}{\tau_{rt}} \approx \pi \frac{FSR}{F} = 2\pi\delta_c \tag{B.15}$$

$$= \Gamma_c \tag{B.16}$$

$$E(t) = E_0 \, e^{-\frac{t}{\tau_s^A}} \tag{B.17}$$

$$P(t) = P_0 \, e^{-\frac{2t}{\tau_s^A}} = P_0 \, e^{-\frac{t}{\tau_s^P}} . \tag{B.18}$$

Die Amplitudenspeicherzeit ist also der Kehrwert der Linienbreite und doppelt so groß wie die Intensitätsspeicherzeit. Durch Messung der Zerfallszeit können somit nach (B.12) Finesse, Linienbreite und Gesamtverluste bestimmt werden.

Mit der Zerfallszeit lässt sich die Güte des Resonators als Produkt der Kreisfrequenz und der relativen Energieabnahme definieren:

$$Q := \omega_L \cdot \frac{E}{\dot{E}} = 2\pi\nu_L\tau_c^P = \frac{\nu_L}{2\delta_c} = \nu_L\tau_{rt}F\ . \tag{B.19}$$

B.4. Verlustfreie Spiegel

Für verlustfreie Spiegel $1 = \mathfrak{T}_{1,2} + \mathfrak{R}_{1,2} = \mathfrak{R}_3$ und $\mathfrak{T}_1 = \mathfrak{T}_2$ vereinfachen sich die Amplituden-Transferfunktionen zu:

$$T_r = \frac{E_r}{E_i} = \sqrt{\mathfrak{R}}\frac{1-e^{i\delta_{rt}}}{1-\mathfrak{R}e^{i\delta_{rt}}} \tag{B.20}$$

$$T_t = \frac{E_t}{E_i} = \frac{1-\mathfrak{R}}{1-\mathfrak{R}e^{i\delta_{rt}}}\,. \tag{B.21}$$

Der Phasenfaktor $e^{i\delta_{rt}}$ wird nun um eine Resonanz ω_r entwickelt:

$$e^{i\delta_{rt}} \approx 1 + i\delta_{rt} = 1 + i\,\tau_{rt}(\omega_r - \omega_L) = 1 + i\tau_{rt}\Delta\,. \tag{B.22}$$

Mit der Linienbreite $\Gamma_c = \frac{1-\mathfrak{R}}{\mathfrak{R}} \cdot \mathrm{FSR}$ und der Verstimmung Δ erhält man dann:

$$T_r = \frac{1}{\sqrt{\mathfrak{R}}}\frac{\left(\frac{\Delta}{\Gamma_c}\right)^2 - i\frac{\Delta}{\Gamma_c}}{1+\left(\frac{\Delta}{\Gamma_c}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{\mathfrak{R}}}\frac{-i\frac{\Delta}{\Gamma_c}}{1-i\frac{\Delta}{\Gamma_c}} = \frac{1}{\sqrt{\mathfrak{R}}}\frac{1}{1+i\frac{\Gamma_c}{\Delta}} \tag{B.23}$$

$$T_t = \frac{1+i\frac{\Delta}{\Gamma_c}}{1+\left(\frac{\Delta}{\Gamma_c}\right)^2} = \frac{1}{1-i\frac{\Delta}{\Gamma_c}}\,, \tag{B.24}$$

wobei der rechtsstehende Ausdruck in (B.23) der Normalform eines Hochpasses und in (B.24) der Normalform eines Tiefpasses entspricht.

B.5. Amplituden-Transferfunktion

Die Filtereigenschaften von FABRY-PEROT-Resonatoren erlauben es, die Linienbreite Γ_c durch eine Messung der Amplituden-Transferfunktion zu bestimmen. Sie können als passive Filter oder Moden-Cleaner benutzt werden, um Fluktuationen zu unterdrücken.
Betrachtet man einen Resonator mit der Verstimmung $\Delta = 0$ und ein bei der Frequenz Ω_M amplitudenmoduliertes Lichtfeld E_i:

$$E_i = \frac{1}{2}E_0\,e^{i\omega_L t}\left\{1 + \frac{\delta E}{E_0}e^{i\Omega_M t} + \frac{\delta E}{E_0}e^{-i\Omega_M t}\right\} + c.c.\,, \tag{B.25}$$

so erhält man für das transmittierte Signal:

$$|E_t|^2 = |E_i \cdot T_t(\omega)|^2 \tag{B.26}$$

$$= \left| \frac{1}{2} E_0 \, e^{i\omega_L t} \left\{ 1 + \frac{\frac{\delta E}{E_0} e^{i\Omega_M t}}{1 - i\frac{\Omega_M}{\Gamma_c}} + \frac{\frac{\delta E}{E_0} e^{-i\Omega_M t}}{1 + i\frac{\Omega_M}{\Gamma_c}} \right\} + c.c. \right|^2 \tag{B.27}$$

$$= \frac{E_0^2}{4} + \frac{2\delta E^2}{1 + \left(\frac{\Omega_M}{\Gamma_c}\right)^2} + \frac{\delta E E_0 \, e^{i\Omega_M t}}{1 - i\frac{\Omega_M}{\Gamma_c}} + \frac{\delta E E_0 \, e^{-i\Omega_M t}}{1 + i\frac{\Omega_M}{\Gamma_c}} + O\left[e^{i2\Omega_M t}\right] + c.c. \tag{B.28}$$

Berücksichtigt man nur Terme bei der Modulationsfrequenz Ω_M, so ergibt sich :

$$T_t(\Omega_M) = \frac{\cos\Omega_M - \frac{\Omega_M}{\Gamma_c}\sin\Omega_M t}{1 + \left(\frac{\Omega_M}{\Gamma_c}\right)^2} =: A(\Omega_M)\cos\Omega_M t + B(\Omega_M)\sin\Omega_M t \, . \tag{B.29}$$

Für den Amplituden- und Phasengang erhält man:

$$T_{\text{Amp.}} = \sqrt{A^2 + B^2} = \left[1 + \left(\frac{\Omega_M}{\Gamma_c} \right)^2 \right]^{-1/2} \tag{B.30}$$

$$P_{\text{Phase}} = \arctan\frac{B}{A} = -\arctan\frac{\Omega_M}{\Gamma_c} \, . \tag{B.31}$$

Ein FABRY-PEROT-Resonator in Transmission wirkt somit für Amplitudenfluktuationen wie ein Tiefpass 1. Ordnung (Abb. B.3).

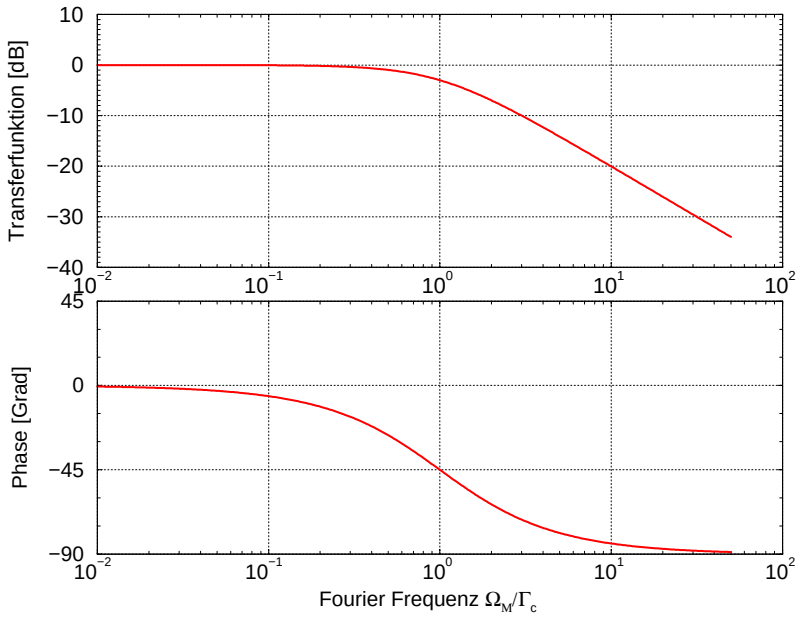

Abbildung B.3.: BODE-Diagramm der Amplituden-Transferfunktion eines FABRY-PEROT-Resonators.

C. POUND-DREVER-HALL-Verfahren

Das RF-Seitenband-Verfahren ist ein Phasenmodulationsverfahren zur empfindlichen Messung von Dispersion und Absorption optischer Resonanzen. Werden atomare Linien gemessen, bezeichnet man das Verfahren als FMS-Spektroskopie[1] [6, 78], im Falle der Laserfrequenzstabilisierung auf FABRY-PEROT-Resonatoren als POUND-DREVER-HALL-Verfahren [69, 28].
Das Lichtfeld $E_0(t)$ mit der Trägerfrequenz ω_L wird bei der Lokaloszillatorfrequenz Ω mit dem Modulationsindex M phasenmoduliert. Durch die Phasenmodulation werden dem Träger Frequenzseitenbänder bei den Fourier-Frequenzen $n\Omega$ aufgeprägt.

$$
\begin{aligned}
E_i(t) &= \frac{1}{2} E_0 \, e^{i\omega_L t + i\phi(t)} + c.c. && \text{(C.1)} \\
&= \frac{1}{2} E_0 \, e^{i\omega_L t} e^{iM\cos\Omega t} + c.c. && \text{(C.2)} \\
&= \frac{1}{2} E_0 \, e^{i\omega_L t} \sum_{-\infty}^{\infty} (i)^n J_n(M) \cdot e^{in\Omega t} + c.c. && \text{(C.3)} \\
&\approx \frac{1}{2} E_0 \left\{ J_0(M) - i J_{-1}(M) e^{i(\omega_L - \Omega)t} + i J_{+1}(M) e^{i(\omega_L + \Omega)t} \right\} + O[J_{n>1}] + c.c.
\end{aligned}
$$

Die Amplitude der Seitenbänder ist mit den BESSEL-Funktionen $J_n(M)$ gewichtet. Im Folgenden sollen die Signale für den Fall eines FABRY-PEROT-Resonators hoher Finesse mit $\Gamma_c \ll \Omega$ für eine Verstimmung $\Delta = \omega_c - \omega_L$ betrachtet werden.
Die Modulationsseitenbänder werden unter dieser Bedingung direkt am Resonator reflektiert, und es entstehen zwei Mischprodukte mit dem Trägerfeld bei der Modulationsfrequenz Ω, die mit einem Photodetektor nachgewiesen werden. Bei der Resonanzbedingung $\Delta = 0$ verschwindet die Summe der Mischprodukte. Für eine Verstimmung $\Delta \neq 0$ erfährt die Trägerfrequenz eine Phasenverschiebung aufgrund der Dispersion der Resonanz, und die Summe der Mischprodukte bei der Frequenz Ω hat einen nicht verschwindenden Term. Das reflektierte Feld berechnet sich als Produkt des einkommenden Lichtfeldes $E_i(t)$ mit

[1] FMS:Frequenz-Modulations-Spektroskopie

der Resonatortransferfunktion T_r (B.23):

$$
\begin{aligned}
E_r &= E_i \cdot T_r && \text{(C.4)}\\
&= \frac{1}{2} E_0 \cdot e^{i\omega_L t} \cdot \left\{ J_0(M) \frac{\Delta(\Delta - i\Gamma_c)}{\Delta^2 + \Gamma_c^2} + i J_{+1}(M) e^{i\Omega t} \frac{(\Delta+\Omega)(\Delta+\Omega - i\Gamma_c)}{(\Delta+\Omega)^2 + \Gamma_c^2} \right.\\
&\quad \left. - i J_{-1}(M) e^{-i\Omega t} \frac{(\Delta-\Omega)(\Delta-\Omega - i\Gamma_c)}{(\Delta-\Omega)^2 + \Gamma_c^2} \right\} + c.c. && \text{(C.5)}
\end{aligned}
$$

Mit einem Photodetektor können jetzt die Mischprodukte bei der Modulationsfrequenz Ω im reflektierten Signal nachgewiesen werden. Das Photodiodensignal ist proportional zu $|E_r|^2$ und ergibt sich zu:

$$
\begin{aligned}
|E_r|^2 &= |E_i \cdot T_r|^2 && \text{(C.6)}\\
&= |\frac{1}{2} E_0|^2 J_0(M)\, J_1(M) \cdot \{ A(\Delta)\cos(\Omega t) - D(\Delta)\sin(\Omega t) \}\ . && \text{(C.7)}
\end{aligned}
$$

Hierbei wurden nur die Terme der Frequenz Ω berücksichtigt. Die Quadraturkomponenten für das In-Phase-Signal $A(\Delta)$ entsprechen der Absorption und für das Außer-Phase-Signal $D(\Delta)$ der Dispersion des Referenz-Resonators.

$$
\begin{aligned}
A(\Delta) &= \frac{\Delta\Omega\Gamma_c^2 \left(\Gamma_c^2 + \Delta^2 + \Omega^2\right)}{(\Delta^2 + \Gamma_c^2)\left((\Delta+\Omega)^2 + \Gamma_c^2\right)\left((\Delta-\Omega)^2 + \Gamma_c^2\right)} && \text{(C.8)}\\
&\approx \frac{\Delta}{\Omega} \frac{1}{1 + \left(\frac{\Delta}{\Gamma_c}\right)^2} \quad \text{für} \quad \Delta \ll \Omega && \text{(C.9)}\\
D(\Delta) &= \frac{\Delta\Omega^2\Gamma_c \left(\Gamma_c^2 - \Delta^2 + \Omega^2\right)}{(\Delta^2 + \Gamma_c^2)\left((\Delta+\Omega)^2 + \Gamma_c^2\right)\left((\Delta-\Omega)^2 + \Gamma_c^2\right)} && \text{(C.10)}\\
&\approx \frac{\Delta}{\Gamma_c} \frac{1}{1 + \left(\frac{\Delta}{\Gamma_c}\right)^2} \quad \text{für} \quad \Delta \ll \Omega && \text{(C.11)}
\end{aligned}
$$

Eine Demodulation mit der Lokaloszillatorfrequenz Ω und anschließende Tiefpassfilterung, um die Terme der doppelten Modulationsfrequenz 2Ω zu unterdrücken, ergibt dann bei geeigenter Phasenlage direkt $A(\Delta)$ bzw. $D(\Delta)$. Das Dispersionsignal ist ein bipolares Regelsignal, das sich zur Frequenzstabilisierung eignet. Für $\Delta \ll \Gamma_c$ ist das Signal direkt proportional zu Verstimmung Δ. In Abbildung C.1 sind die sich ergebenden Absorptions- und Dispersionssignale dargestellt.

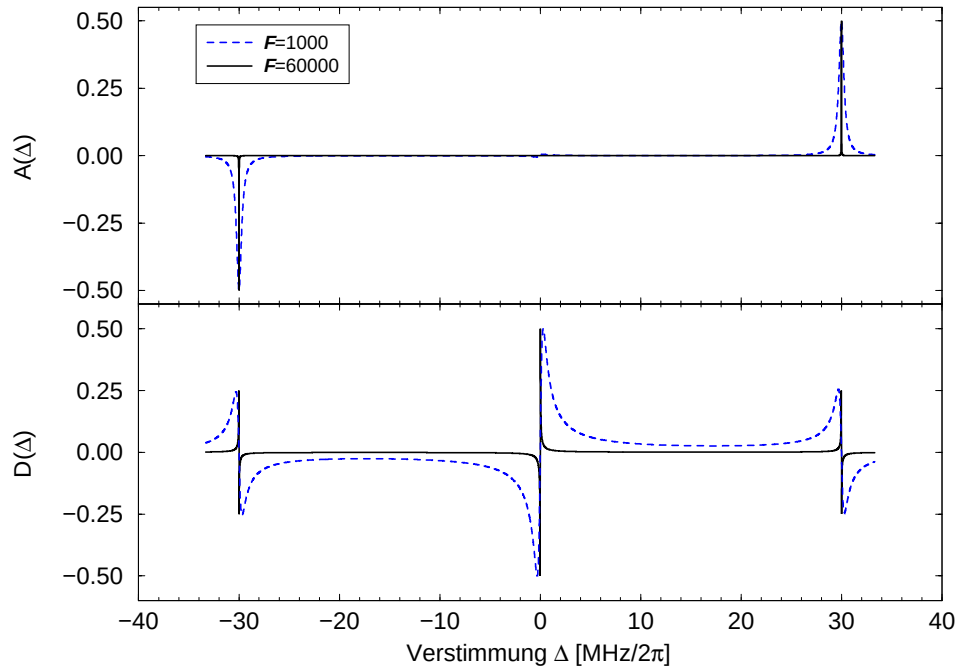

Abbildung C.1.: Demoduliertes Absorptions- und Dispersionssignal für eine Modulationsfrequenz $\Omega/2\pi$ von 30 MHz und eine Linienbreite δ_c von 300 kHz bzw. 6 kHz.

C.1. Frequenzgang des POUND-DREVER-HALL-Signals

Im Folgenden wird das POUND-DREVER-HALL-Signal für ein auf die Resonanz stabilisiertes Lichtfeld mit $\Delta = 0$ und Frequenzrauschbeiträgen mit dem Frequenzhub $\delta\omega_N$ bei der Frequenz ω_N betrachtet.

$$E_i(t) = \frac{E_0}{2} e^{i\omega_L t + iM\cos\Omega t + i\frac{\delta\omega_N}{\omega_N}\cos\omega_N t} + c.c. \tag{C.12}$$

$$\approx \frac{E_0}{2} e^{i\omega_L}\left\{J_0(M) \pm i J_{\pm1}(M) e^{\pm i\Omega t}\right\}\left\{1 \pm \frac{i\delta\omega_N}{2\omega_N} e^{\pm i\omega_N t}\right\} + c.c. \tag{C.13}$$

Hierbei wurde die Näherung $J_0(\frac{\delta\omega_N}{\omega_N}) \approx 1$ und $J_{\pm1}(\frac{\delta\omega_N}{\omega_N}) \approx \pm\frac{\delta\omega_N}{2\omega_N}$, die für Modulationsindizes $M \leq 1$ gültig ist, benutzt. Das reflektierte Feld E_r ergibt sich analog zu (C.6) zu:

$$|E_r|^2 = \left|\frac{E_0}{2} e^{i\omega_L t}\left\{J_0(M) \pm \frac{i J_{\pm1}(M)}{1 \mp i\frac{\Gamma_c}{\Omega}} e^{\pm i\Omega t} \pm \frac{i J_0(M)\frac{\delta\omega_N}{2\omega_N}}{1 \mp i\frac{\Gamma_c}{\omega_N}} e^{\pm i\omega_N t}\right\} + c.c.\right|^2 \tag{C.14}$$

$$= E_0^2 J_0(M) J_1(M) \frac{\delta\omega_N}{\omega_N}\left\{\frac{\sin\Omega t - \frac{\Gamma_c}{\Omega}\cos\Omega t}{1 + \left(\frac{\Gamma_c}{\Omega}\right)^2}\right\}\left\{\frac{\sin\omega_N t - \frac{\Gamma_c}{\omega_N}\cos\omega_N t}{1 + \left(\frac{\Gamma_c}{\omega_N}\right)^2}\right\}.$$

Für die Komponente in der Sinus-Quadratur in Ω erhält man nach kurzer Umformung:

$$|E_t|^2 = E_0^2 J_0(M) J_1(M) \frac{\delta\omega_N}{\Gamma_c} \left\{ \frac{-\frac{\omega_N}{\Gamma_c} \sin\omega_N t + \cos\omega_N t}{1 + \left(\frac{\omega_N}{\Gamma_c}\right)^2} \right\} \tag{C.15}$$

$$\approx \frac{E_0^2 J_0(M) J_1(M)}{\Gamma_c} \delta\omega_N \cdot \cos\omega_N t \qquad \text{für } \omega_N < \Gamma_c \tag{C.16}$$

$$\approx E_0^2 J_0(M) J_1(M) \frac{\delta\omega_N}{\omega_N} \cdot \sin\omega_N t \qquad \text{für } \omega_N > \Gamma_c \tag{C.17}$$

Ganz analog zu (B.29) entspricht die Transferfunktion von Frequenzschwankungen in dem POUND-DREVER-HALL-Signal einem Tiefpass 1. Ordnung. Das Signal $|E_t|$ ist für Fourier-Frequenzen, die kleiner als die Cavity-Linienbreite Γ_c sind, direkt proportional zu der Frequenzstörung $\delta\omega_N$; entspricht also einer Frequenzdetektion. Für höhere Fourier-Komponenten entspricht das Signal der Phasendifferenz $\delta\omega_N/\omega_N$ zwischen dem eingestrahlten Feld und dem in der Cavity gespeichertem Feld.

C.2. Signal-Rausch-Verhältnis

Das POUND-DREVER-HALL-Signal um die Modulationsfrequenz Ω setzt sich aus den niederfrequenten Frequenzschwankungen zwischen Lichtfeld und Cavity und den Leistungsfluktuationen bei der Modulationsfrequenz Ω des Lichtfeldes zusammen. Üblicherweise wird die Modulationsfrequenz im Radiofrequenzbereich gewählt, so dass das Lichtfeld kein technisches Rauschen sondern nur Photonen-Schrotrauschen (Kap. A) aufzeigt. Das Schrotrauschen begrenzt folglich das minimal detektierbare Frequenzrauschen.
Zum Schrotrauschen trägt die DC-Leistung der Seitenbänder und der Anteil des Trägerfeldes, der aufgrund von Modenfehlanpassung von der Cavity reflektiert wird, bei. Das durch Schrotrauschen limitierte detektierbare Frequenzrauschen $\widetilde{\delta\nu}(f)$ ergibt sich dann mit (A.11) und (C.15) für impedanzangepasste Resonatoren zu:

$$\widetilde{\delta\nu}(f) = \delta_c \cdot \sqrt{\frac{\hbar\omega_L}{2\eta P_0}} \cdot \frac{\sqrt{1-\beta J_0^2(M)}}{\beta J_0(M) J_1(M)} \cdot \left[1 + \left(\frac{f}{\delta_c}\right)^2\right]^{1/2}, \tag{C.18}$$

wobei P_0 die Lichtleistung, η die Quanteneffizienz des Photodetektors und β die relative eingekoppelte Lichtleistung sind. Die detektierbare Frequenzabweichung skaliert mit der Linienbreite δ_c der Cavity und mit dem Kehrwert aus der Wurzel der Lichtleistung.

D. Photodetektoren

D.1. Photodioden

Photodetektoren sind die Schnittstelle zwischen dem elektromagnetischen Strahlungsfeld und dem elektrischen Signal, das zu Mess- und Regelzwecken benutzt wird. Ein Photodetektor besteht aus einer Photodiode oder einem lichtempfindlichen Bauteil und üblicherweise einem elektrischen Schaltkreis zur Signalaufbereitung.
Aufgrund des elektro-optischen Effektes werden im pn-Übergang der Photodiode Elektronen-Loch-Paare erzeugt und durch das elektrische Feld des pn-Übergangs aus der Verarmungszone getrieben und stellen den Photostrom I_{PD} bereit. Der Wirkungsgrad einer Photodiode η wird auch als Quanteneffizienz bezeichnet und gibt an, wie viele der einkommenden Photonen in Elektronen-Lochpaare umgewandelt werden:

$$\eta = \frac{\text{Elektronenzahl}}{\text{Photonenzahl}} \tag{D.1}$$

$$= \frac{I_{\mathrm{PD}}\,\hbar\omega}{e\,P_{\mathrm{opt}}} \tag{D.2}$$

Ein weiterer Parameter ist die Empfindlichkeit R (*responsivity*) mit der Einheit [A/W], die benötigt wird, um den resultierenden Photostrom I_{PD} zu bestimmen.

$$R = \frac{e\,\eta}{\hbar\,\omega} = \frac{e\,\eta\lambda}{hc} \tag{D.3}$$

$$= \eta \cdot \frac{\lambda}{1.24 \cdot 10^{-6}} \tag{D.4}$$

Die Bandbreite einer Photodiode gibt die Frequenz an, bei der eine sinusförmige Modulation um -3 dB reduziert detektiert wird. Dazu wird die Photodiode mit einem 50 Ω Widerstand in Reihe geschaltet. Die Zeitkonstante ergibt sich dann aus der Photodiodenkapazität und dem Lastwiderstand sowie der internen Zeitkonstante des pn-Übergangs.
Um Photodiodenschaltungen simulieren und analysieren zu können, benutzt man ein Ersatzschaltbild (Abb. D.1), das die komplexen, frequenzabhängigen elektrischen Eigenschaften von Photodioden simuliert. Die Photodiode wird dazu als Stromquelle mit einer parallel

geschalteten Diode simuliert. Der Serienwiderstand R_{series} ist in der Regel zu vernachlässigen. Der Parallelwiderstand R_{shunt} liegt im MΩ-Bereich. Besonders wichtig ist die Parallelkapazität C_{PD}, da diese im Wesentlichen die Bandbreite der Photodiode und die Stabilität der Verstärker bestimmt. Die Kapazität setzt sich dabei aus parasitären Leiterbahn- und Anschlusskapazitäten sowie der *junction*-Kapazität zusammen.

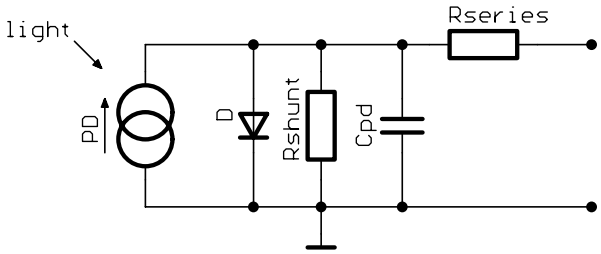

Abbildung D.1.: Ersatzschaltbild einer Photodiode. Die Photodiode ist als Stromquelle mit einer parallel geschalteten Diode simuliert. Die Impedanz des pn-Übergangs wird durch einen Parallelwiderstand, einen Parallelkondensator sowie einen Reihenwiderstand dargestellt.

D.2. Schaltungen

D.2.1. Photovoltaische Grundschaltung

Eine einfache Methode eine Detektorschaltung zu realisieren, ist den Photostrom über eine Serienimpedanz $Z(s)$ abfliessen zu lassen und somit eine Photospannung von $U_0 = Z(s)\, I_{\text{pd}}$ zu erhalten (Abb. D.2). Diese Spannung kann mit einem Verstärker nachverstärkt werden. Problematisch hierbei ist, dass die Vorspannung über dem pn-Übergang und somit auch die Bandbreite vom Photostrom abhängig sind.

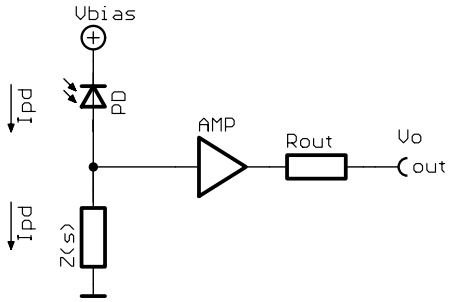

Abbildung D.2.: Photodiode mit Serienimpedanz $Z(s)$. Die Photospannung $U_{\text{A}} = I_{\text{PD}}\, Z(s)$ wird durch den Spannungsabfall an der Serienimpdanz erzeugt und mit einem Verstärker gepuffert.

Wird die Serienimpedanz als Schwingkreis ausgelegt, so bezeichnet man diese Schaltung als resonanten Photodetektor [93]. Die Photospannung beträgt $U(s) = Z(s)\, I_{\mathrm{PD}}(s)$, wobei die maximale Impedanz $Z_{\mathrm{res}} \approx L/C_{\mathrm{PD}} R_{\mathrm{L}}$ bei der Resonanzfrequenz $f_0 = 1/2\pi\sqrt{L\,C_{\mathrm{PD}}}$ erreicht wird. Diese Schaltung ist detailliert in [45] analysiert und eignet sich, um HF-Modulationssignale mit Bandbreiten von einigen hundert kHz (abhängig von der Güte des Schwingkreises) auszulesen. Vorteilhaft ist, dass nichtresonante Störsignale unterdrückt werden und dass diese Detektoren bereits für Photoströme von etwa 100 µA schrotrauschbegrenzt sind.

D.2.2. Photokonduktive Grundschaltung

Breitbandige schrotrauschlimitierte Photodetektoren, die optische Leistungen von einigen mW detektieren können, lassen sich photokonduktiv aufbauen [39]. Ein Transimpedanzverstärker (Abb. D.3) hält die Spannung am invertierenden Eingang des Verstärkers auf 0 V (virtueller Masse), indem durch die Rückkoppelimpedanz Z_{F} der gleiche Strom fliesst. Über der Photodiode fällt dann die Vorspannung U_{bias} ab. Dadurch ergibt sich eine elektrische Leistung von $P = U_{\mathrm{bias}}\, I_{\mathrm{PD}}$, die in der Photodiode in Wärme umgesetzt wird. Um die Photodiode nicht thermisch zu überlasten, sollte die Vorspannung für Photoströme von typischerweise 10 mA nur wenige Volt betragen.

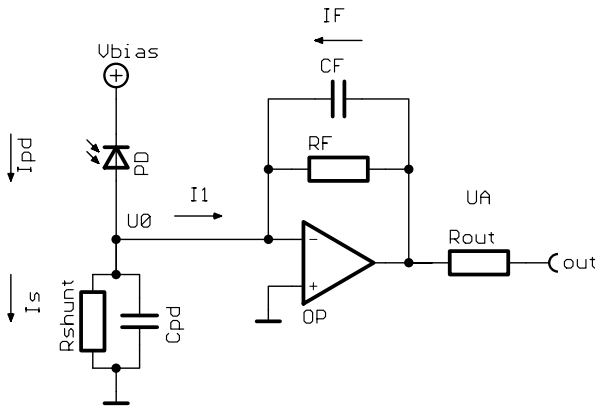

Abbildung D.3.: Photodiode mit Transimpedanzverstärker (TIA) und Quellimpedanz $Z_{\mathrm{s}}(s)$ einer Photodiode.

Transimpedanzschaltung mit Voltage Feedback-Verstärker

Ausgehend von Abbildung D.3 erhält man für einen spannungsrückgekoppelten Operationsverstärker (Abb. D.4) mit der open-loop-Verstärkung $G(s)$ folgende Gleichungen:

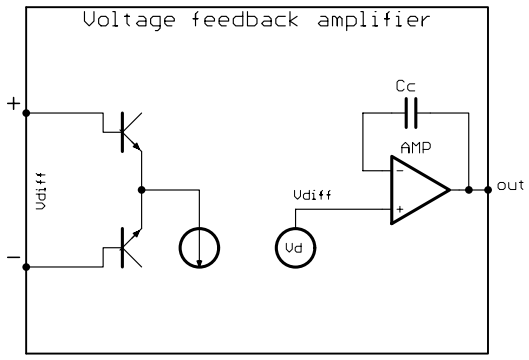

Abbildung D.4.: Ersatzschaltbild eines Voltage-Feedback Amplifier (VF). Die Eingangsstufe besteht aus einem hochohmigen, differentiellen Verstärker. Die Bandbreite wird duch den Verstärker AMP bestimmt.

$$I_{PD} = I_1 + I_s \tag{D.5}$$
$$I_1 = -(U_A - U_0)/Z_F(s) \qquad Z_F = R_F/(1 + s R_F C_F) \tag{D.6}$$
$$I_s = U_0/Z_s(s) \qquad Z_s = R_s/(1 + s R_s C_{PD}) \tag{D.7}$$
$$U_A = -G(s)\cdot U_0 = \frac{A_0}{1 + \frac{1}{A_0}\frac{s}{\omega_T}} \cdot U_0 \tag{D.8}$$

Für die open-loop-Verstärkung des (idealen) spannungsrückgekoppelten Operationsverstärkers (OP) wird ein 1-Pol-Modell mit der Verstärkung A_0 und Polfrequenz ω_T benutzt. Das Ersatzschaltbild ist in Abbildung D.4 wiedergegeben. Da die Eingangsimpedanz des Operationsverstärkers sehr hochohmig ist, fließt praktisch kein Strom in die Eingangsstufe des Operationsverstärkers. Die Rückkoppelimpedanz $Z_F(s)$ setzt sich aus dem Rückkoppelwiderstand R_F und der Rückkoppelimpedanz C_F zusammen, die Quellimpedanz $Z_s(s)$ aus der Photodiodenkapazität C_{PD} und dem Shuntwiderstand R_s. Für die Ausgangsspannung U_A erhält man dann:

$$U_A(s) \approx \frac{-I_{PD} R_F}{1 + s(R_F C_F + \frac{1}{\omega_T}(1 + \frac{R_F}{R_s})) + \frac{s^2}{\omega_0 \omega_T}} \tag{D.9}$$
$$= \frac{-I_{PD} R_F}{1 + \frac{s}{\omega_g Q} + \frac{s^2}{\omega_g}} \tag{D.10}$$

mit

$$\omega_g = \sqrt{\omega_0 \omega_T}, \qquad \omega_0 = 1/R_F(C_F + C_{sh}) \tag{D.11}$$
$$Q = \sqrt{\omega_T/\omega_0}\,[1 + R_F/R_{sh} + R_F C_F \omega_T]^{-1} \tag{D.12}$$

Gleichung (D.10) entspricht der Transferfunktion eines Tiefpasses 2. Ordnung mit der Güte Q und der Polfrequenz ω_g. Wird die Güte des Transimpedanzverstärkers nicht bedämpft, so

erhält man unerwünschtes *Resonanz-Peaking*. Abbildung D.5 zeigt die Transferfunktion eines Transimpedanzverstärkers mit einem spannungsrückgekoppelten Operationsverstärker für verschiedene Werte der Güte Q. Für eine Güte von $1/\sqrt{2}$ ergibt sich die Transferfunktion eines BUTTERWORTH-Filters 2. Ordnung (optimaler Frequenzgang); dies bestimmt somit den Wert der Rückkoppelimpedanz C_F:

$$C_F = \sqrt{\frac{2\,C_{sh}}{R_F\,\omega_T}} \qquad \text{für } R_s \gg R_F \tag{D.13}$$

Sollen Photodetektoren mit Bandbreiten im MHz-Bereich untersucht werden, so kann die open-loop-Transferfunktion $G(s)$ des Operationsverstärkers nicht mehr als 1-Pol-Modell modelliert werden, sondern muss durch ein möglichst genaues Modell des Operationsverstärkers ersetzt werden, das in der Regel erheblich komplexer ist. Mit Schaltungs-Analyse-Programmen wie SPICE oder LISO kann dann die Transferfunktionen einer Transimpedanzschaltung optimiert werden.

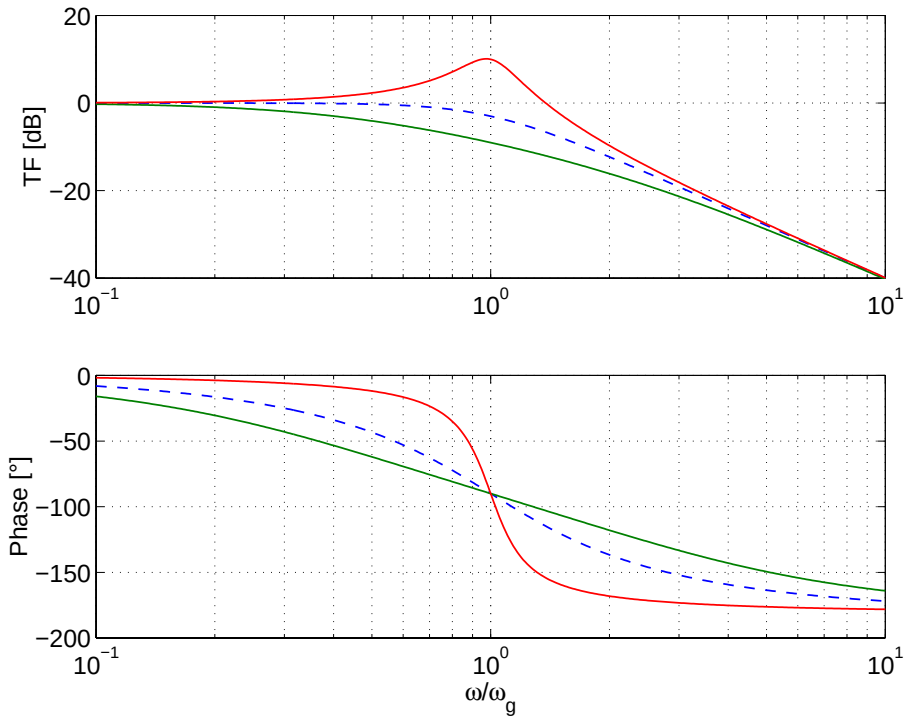

Abbildung D.5.: Photodetektor mit spannungsrückgekoppeltem Transimpedanzverstärker für verschiedene Güten. $Q_1 = 3$, $Q_2 = 1/\sqrt{2}$, $Q_3 = 0.3$;.

Transimpedanzschaltung mit Current Feedback-Verstärker

Die Transferfunktion eines Transimpedanzverstärkers mit stromrückgekoppeltem Operationsverstärkers (Abb. D.6) [19, 85] unterscheidet sich erheblich von dem obigen Fall aufgund des niedrigen Eingangswiderstandes des invertierenden Eingangs (typischweise 50 Ω). Die Bandbreite von stromrückgekoppelten Operationsverstärkern wird durch die Rückkoppelimpedanz $Z_F(s)$ bestimmt. Der Fehlerstrom I_{err} ergibt sich durch den Eingangstrom I_{in}, der in die Eingangsimpedanz der Current Feedback-OPs fliesst. Die Ausgangsspannung U_A wird dann durch die Transimpedanz $Z_t(s)$ bestimmt. (Typische Werte sind $R_t = 3\,\mathrm{M\Omega}$, $C_t = 5.5\,\mathrm{pF}$ [2].)

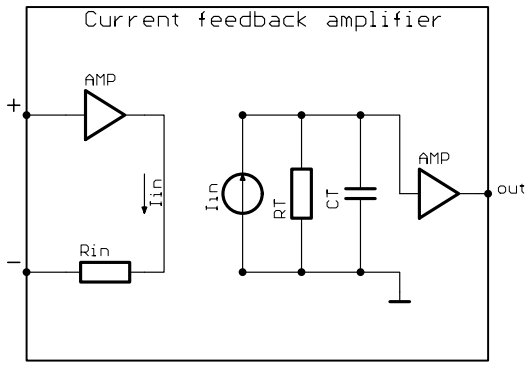

Abbildung D.6.: Ersatzschaltbild eines Current-Feedback-Amplifier (CF). In die Eingangsimpedanz R_{in} fliesst der Eingangstrom I_{in}. Die Ausgangsspannung U_A ergibt sich durch die Spannung an der Transimpedanz $Z_t(s)$.

Ausgehend von den Abbildungen D.3 und D.6 ergeben sich folgende Beziehungen:

$$I_{err} = -U_0/Z_{in}(s) \tag{D.14}$$
$$I_1 = -(U_A - U_0)/Z_F(s) \tag{D.15}$$
$$I_s = U_0/Z_s(s) \tag{D.16}$$
$$U_A = Z_t(s)\cdot I_{err} = -U_0 \cdot Z_t(s)/Z_{in}(s) \tag{D.17}$$

Für die Ausgangsspannung U_A erhält man nach einigen Umformungen:

$$U_A = \frac{-I_{PD}R_F}{(1+\frac{Z_F}{Z_t}+\frac{Z_F Z_{in}}{Z_t Z_c})(1+\frac{s}{R_F C_F})} \tag{D.18}$$
$$\approx \frac{-I_{PD}R_F}{(1+sR_F C_t)(1+sR_i C_{PD})} \quad \text{nach [2]} \tag{D.19}$$

Im Gegensatz zu der Schaltung mit einem spannungsrückgekoppelten Operationsverstärker, der einen Pol bei $\omega_{VF} = 1/R_F C_{PD}$ erzeugt, ergibt sich für stromrückgekoppelte Operationsverstärker ein Pol bei $\omega_{CF} = 1/R_{in} C_{PD}$. Dieser Pol hat in der Regel eine höhere Frequenz verglichen mit spannungsrückgekoppelten Operationsverstärkern, da der Eingangswiderstand R_{in} kleiner als der Rückkoppelwiderstand R_F ist. Eine Simulation einer Transimpedanzschaltung nach Gleichung (D.18) ist in Abbildung D.7 wiedergegeben.

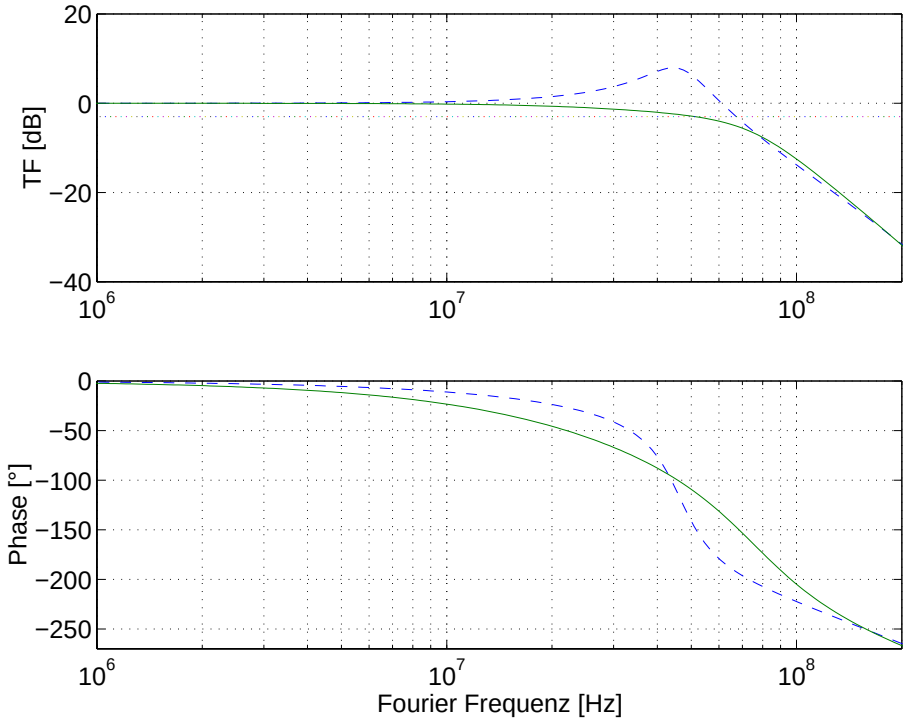

Abbildung D.7.: Simulation der Transferfunktion einer Transimpedanzschaltung mit einem CF-OP, Modell AD844, Photodiode C_{PD}=45 pF, $R_F = 500\,\Omega$, C_F= 0 pF bzw. 6.8 pF. Die Transferfunktion des Ausgangsverstärkers des CF-OP wird duch zwei zusätzliche Pole bei 70 MHz und 300 MHz angepasst (SPICE-Modell AD844).

D.3. Photodetektorschaltungen

Im Rahmen dieser Arbeit wurden mehrere Photodetektoren aufgebaut und in Hinblick auf ihrer Rauscheigenschaften sowie Transferfunktionen analysiert. Die für die Frequenzregelkreise und die Rauschmessungen benutzten Photodetektoren werden im Folgenden beschrieben. Um die Transferfunktion der Photodetektoren zu messen, wurden 6 mW optische Leistung eines MISERs detektiert und mit einem Intensitätsmodulator (Gsänger LM0202), der mit einem RF-Netzwerkanalysator angesteuert wurde, moduliert.

D.3.1. Photodetektor Typ A

Für Monitorsignale und Messungen des Intensitätsrauschens des Laser-Systems wird in dieser Arbeit eine 3 mm InGaAs-Photodiode benutzt (G5114-03 [40]). Die Kapazität der Photodiode beträgt für 2 V Vorspannung etwa 400 pF. Dadurch wird die Bandbreite der Photodetektoren auf etwa 10 MHz begrenzt (Abb. D.9). Als Transimpedanzverstärker wird ein CF-OP, Modell AD844 [2] verwendet, der niedriges Eingangsrauschen und eine geringe Offsetspannung hat. Die Rückkoppelimpedanz besteht aus einem 1 kΩ Widerstand mit einer Parallelkapazität von 8.8 pF, so dass ein möglichst flacher Frequenzgang erreicht wird.

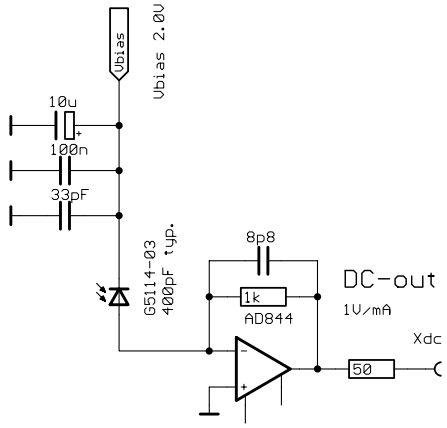

Abbildung D.8.: Photodetektor mit einer 3 mm InGaAs-Photodiode G5114-03 [40] und einem CF-OP (AD844 [2]) als Transimpedanzverstärker. Die Bandbreite beträgt 10 MHz.

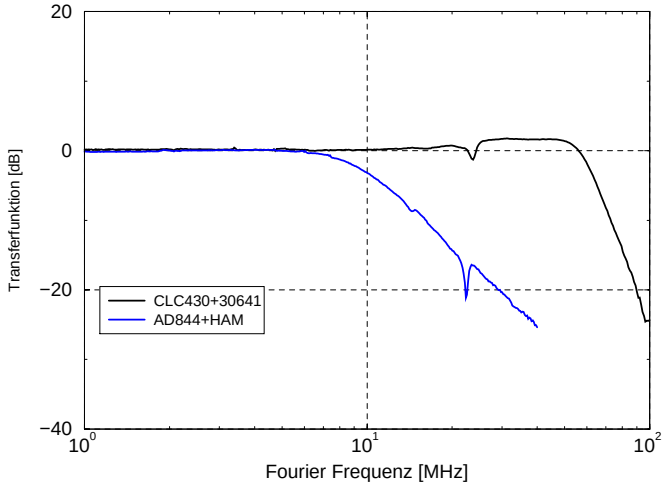

Abbildung D.9.: Transferfunktion der Photodetektoren Typ A, B gemessen am DC-Ausgang. Die Struktur bei 23 MHz wird durch eine Resonanz des Intensitäts-Modulators (EOM) erzeugt.

D.3.2. Photodetektor Typ B

Zur Detektion des RF-Signals der POUND-DREVER-HALL-Frequenzregelung und zur Messung von Laserintensitätsrauschen bei hohen Frequenzen wurde eine Transimpedanzschaltung mit 60 MHz Bandbreite aufgebaut (Abb. D.10). Als Photodiode dient eine InGaAs-Photodiode (EG&G: C30641 [29]) mit einem Durchmesser von 1 mm und einer Kapazität von etwa 40 Pf für 2.5 V Vorspannung. Ein schneller CF-OP (Modell CLC430 [20]) ist als Transimpedanzverstärker mit 500 Ω Gegenkoppelwiderstand beschaltet. Um die Signalpegel über das Eingangsrauschen der verwendeten Spektrumanalysatoren zu heben, wird die Ausgangsspannung des Transimpedanzverstärkers über einen Hochpass mit 10 kHz Eckfrequenz auf einen sehr rauscharmen Operationsverstärker mit hoher Bandbreite gegeben und an einem AC-Ausgang verfügbar gemacht.

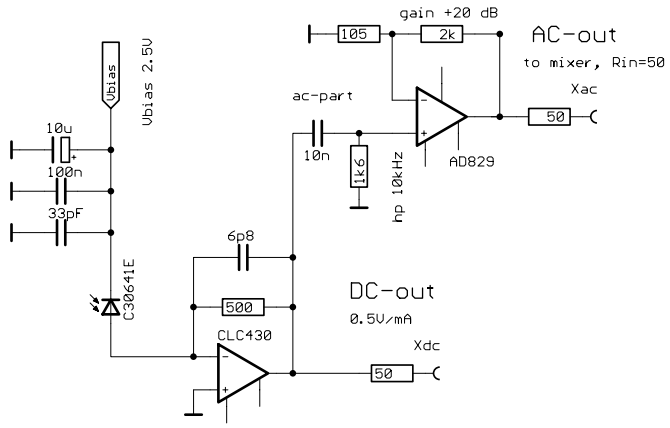

Abbildung D.10.: Photodetektor mit einer 1 mm InGaAs Photodiode C30641 [29] und einem CF-OP (CLC430 [20]) als Transimpedanzverstärker. Die Bandbreite beträgt 60 MHz.

D.3.3. Photodetektor Typ C

Resonante Photodetektoren eignen sich, um RF-Modulationssignale rauscharm auszulesen. Anlehnenden an [45] wurde ein resonanter Photodetektor (Abb. D.11) für die Slave-Laser-Modulationsfrequenz von 12 MHz aufgebaut. Die Photodiodenkapazität einer 1 mm InGaAs-Photodiode von etwa 40 pF bildet zusammen mit der passenden Induktivität von 4 µH einen Parallelschwingkreis mit einer Resonanzfrequenz von 12 MHz. Das HF-Signal wird hochpassgefiltert, mit einem rauscharmen +6 dB-Verstärker gepuffert und liefert das RF-Signal. Der Fußpunkt des Schwingkreises wird durch die Transimpedanzschaltung bei DC auf 0 V gehalten ($Q = 1/\sqrt{2}$, BW: 700 kHz).
Die Transferfunktion des resonanten Photodetektors ist in Abbildung D.12 zu sehen. Die

Bandbreite des Schwingkreises beträgt etwa 300 kHz. Die Phasenverschiebung des Schwingkreises begrenzt die erreichbare Bandbreite von Regelkreisen mit solchen Detektoren. Prinzipiell kann die Güte des Schwingkreises durch einen erhöhten Serienwiderstand verkleinert werden, wobei dann aber die Filtereigenschaft des Resonanzkreises verloren geht.

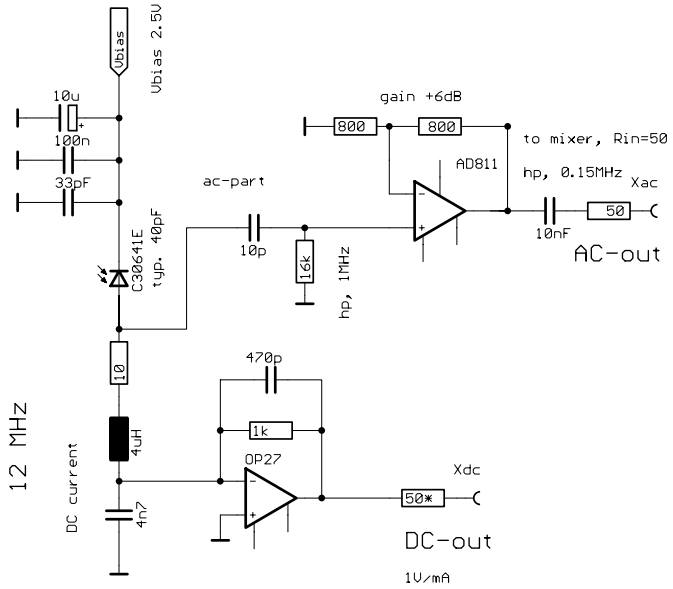

Abbildung D.11.: Schaltplan des resonanten Photodetektors für 12 MHz Resonanzfrequenz.

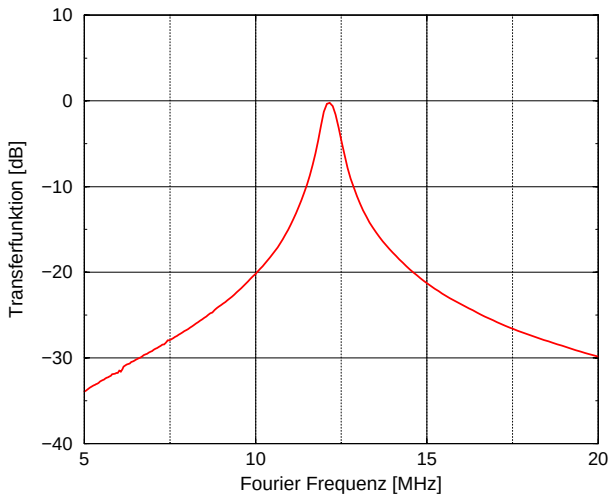

Abbildung D.12.: Gemessene Transferfunktion für einen resonanten Photodetektor bei 12 MHz.

E. Frequenzregelkreise

E.1. Master-Laser-Frequenzregelkreis

Der Master-Laser-Frequenzregelkreis ist in Abbildung E.1 dargestellt. Das RF-Fehlersignal wird mit einem Diodenringmischer demoduliert und anschliessend mit einem passiven 3-Pol-Butterworth-Filter mit 10 MHz Eckfrequenz tiefpassgefiltert (nicht abgebildet). Das Fehlersignal wird dann über einen rauscharmen Vorverstärker (AD797, gain +14 dB) dem Servo bereitgestellt. Der Servo hat eine für alle Aktuatoren gemeinsame Stufe (common), und das Signal wird dann über Frequenzweichen auf die Aktuatoren TEMP, PZT und EOM aufgeteilt.
Die Eingangsstufe V1 des Servos hat eine Verstärkung von +14 dB. Mit dem nachfolgenden Addierer V2 besteht die Möglichkeit Testsignale in den Regelkreis einzuspeisen, die dann an den beiden Monitorausgängen ausgelesen werden können. Die schaltbaren Verstärker V3, V4, V5 erhöhen die Verstärkung zu niedrigen Frequenzen hin. Mit dem spannungsgesteuerten Verstärker V6 kann die Gesamtverstärkung zwischen -9 dB und +31 dB variiert werden. Das Signal wird dann auf die drei Aktuatoren aufgeteilt.
Für den Frequenzbereich von 0.5 Hz bis 30 kHz wird das Signal auf den PZT-Pfad gegeben, dessen Ausgangssignal über einen +20 dB-HV-Verstärker (nicht abgebildet) mit einer maximalen Ausgangsspannung von 380 V den PZT des MISERs ansteuert. Ein LC-Sperrfilter verhindert das Anschwingen des Regelkreises auf der PZT-Resonanz bei 310 kHz. Der Ausgangswiderstand des HV-Verstärkers beträgt 1 kΩ und bildet zusammen mit der Kapazität des PZT einen Tiefpass bei 30 kHz.
Die hochfrequenten Störungen werden mit 30 kHz-Eckfrequenz hochpassgefiltert und mit V9, V10 und V11 verstärkt. V10 ist wiederum ein spannungsgesteuerter Verstärker, mit dem die Verstärkung des EOM-Pfades angepasst wird. Das Ausgangssignal wird über einen HV-Verstärker (+46 dB, ±200 V, Bandbreite 1.7 MHz, nicht abgebildet) auf den EOM geführt.
Die niederfrequenten Störungen werden über die Verstärker V12, V13, und V14 auf die Temperaturstabilisierung des MISER-Kristalls gegeben, um den Dynamikbereich der Regelung zu erhöhen.

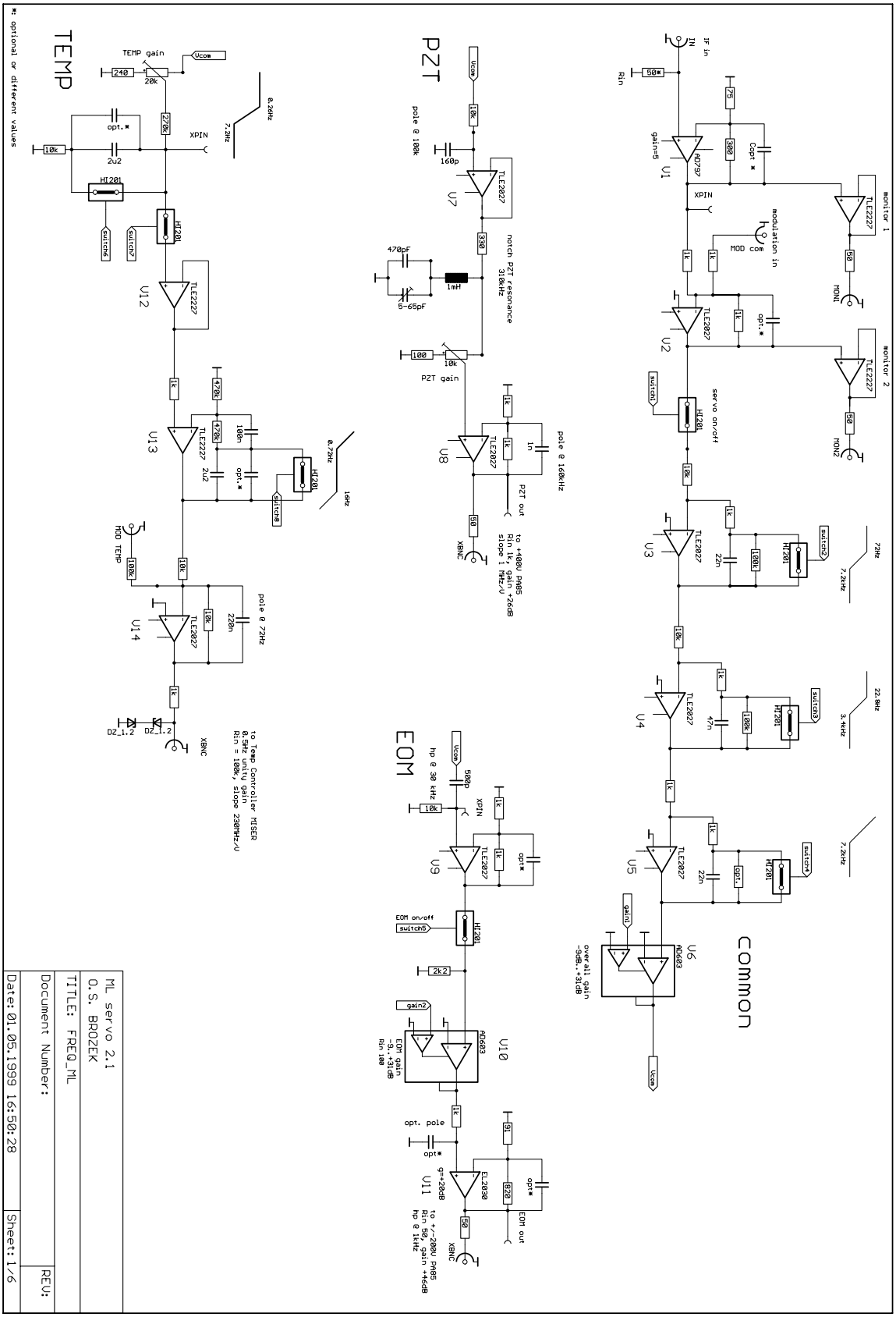

Abbildung E.1.: Schaltplan des Frequenzregelkreises Master-Laser.

E.2. Slave-Laser-Frequenzregelkreis

Der Slave-Laser-Frequenzregelkreis ist in Abbildung E.3 dargestellt. Der Regelkreis besteht aus drei Hauptkomponenten: dem Mixer, dem eigentlichen Servo und dem HV-Verstärker. Mit dem Mischer wird das RF-Fehlersignal demoduliert und anschliessend mit einem aktiven 4-Pol-Butterworth-Filter tiefpassgefiltert. Der Verstärker V1 dient als Eingangsverstärker und zur Addition von Testsignalen für eine Messung der closed-loop-Transferfunktion. Am Monitorausgang kann das error-point-Fehlersignal ausgelesen werden. Mit dem Verstärker V2 wird ein schaltbarer bei 800 Hz abgefangener Integrator realisiert. Eine passive Pole-Zero-Stufe und Verstärker V3 erhöhen die Verstärkung zu niedrigen Frequenzen um +60 dB. V4 ist ein spannungsgesteuerter Verstärker, mit dem die Gesamtverstärkung zwischen -9 dB und +31 dB variiert werden kann. Mit V5 wird die Verstärkung um weitere +40 dB ab 1 kHz erhöht. Ein LC-Sperrfilter ist auf die mechanische PZT-Resonanz bei 29 kHz abgestimmt, um ein Anschwingen des Regelkreises zu vermeiden. Das Stellsignal wird dann über einen +20 dB-HV-Verstärker mit einer maximalen Ausgangsspannung von +380 V auf den PZT des Slave-Laser-Resonators geführt. Der Ausgangswiderstand des HV-Verstärkers von 4.7 kΩ bildet zusammen mit der Kapazität des PZT von 38 nF einen Tiefpass mit 800 Hz Eckfrequenz, der die für die Stabilität notwendige Steigung von -6 dB/Oktave erzeugt. Die gemessene open-loop-Transferfunktion des SL-Servos ist in Abbildung E.2 wiedergegeben (Int. aus). Die Regelbandbreite des geschlossenen Regelkreises beträgt über 10 kHz.

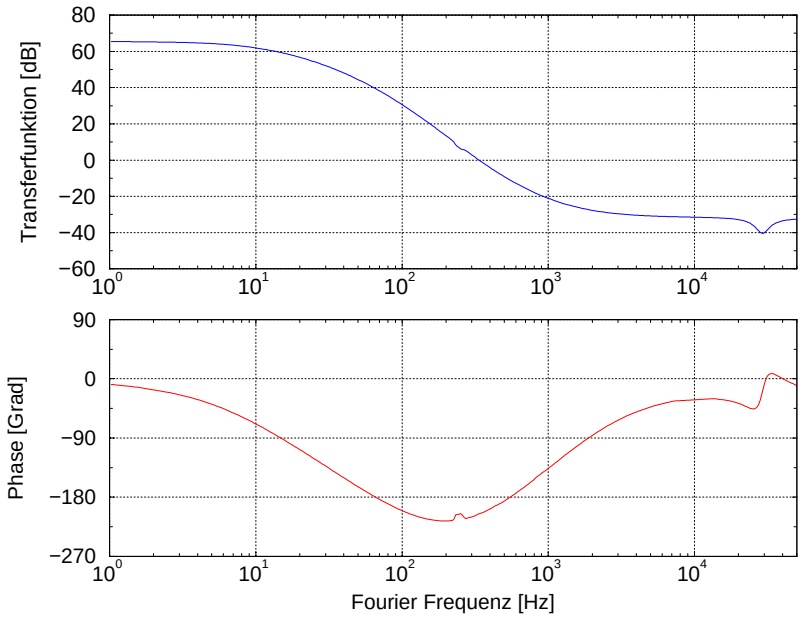

Abbildung E.2.: Transferfunktion des Frequenzregelkreises Slave-Laser.

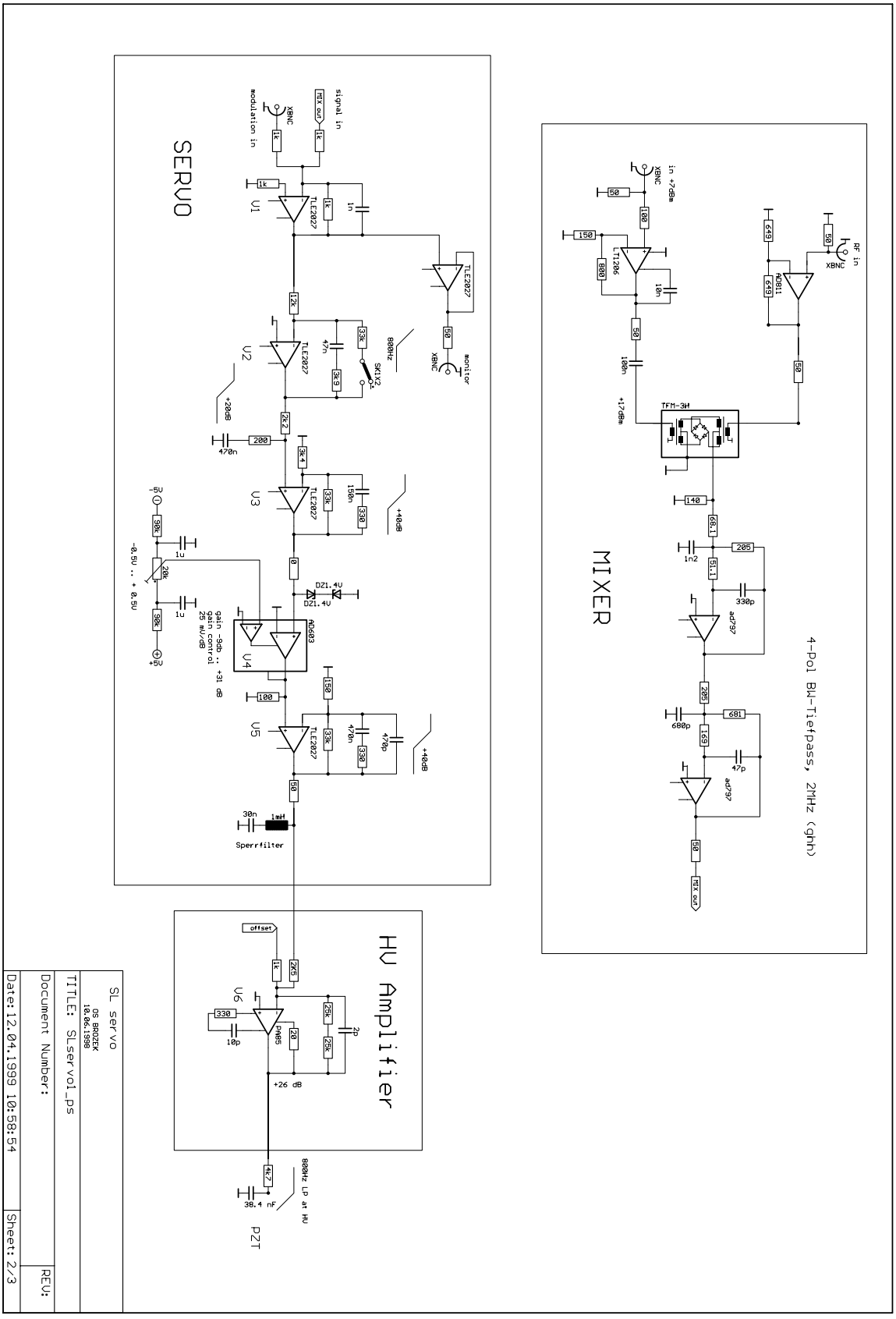

Abbildung E.3.: Schaltplan des Frequenzregelkreises Slave-Laser.

Literaturverzeichnis

[1] ABRAMOVICI, A., W.E. ALTHOUSE, R.W.P. DREVER, Y. GÜRSEL, S. KAWAMURA, F.J. RAAB, D. SHOEMAKER, L. SIEVERS, R.E. SPERO, K.S. THORNE, R.E. VOGT, R. WEISS, S.E. WHITCOMB, and M.E. ZUCKER: *LIGO: the laser interferometer gravitational-wave observatory*. Science, 256:325–333, 1992. zitiert auf Seite: 2

[2] ANALOG DEVICES, USA: *AD844-Datenblatt*. Rev. C. zitiert auf Seite: 98, 98, 100, 100

[3] ANDERSON, D.Z., J.C. FRISCH, and C.S. MASSER: *Mirror reflectometer based on optical cavity decay time*. Appl. Opt., 23(8):1238–1245, 1984. zitiert auf Seite: 46, 85

[4] BARILLET, R., A. BRILLET, R. CHICHE, F. CLEVA, L. LATRACH, and C.N. MAN: *An injection-locked Nd:YAG laser for the interferometric detection of gravitational waves*. Meas. Sci. Technol., 7:162–169, 1996. zitiert auf Seite: 3, 31, 31, 31, 31, 73, 75

[5] BARWOOD, G.P., P. GILL, H.A. KLEIN, and W.R.C. ROWLEY: *Clearly resolved secular sidebands on the $^2S_{1/2}$–$^2D_{5/2}$ 674-nm clock transition in a single trapped Sr^+ ion*. IEEE Trans. Instrum. Meas., 46(2):133–136, 1997. zitiert auf Seite: 38

[6] BJORKLUND, G.C., M.D. LEVENSON, W. LENTH, and C. ORTIZ: *Frequency-modulation (fm) spectroscopy*. Appl. Phys. B, 32:145–152, 1983. zitiert auf Seite: 89

[7] BLAIR, D.G.: *Gravitational waves in general relativity*. In BLAIR, D.G. (editor): *The detection of gravitational waves*, pages 3–15. Cambridge University Press, 1991. zitiert auf Seite: 7

[8] BLAIR, D.G., D.E. MCCLELLAND, H.A. BACHOR, and R.J. SANDEMAN: *Gravitational wave detectors*. In BLAIR, D.G. (editor): *The detection of gravitational waves*, pages 43–70. Cambridge University Press, 1991. zitiert auf Seite: 11

[9] BONDU, F., P. FRITSCHEL, C.N. MAN, and A. BRILLET: *Ultrahigh-spectral-purity laser for the VIRGO experiment*. Opt. Lett., 21(8):582–584, 1996. zitiert auf Seite: 39, 51, 51, 52, 54, 57

[10] BRADASCHIA, C., R. DEL FABBRO, A. DI VIRGILIO, A. GIAZOTTO, H. KAUTZKY, V. MONTELATICI, D. PASSUELLO, A. BRILLET, O. CREGUT, P. HELLO, C.N. MAN, P.T.

MANH, A. MARRAUD, D. SHOEMAKER, J.-Y. VINET, F. BARONE, F. DI FIORE, L. MILANO, G. RUSSO, S. SOLIMENO, J.M. AGUIRREGABIRIA, L. BEL, J.-P. DURUISSEAU, G. LE DENMAT, P. TOURRENC, M. CAPOZZI, M. LONGO, M. LOPS, I. PINTO, G. ROTOLI, T. DAMOUR, S. BONAZZOLA, J.A. MARCK, Y. GOURGHOULON, L.E. HOLLOWAY, F. FULIGNI, V. IAFOLLA, and G. NATALE: *The VIRGO project: a wide band antenna for gravitational wave detection*. Nucl. Instr. Meth. Phys. Res., A289:518–525, 1990. zitiert auf Seite: 2

[11] BROZEK, O.S.: *Reference cavities for laser frequency stabilization*. GEO 600 report, 1998. zitiert auf Seite: 39

[12] BROZEK, O.S., M. PETERSEIM, V. QUETSCHKE, B. WILLKE, K. DANZMANN, I. FREITAG, S. KNOKE, I. ZAWISCHA, A. TÜNNERMANN, and H. WELLING: *Towards a quantum-noise limited high-power laser system for the gravitational wave detector GEO 600*. Number QFB3. EQEC 98-Glasgow, 1998. zitiert auf Seite: 3

[13] CAGNOLI, G. and D. ROBERTSON. private Mitteilung, 1999. FE-Analyse der Eigenresonanzen des ULE-Spacers. zitiert auf Seite: 41, 42

[14] CALLONI, E., F. BARONE, L. DI FIORE, P. LA PENNA, and L. MILANO: *Effects of misalignment and beam jitter in Fabry-Perot laser stabilization*. Opt. Comm., 142:50–54, 1997. zitiert auf Seite: 52

[15] CAVES, C.M.: *Quantum-mechanical noise in an interferometer*. Phys. Rev. D, 23:1693–1708, 1981. zitiert auf Seite: 52

[16] CLEVA, F. private Mitteilung, 1998. Dämpfungsstruktur zur Verminderung von Spiegelhalter-Resonanzen. zitiert auf Seite: 71, 72

[17] CLEVA, F. private Mitteilung, 1999. Kallibration des Slave-Laser-Fehlersignals. zitiert auf Seite: 75

[18] COHEN, E.R. and B.N. TALOR: *1986 adjustment of the fundamental physical constants*. Rev. Mod. Phys., 59(4):1121–1148, 1987. zitiert auf Seite: xiii

[19] COMLINEAR COOPERATION, USA: *Current-Freedback Amplifiers - Application note*, 1993/94. zitiert auf Seite: 98

[20] COMLINEAR COOPERATION, USA: *CLC430 - Datenblatt*, 1998. zitiert auf Seite: 101, 101

[21] CORNING INC., USA: *ULE: Zero Expansion Glass - Datenblatt: 7971*, 1996. zitiert auf Seite: 38, 38, 38

[22] CORNING INC., USA: *Synthethic fused silica - Datenblatt: 7940*, 1997. zitiert auf Seite: 38

[23] CREGUT, O., C.N. MAN, D. SHOEMAKER, A. BRILLET, A. MENHERT, P. PEUSER, N.P. SCHMITT, P. ZELLER, and K. WALLMEROTH: *18 W single-frequency operation of an injection-locked, cw, Nd:YAG laser*. Phys. Lett. A, 140(6):294–298, 1989. zitiert auf Seite: 31

[24] DANZMANN, K., J. HOUGH, P. BENDER, R.W. HELLINGS, and OTHERS: *Cornerstone Mission Concept submitted to ESA for the planned extension of the Horizon 2000 Program: LISA – Laser Interferometer Space Antenna for Gravitational Wave Measurements*. MPQ Garching, 1993. zitiert auf Seite: 2

[25] DANZMANN, K., H. LÜCK, A. RÜDIGER, R. SCHILLING, M. SCHREMPEL, W. WINKLER, J. HOUGH, G.P. NEWTON, N.A. ROBERTSON, H. WARD, A.M. CAMPBELL, J.E. LOGAN, D.I. ROBERTSON, K.A. STRAIN, J.R.J. BENNETT, V. KOSE, M. KÜHNE, B.F. SCHUTZ, D. NICHOLSON, J. SHUTTLEWORTH, H. WELLING, P. AUFMUTH, R. RINKLEFF, A. TÜNNERMANN, and B. WILLKE: *GEO 600 – Proposal for a 600m laser-interferometric gravitational wave antenna*, volume 190 of *MPQ*. MPQ Garching, 1994. zitiert auf Seite: 2

[26] DAY, T.: *Frequency stabilized solid state lasers for coherent optical communications*. PhD thesis, Stanford University, USA, 1993. zitiert auf Seite: 57, 58, 68, 69

[27] DORF, R.C.: *Modern Control Systems*. Addison-Wesley, 1992. zitiert auf Seite: 25, 27

[28] DREVER, R.W.P., J.L. HALL, F.V. KOWALSKI, J. HOUGH, G.M. FORD, A.J. MUNLEY, and H. WARD: *Laser phase and frequency stabilisation using an optical resonator*. Appl. Phys. B, 31:97–105, 1983. zitiert auf Seite: 89

[29] EG&G OPTOELECTRONICS: *Large-area InGaAs Photodiodes - Datenblatt*. zitiert auf Seite: 101, 101

[30] EINSTEIN, A.: *Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation*. Königlich Preuss. Akad. Wiss. Berlin, Seiten 688–696, 1916. zitiert auf Seite: 7

[31] ELLIOTT, D.S., RAJARSHI ROY, and S.J. SMITH: *Extracavity laser band-shape and bandwith modification*. Phys. Rev. A, 26(1):12–18, 1982. zitiert auf Seite: 63

[32] FARINAS, A.D., E.K. GUSTAFSON, and R.L. BYER: *Design and characterization of a 5.5 W, cw, injection-locked, fibre-coupled, laser-diode-pumped Nd:YAG miniature-slab laser*. Opt. Lett., 19(2):114–117, 1994. zitiert auf Seite: 31

[33] FARINAS, A.D., E.K. GUSTAFSON, and R.L. BYER: *Frequency and intensity noise in an injection-locked, solid state laser*. Opt. Soc. Am. B, 12(2):328–334, 1995. zitiert auf Seite: 31, 31, 31

[34] FREITAG, I.: *Entwicklung und Charakterisierung einer Laserstrahlquelle für den interferometrischen Nachweis von Gravitationswellen*. Doktorarbeit, Universität Hannover, 1994. zitiert auf Seite: 32

[35] FREITAG, I., A. TÜNNERMANN, and H. WELLING: *Power scaling of diode-pumped monolithic Nd:YAG lasers to output powers of serveral watts*. Opt. Comm., 115:511–515, 1995. zitiert auf Seite: 3, 32

[36] GERTSENSHTEIN, M.E. and V.I. PUSTOVOIT: *On the detection of low frequency gravitational waves*. Sov. Phys. JETP, 16(2):433–435, 1963. zitiert auf Seite: 11

[37] GOLLA, D., M. BODE, S. KNOKE, W. SCHÖNE, and A. TÜNNERMANN: *62-W cw TEM_{00} Nd:YAG laser side-pumped by fibre-coupled diode lasers*. Opt. Lett., 21(3):210–212, 1996. zitiert auf Seite: 3

[38] GOLLA, D., I. FREITAG, H. ZELLMER, W. SCHÖNE, I. KRÖPKE, and H. WELLING: *15 W single-frequency operation of a cw, diode laser-pumped Nd:YAG ring laser*. Opt. Lett., 21(3):210–212, 1996. zitiert auf Seite: 31

[39] GRAY, M.B., D.A. SHADDOCK, C.C. HARB, and H.-A. BACHOR: *Photodetector designs for low-noise, broadband, high power applications.* Rev. Sci. Instr., 69(11):3755–3762, 1998. zitiert auf Seite: 95

[40] HAMAMATSU PHOTONICS, Japan: *Infrared Detectors - Datenblatt*. zitiert auf Seite: 100, 100

[41] HAMILTON, M.W.: *An introduction to stabilized lasers.* Contemp. Phys., 30(1):21–33, 1989. zitiert auf Seite: 37

[42] HARB, C.C., M.B. GRAY, H.-A. BACHOR, R. SCHILLING, P. ROTTENGATTER, I. FREITAG, and H. WELLING: *Suppression of the intensity noise in a diode-pumped Neodymium:YAG nonplanar ring laser*. IEEE J. of Quantum Electron., 30(12):2907–2913, 1994. zitiert auf Seite: 67

[43] HEINZEL, G.: *Resonant Sideband Extraction - Neuartige Interferometrie für Gravitationswellendetektoren*. Diplomarbeit, Universität Hannover, Institut für Atom- und Molekülphysik, 1995. zitiert auf Seite: 5, 12

[44] HEINZEL, G.: *Advanced optical techniques for laser-interferometric gravitational-wave detectors*. Doktorarbeit, Universität Hannover, 1999. Auch als MPQ-Bericht 243. zitiert auf Seite: 17

[45] HEINZEL, G. and A. WEIDNER: *12 MHz quadrant camera*. GEO 600 report, 1996. zitiert auf Seite: 95, 101

[46] HOUGH, J., H. WARD, G.A. KERR, N.L. MACKENZIE, B.J. MEERS, G.P. NEWTON, D.I. ROBERTSON, N.A. ROBERTSON, and R. SCHILLING: *The stabilisation of lasers for interferometric gravitational wave detectors*. In BLAIR, D.G. (editor): *The detection of gravitational waves*, pages 329–352. Cambridge University Press, 1991. zitiert auf Seite: 54

[47] HUTCHINSON, J.R.: *Vibrations of solid cylinders*. J. Appl. Mech., 47:901–907, 1980. zitiert auf Seite: 40

[48] JENNRICH, O.: *Das Quantenlimit in der Interferometrie*. Doktorarbeit, Universität Hannover, 1998. zitiert auf Seite: 17, 52

[49] KANE, T.J. and R.L. BYER: *Monolithic, unidirectional single-mode Nd:YAG ring laser*. Opt. Lett., 10(2):65–67, 1985. zitiert auf Seite: 3, 32

[50] KERR, G.A., N.A. ROBERTSON, J. HOUGH, and C.N. MAN: *The fast frequency stabilization of an Argon laser to an optical resonator using an extra-cavity electro-optic modulator*. Appl. Phys. B, 37:11–16, 1985. zitiert auf Seite: 71, 72

[51] KRÖPKE, I.: *Frequenzstabile, diodengepumpte Nd:YAG Miniatur-Ringlaser*. Doktorarbeit, Universität Hannover, 1992. zitiert auf Seite: 32

[52] KURODA, K., Y. KOZAI, M. FUJIMOTO, M. OHASHI, R. TAKAHASHI, T. YAMAZAKI, M.A. BARTON, N. KANADA, Y. SAITO, N. KAMIKUBOTA, Y. OGAWA, T. SUZUKI, N. KAWASHIMA, E. MIZUNO, K. TSUBONO, K. KAWABE, N. MIO, S. MORIWAKI, A. ARAYA, K. UEDA, K. NAKAGAWA, T. NAKAMURA, and MEMBERS OF *TAMA* GROUP: *TAMA*. In E. COCCIA, G. PIZELLA, F. RONGA (editor): *First Edoardo Amaldi Conference on Gravitational Wave Experiments*, pages 100–111. World Scientific, 1995. zitiert auf Seite: 2

[53] LOUDON, R.: *The Quantum Theory of Light*. Oxford Science Publications, 1994. zitiert auf Seite: 81

[54] MAN, N. private Mitteilung, 1997. zitiert auf Seite: 52

[55] MARMET, L., A.A. MADEJ, K.S. SIEMENS, J.E. BERNARD, and B.G. WHITFORD: *Precision frequency measurement of the $^2S_{1/2}$–$^2D_{5/2}$ transition of Sr^+ with a 674-nm diode laser locked to an ultrastable cavity*. IEEE Trans. Instrum. Meas., 46(2):169–173, 1997. zitiert auf Seite: 38

[56] MCMAHON, G.W.: *Experimental study of the vibrations of solid, isotropic, elastic cylinders*. Journ. Acoust. Soc. Am., 36(1):85–92, 1964. zitiert auf Seite: 40, 42, 42

[57] MEERS, B.J.: *The frequency response of interferometric gravitational wave detectors*. Phys. Lett. A, 142(8,9):465–470, 1989. zitiert auf Seite: 12, 15, 17

[58] MISNER, C.W., K.S. THORNE, and J.A. WHEELER: *Gravitation*. W.H. Freeman and comp., 1973. zitiert auf Seite: 7, 13

[59] MIZUNO, J.: *Comparison of optical configurations for laser-interferometric gravitational-wave detectors*. Doktorarbeit, Universität Hannover, Juli 1995. Auch als MPQ-Bericht 203. zitiert auf Seite: 17, 17, 17, 17

[60] MOSS, G.E., L.R. MILLER, and R.L. FORWARD: *Photon-noise-limited laser transducer for gravitational antenna*. Appl. Opt., 10(11):2495–2498, 1971. zitiert auf Seite: 11

[61] MÜLLER, R.: *Rauschen*, Band 15 der Reihe *Halbleiter-Elektronik*. Springer, 1990. zitiert auf Seite: 24, 24, 82

[62] MUSHA, M., K. NAKAGAWA und K. UEDA: *Wideband and high frequency stabilization of an injection-locked Nd:YAG laser to a high-finesse Fabry-Perot cavity*. Opt. Lett., 22(15):1177–1179, 1997. zitiert auf Seite: 31

[63] MUSHA, M., S. TELADA K. NAKAGAWA, M. OHASHI und K. UEDA: *Measurement of frequency noise spectra of a frequency-stabilized LD-pumped Nd:YAG laser by using a cavity with seperatly suspended mirrors*. Opt. Comm., 140:323–330, 1997. zitiert auf Seite: 54, 57

[64] NABORS, C.D., A.D. FARINAS, T. DAY, S.T. YANG, E.K. GUSTAFSON, and R.L. BYER: *Injection locking of a 13-W cw Nd:YAG ring laser*. Opt. Lett., 14(21):1189–1191, 1989. zitiert auf Seite: 31, 75

[65] NAKAGAWA, K., T. KATSUDA, and M. OHTSU: *Short-term frequency stabilization of a diode-laser pumped Nd:YAG laser using double-pendulum suspended cavities*. Appl. Opt., B 60:489–494, 1995. zitiert auf Seite: 52, 52, 54, 64

[66] NAKAGAWA, K., A.S. SHELKOVNIKOV, T. KATSUDA, and M. OHTSU: *Absolute frequency stability of a diode-laser-pumped Nd:YAG laser stabilized to a high-finesse optical cavity*. Appl. Opt., 33(27):6383–6386, 1994. zitiert auf Seite: 54, 62, 64

[67] OTTAWAY, D.J., P.J. VEITCH, M.W. HAMILTON, C. HOLLITT, D. MUDGE, and J. MUNCH: *A compact injection-locked Nd:YAG laser for gravitational wave detection*. IEEE J. of Quantum Electron., 34(10):2006–2009, 1998. zitiert auf Seite: 31, 75

[68] PLISSI, M.V., K.A. STRAIN, C.I. TORRIE, N.A. ROBERTSON, S. KILLBOURN, S. ROWAN, S.M. TWYFORD, H. WARD, K.D. SKELDON, and J. HOUGH: *Aspects of the suspension system for GEO 600*. Rev. Sci. Instr., 69(8):3055–3060, 1998. zitiert auf Seite: 15

[69] POUND, R.V.: *Electronic frequency stabilization of microwave oscillators*. Rev. Sci. Instrum., 17:490–505, 1946. zitiert auf Seite: 89

[70] RALPH, T., C.C. HARB, and H.-A. BACHOR: *Intensity noise of injection-locked lasers: Quantum theory using a linarized input-output method*. Phys. Rev. A, 54(5):4359–4369, 1996. zitiert auf Seite: 31

[71] RESEARCH ELECTRO-OPTICS, INC., Boulder, USA. zitiert auf Seite: 39

[72] RIEHLE, F.: *Use of optical frequency standards for measurements of dimensional stability*. Meas. Sci. technol., 9:1042–1048, 1998. zitiert auf Seite: 38

[73] RÜDIGER, A., R. SCHILLING, L. SCHNUPP, W. WINKLER, H. BILLING, and K. MAISCHBERGER: *A mode selector to suppress fluctuations in laser beam geometry*. Opt. Acta, 28(5):641–658, 1981. zitiert auf Seite: 83

[74] SALOMON, C., D. HILS, and J.L. HALL: *Laser stabilization at the millihertz level*. Opt. Soc. Am. B, 5(8):1576–1587, 1988. zitiert auf Seite: 37

[75] SAULSON, P.R.: *Thermal noise in mechanical experiments*. Phys. Rev. D, 42:2437–2445, 1990. zitiert auf Seite: 16, 50

[76] SAULSON, P.R.: *Fundamentals of Interferometric Gravitational Wave Detectors*. World Scientific, 1994. zitiert auf Seite: 11, 15, 25, 50, 50

[77] SCHAWLOW, A.L. and C.H. TOWNES: *Infrared and optical masers*. Phys. Rev., 112(6):1940–1949, 1958. zitiert auf Seite: 59

[78] SCHENZLE, A., R.G. DEVOE, and R.G. BREWER: *Phase-modulation laser spectroscopy*. Phys. Rev. A, 25(5):2606–2621, 1981. zitiert auf Seite: 89

[79] SCHOTT GLASWERKE, Deutschland: *ZERODUR - Datenblatt*. zitiert auf Seite: 38, 38

[80] SCHUTZ, B.F.: *Cosmic sources of gravitational radiation*. Class. Quantum Grav., 10:135–145, 1993. zitiert auf Seite: 14

[81] SCHUTZ, B.F.: *Gravitational-wave sources*. Class. Quantum Grav., 13:219–238, 1996. zitiert auf Seite: 14

[82] SEEL, S., R. STORZ, G. RUOSO, J. MLYNEK, and S. SCHILLER: *Cryogenic optical resonators: a new tool for laser frequency stabilization at the 1 Hz level*. Phys. Rev. Lett., 78(25):4741–4744, 1997. zitiert auf Seite: 38

[83] SHINE JR., R.J., A.J. ALFREY, and R.L. BYER: *40-W cw, TEM_{00}-mode, diode-laser-pumped, Nd:YAG miniature-slab laser*. Opt. Lett., 20(5):459–461, 1995. zitiert auf Seite: 3

[84] SIEGMAN, A.E.: *Lasers*. University Science Books, 1986. zitiert auf Seite: 31, 31, 43, 43, 44, 84

[85] STEFFES, M.: *Current-Freedback Amplifier loop gain analysis and performance enhancements - Application Note - OA-13*. Comlinear Cooperation, USA, 1993. zitiert auf Seite: 98

[86] STORZ, R., C. BRAXMAIER, K. JÄCK, O. PRADL, and S. SCHILLER: *Ultrahigh long-term dimensional stability of a sapphire cryogenic optical resonator*. Opt. Lett., 23(13):1031–33, 1998. zitiert auf Seite: 38

[87] STRAIN, K. private Mitteilung, 1998. Aktuelle Empfindlichkeit von GEO 600. zitiert auf Seite: 19

[88] STRAIN, K.A. and K. SKELDON: *Specification of the GEO 600 subsystems*. GEO 600 report, 1995. zitiert auf Seite: 21

[89] TAYLOR, J.H., L.A. FOWLER, and P.M. MCCULLOCH: *Measurement of general relativistic effects in the binary pulsar PSR 1913+16*. Nature, 277:437–440, 1979. zitiert auf Seite: 7

[90] TAYLOR, J.H. and J.M. WEISBERG. Astrophys. J., 345:434, 1989. zitiert auf Seite: 7

[91] TRAEGER, S.: *Thermisches Rauschen - Eine Empfindlichkeitsgrenze der Interferometrie*. Doktorarbeit, Universität Hannover, 1998. zitiert auf Seite: 16, 50

[92] TULLOCH, W.M., T.S. RUTHERFORD, E.H. HUNTINGTON, R. EWART, C.C. HARB, B. WILLKE, E.K. GUSTAFSON, M.M. FEJER, R.L. BYER, S. ROWAN, and J. HOUGH: *Quantum noise in a continous-wave laser-diode-pumped Nd:YAG linear optical amplifier*. Opt. Lett., 23:1852–1854, 1998. zitiert auf Seite: 3

[93] UEHARA, N. and K. UEDA: *Ultrahigh-frequency stabilization of a diode-pumped Nd:YAG laser with a high-power-acceptance photodetector*. Opt. Lett., 19(10):728–730, 1994. zitiert auf Seite: 64, 95

[94] VAN DER ZIEL, A.: *Noise: Sources, Characterization and Measurement*. Information and system science series. Prentice-Hall, 1970. zitiert auf Seite: 24

[95] WEISS, R.: *Electromagnetically coupled broadband gravitational wave antenna*. Quaterly Progress Report, MIT research lab of electronics, 105:54–76, 1972. zitiert auf Seite: 11

[96] WHITTAKER, E.A., M. GEHRTZ, and G.C. BJORKLUND: *Residual amplitude modulation in laser electro-optic phase modulation*. Opt. Soc. Am. B, 2(8):1320–1326, 1985. zitiert auf Seite: 52

[97] WIECHMANN, W., T.J. KANE, G. TRUONG, and J.D. KMETEC: *A 20-W diode-pumped single-frequency Nd:YAG master oscillator power amplifier for the laser gravitational wave observatory*. Number CThP2. CLEO 98-San Francisco, 1998. zitiert auf Seite: 3

[98] WILL, C.M.: *The confrontation between general relativity and experiment: a 1992 update*. Int. Journ. of Mod. Phys. D, 1(1):13–168, 1992. zitiert auf Seite: 7

[99] WILLKE, B., N. UEHARA, E.K. GUSTAFSON, R.L. BYER, P.J. KING, S.U. SEEL, and R.L. SAVAGE , JR.: *Spatial and temporal filtering of a 10-W Nd:YAG laser with a Fabry-Perot ring-cavity premode cleaner*. Opt. Lett., 23(21):1704–1706, 1998. zitiert auf Seite: 3, 83

[100] WITTENBURG, J.: *Technische Mechanik*. In: CZICHOS, H. (Herausgeber): *Hütte - Die Grundlagen der Ingenierwissenschaft*. Akademischer Verein Hütte e.V., 30. Auflage, 1989. zitiert auf Seite: 40

[101] YANG, S.T., Y. IMAI, M. OKA, N. EGUCHI, and S. KUBOTA: *Frequency-stabilized, 10-W continuous-wave, laser-diode end-pumped, injection-locked Nd:YAG laser*. Opt. Lett., 21(20):1676–1678, 1996. zitiert auf Seite: 3, 31, 34, 57

[102] YARIV, A.: *Quantum electronics*. J. Wiley & Sons, 1989. zitiert auf Seite: 43, 44, 59, 81

[103] YOUNG, B.C., F.C. CRUZ, W.M. ITANO, and J.C. BERQUIST: *Visible lasers with subhertz linewidths*. Phys. Rev. Lett., 82:3799–3802, 1999. zitiert auf Seite: 38

[104] ZAWISCHA, I. private Mitteilung, 1999. Technische Daten des Slave Lasers. zitiert auf Seite: 34, 34

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich den zahlreichen Personen danken, die direkt oder auch indirekt ihren Anteil am Gelingen dieser Arbeit hatten.
Mein besonderer Dank gilt Prof. Dr. Karsten Danzmann für die fachliche Unterstützung und die hervorragenden Arbeitsbedingungen in seinem Institut. Jederzeit stand seine Tür offen, um mit ihm die aktuellen Probleme und die neuesten Ergebnisse zu diskutieren.

Allen Mitarbeitern des Instituts für Atom- und Molekülphysik und der Max-Planck-Aussenstelle danke ich für das erstklassige Arbeitsklima während der letzten fünf Jahre. Mein besonderer Dank gilt Dr. Benno Willke für die fruchtbaren fachlichen Diskussionen und die *international evenings*, Dr. Peter Aufmuth für das sorgfältige Korrekturlesen dieser Dissertation, Dr. Harald Lück, Dr. Kasem Mossavi, Dr. Rolf Rinkleff, Dr. Patrick Klövekorn und Dr. Aniello Grado.

Mit meinen Mitdoktoranden Volker Quetschke, Michael Peterseim, Andreas Freise und Mario Müller und den Ehemaligen Dr. Stefan Traeger und Dr. Andreas Wicht konnte ich eine großartige Zeit verbringen. Unvergessen wird mir der Weingenuss mit Volker und Michael in dem winzigen Pariser Hotelzimmer beim Besuch der Orsay-Gruppe bleiben und unsere Alpentour vor der ESA-*summerschool*. Dr. Oliver Jennrich ist mir stets ein besonderes Vorbild in Hinblick auf seine brillanten Formulierungen und qualifizierten Diskussionsbeiträge gewesen.

Der experimentelle Teil dieser Arbeit wurde nur durch die Tatkraft der Institutswerkstätten ermöglicht. Dafür sei allen Mitarbeitern der Mechanikwerkstatt gedankt. Insbesondere die unzähligen Elektroniken, die Heiko zur Mühlen für das Projekt fertiggestellt hat, waren von enormer Bedeutung. Im Sekretariat standen dank Kirsten Naceur (fast) immer Kekse bereit, um den Blutzuckerspiegel wieder anzuheben.

Den Mitarbeitern des Max-Planck-Instituts für Quantenoptik in Garching Dr. Walter Winkler, Albrecht Rüdiger, Roland Schilling und Andreas Weidner gilt mein Dank für ihren Rat und ihre Hilfe bei LaTeX-Fragen. Vor allem die Diskussion von diversen elektronischen

Schaltungkreisen mit Dr. Gerhard Heinzel trug zum Gelingen dieser Arbeit bei. Das von ihm entwickelte Programm zur Schaltungsanalyse LISO hat mir hervorragende Dienste bei der Elektronikoptimierung geleistet.

Für die Entwicklung des Slave-Lasers am Laser Zentrum Hannover danke ich Ivo Zawischa und Dr. Stefan Knoke. Dr. Ingo Freitag war stets ein hilfsbereiter Ansprechpartner für Informationen über *seine* MISER.

Die schottischen Mitglieder des GEO 600-Projektes hatten großen Anteil an dem internationalen Flair innerhalb der GEO 600-*community*. Dafür gilt mein Dank stellvertretend für alle anderen *Glaswegians* Dr. Ken Strain, Dr. David Robertson und Dr. Harry Ward, bei dem ich meinen ersten Laserservo bauen durfte. Prof. Dr. Jim Hough danke ich für die schöne Zeit, die ich in seiner Arbeitsgruppe in Glasgow verbracht habe, und für den fehlgeschlagenen Versuch mein Fahrrad mit seinem Austin-Mini zu transportieren.

Die Informationen von Dr. Nary Man und Frederic Cleva über ULE-Ringresonatoren und von Dr. Fritz Riehle über ZERODUR-Resonatoren waren sehr hilfreich beim Design der GEO 600-Referenz-Cavity.

Mein Freund Alexander Halm war eine große Hilfe beim Umbau des Beobachtungsraumes I in ein optisches Labor.

Meinen Eltern verdanke ich viel; nur mit ihrer Unterstützung wurde mir ein erfolgreiches Studium und die Durchführung dieser Arbeit ermöglicht.

Meiner lieben Frau Katia und meinen Kindern Julian und Jonathan danke ich für ihre Unterstützung und ihre Nachsicht für die vielen Tage, an denen ich nicht bei ihnen war. *Ihr seid die Sonne meines Lebens.*

Teile dieser Arbeit wurden mit Mitteln des SFB 407, Quantenlimitierte Meßprozesse, und mit Mitteln der Volkswagenstiftung gefördert.

Lebenslauf

Oliver Sascha Brozek
Bothfelder Straße 32
30916 Isernhagen

Familienstand: verheiratet, 2 Kinder

24. Januar 1969	geboren in München
1975	Einschulung Grundschule Visselhövede
Juli 1979	Gymnasium Isernhagen
Juni 1988	Abitur
Oktober 1988 — Dezember 1989	Grundwehrdienst Technische Marineschule Brake 3. Schnellbootgeschwader, Flensburg
Oktober 1989 –	Diplomstudiengang Physik an der Universität Hannover
August 1995	Diplom im Fach Physik
seit September 1995	Promotionsstudiengang Physik an der Universität Hannover
	Promotionsstipendium der Max-Planck-Gesellschaft
	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Atom- und Molekülphysik, Abt. Spektroskopie
September 1998 — Februar 1999	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Laser Zentrum Hannover

Publikationen

1995	Diplomarbeit über *Effiziente Frequenzverdopplung mit Diodenlasern* am Institut für Atom- und Molekülphysik der Universität Hannover
1997	*GEOs rechter Arm ist fertig*, P. Aufmuth, S. Brozek, A. Rüdiger, Phys. Bl. **53** (1997) Nr.3
1997	*Galactic Halo Object Space Telescope*, ed. A. Golden, S. Traeger in *Fundamental Physics in Space*, ed. A. Wilson, ESA **SP-420** (1997) 55-86
1998	*Highly efficient frequency doubling of 854 nm GaAlAs diode lasers in an external ring cavity*, O.S. Brozek, V. Quetschke, A. Wicht and K. Danzmann, Opt. Comm. **146** (1998) 141-146
1998	*Laser development and laser stabilisation for the space-borne gravitational wave detector LISA*, M. Peterseim, O.S. Brozek, K. Danzmann, I. Freitag P. Rottengatter, A. Tünnermann, H. Welling in 2^{nd} *Int. LISA symposium*, ed. W.M. Folkner, AIP conference proceedings **456** (1998) 148-155
1998	*The laser system for the gravitational wave detector GEO 600*, O.S. Brozek, M. Peterseim, B. Willke, I. Freitag, S. Knoke and K. Danzmann in *Gravitational Waves: proceedings of the* 2^{nd} *Edoardo Amaldi Conference*, ed. E. Coccia, G. Pizzella and G. Veneziano, World Scientific (1998) 360–362
1998	*Earthbound and deep space testing of laser metrology*, M. Peterseim, O. S. Brozek, K. Danzmann, A. Tünnermann, I. Freitag, in *Gravitational Waves: proceedings of the* 2^{nd} *Edoardo Amaldi Conference*, ed. E. Coccia, G. Pizzella and G. Veneziano, World Scientific (1998) 391–395
1999	*The GEO 600 laser system*, O.S. Brozek, I. Zawischa, M. Peterseim, B. Willke, K. Danzmann, XXIVth Moriond workshop on Gravitational Waves and Experimental Gravity, zur Veröffentlichung eingereicht